

Compito di Fisica Generale 2
Chimica e Chimica Industriale
Padova - Dipartimento di Fisica - 15 Giugno 2010

Problema 1

Un condensatore è formato da due lamine conduttrici piane parallele di area A molto grande e distanti h . Una sezione larga $a = \frac{2}{3}h$ dell'intercapedine tra le due lamine è riempita, a partire da una delle due lamine, da un solido di costante dielettrica relativa $k = 3$. Sia σ la densità di carica libera di superficie sulle lamine. Si determini

1. il campo elettrico tra le due lamine;
2. la capacità del condensatore in presenza del dielettrico;
3. il rapporto

$$f = \frac{U_e^{(k)} - U_e}{U_e} ,$$

dove $U_e^{(k)}$ e U_e denotano l'energia elettrostatica del condensatore con e senza dielettrico, corrispondente alla variazione dell'energia elettrostatica del condensatore rispetto al caso in cui il dielettrico è assente, mantenendo σ costante.

Problema 2

Si consideri un condensatore piano le cui armature sono dischi di raggio R . Tra le armature c'è un campo elettrico

$$E = E_0 \sin \omega t ,$$

diretto lungo l'asse delle armature. Si determini

1. il campo magnetico $B(r, t)$, per $0 \leq r \leq R$, dove r è la distanza dall'asse del condensatore;
2. il modulo dell'accelerazione che subisce una particella di massa m e carica q se al tempo $t_k = \frac{k\pi}{2\omega}$, $k \in \mathbf{N}$, si trova ad una distanza $r_0 \leq R$ dall'asse del condensatore, con una velocità $\vec{v} = \vec{v}_{\parallel} + \vec{v}_{\perp}$. Il vettore $\vec{v}_{\parallel}$ denota la componente di $\vec{v}$ parallela al campo magnetico nel punto dove si trova la particella, mentre $\vec{v}_{\perp}$ denota la sua componente ortogonale.

Problema 1

1. $E(x) = \frac{\sigma}{k\epsilon_0}$, per $x \leq a$, $E(x) = \frac{\sigma}{\epsilon_0}$, per $a \leq x \leq h$.

2.

$$\Delta V = \int_0^h E dx = \frac{\sigma}{k\epsilon_0} a + \frac{\sigma}{\epsilon_0} (h - a) = \frac{5}{9} \frac{\sigma}{\epsilon_0} h .$$

Inoltre

$$C' = \frac{Q}{\Delta V} = \frac{A\sigma}{\Delta V} = \frac{9}{5} \frac{\epsilon_0 A}{h} = \frac{9}{5} C ,$$

dove $C = \frac{\epsilon_0 A}{h}$ è la capacità del condensatore senza dielettrico.

3.

$$f = \frac{\frac{1}{2} \frac{Q^2}{C'} - \frac{1}{2} \frac{Q^2}{C}}{\frac{1}{2} \frac{Q^2}{C}} = -\frac{4}{9} .$$

Problema 2

1. La circuitazione del campo magnetico attorno ad una circonferenza C_r di raggio r con centro sull'asse del condensatore e parallela ai dischi, è $2\pi r B$. Ciò segue dal fatto che, come conseguenza dell'invarianza del sistema per rotazioni attorno all'asse delle armature, il campo magnetico è tangente a C_r . D'altronde, per la legge di Ampère-Maxwell, si ha

$$\oint_{C_r} \vec{B} \cdot d\vec{s} = \mu_0 \epsilon_0 \frac{d\Phi(\vec{E})}{dt} .$$

Il flusso del campo elettrico attraverso il disco di raggio r (delimitato da C_r) è

$$\Phi(\vec{E}) = \pi r^2 E_0 \sin \omega t .$$

Quindi

$$B(r, t) = \frac{r\omega E_0}{2c^2} \cos \omega t .$$

2. Ad un generico istante sulla particella agisce la forza

$$\vec{F} = q(\vec{E} + \vec{v} \times \vec{B}) ,$$

per cui l'accelerazione richiesta risulta

$$a = \frac{q}{m} E_0 ,$$

nel caso k sia dispari, e

$$a = \frac{q}{m} v_{\perp} \frac{r_0 \omega E_0}{2c^2} ,$$

nel caso k sia pari.