

Compito di Fisica Generale II
Chimica e Chimica Industriale
Padova - Dipartimento di Fisica - 14 Febbraio 2011

Problema 1

Una carica positiva è distribuita, con densità volumetrica ρ uniforme, nella regione di spazio limitata dai piani $x = -d$ e $x = d$, con $d > 0$.

1. Calcolare il campo elettrico per $|x| > d$;
2. il campo elettrico per $|x| \leq d$;
3. il potenziale elettrico in tutto lo spazio assumendo che questo sia nullo sul piano $x = 0$.
4. Si supponga che una particella carica q sia fissa in un punto arbitrario del piano $x = 2d$. Determinare il valore di q per cui una particella carica posta in quiete sul piano $x = 3d$, distante d dalla particella carica, permanga nello stato di quiete.

Problema 2

Una bobina, composta da N spire circolari di raggio a , si trova in una regione di spazio in cui è presente un campo magnetico uniforme e costante. La bobina è inizialmente disposta con l'asse parallelo alla direzione del campo. Sapendo che la resistenza della bobina è pari a R , si determini

1. il flusso del campo magnetico iniziale attraverso la bobina;
2. si dica, spiegandone il motivo, se perdurando la configurazione iniziale, il campo magnetico può indurre una corrente elettrica nella bobina;
3. la carica complessiva che attraversa la bobina a fronte di una rotazione della stessa di A: 90° , B: 180° ;
4. supponendo che la bobina non venga rotata, si determini la corrente indotta nella bobina nel caso in cui il campo magnetico, orientato sempre lungo l'asse della bobina, abbia modulo $B(t) = B_0 \sin(\omega t + \phi)$, dove B_0 , ω e ϕ sono costanti.

Problema 1

Si consideri un cilindro che attraversi tutta la parte carica e fuoriesca, simmetricamente, dai due piani $x = -d$ e $x = d$. Si osservi che, per motivi di simmetria, l'unico contributo al flusso attraverso la superficie Σ del cilindro è dato dal prodotto del campo elettrico per l'area A delle due basi del cilindro, cioè

$$\Phi_{\Sigma}(E) = 2EA .$$

D'altronde, per la legge di Gauss si ottiene

$$\Phi_{\Sigma}(E) = \frac{1}{\epsilon_0} \int_V \rho d\tau = \frac{1}{\epsilon_0} \int_{\tilde{V}} \rho d\tau = \frac{\rho}{\epsilon_0} \tilde{V} = \frac{\rho}{\epsilon_0} 2Ad ,$$

dove V è il volume del cilindro e $\tilde{V}$ il volume della parte di cilindro interna al cui interno vi è densità di carica non nulla. Si ha quindi

$$\vec{E} = -\frac{\rho d}{\epsilon_0} \vec{u}_x , \quad x < -d ,$$

e

$$\vec{E} = \frac{\rho d}{\epsilon_0} \vec{u}_x , \quad x > d .$$

Consideriamo ora una superficie cilindrica Σ' , posta a cavallo del piano $x = d$ in modo tale che una base sia nella regione $x > d$ e l'altra nella regione $|x| < d$. Il flusso attraverso Σ' è ancora una volta dato dalla somma dei flussi attraverso le due basi. Si ha

$$\Phi_{\Sigma'}(E) = -E(x)A + \frac{\rho d}{\epsilon_0} A = \frac{\rho A(d-x)}{\epsilon_0} ,$$

quindi

$$\vec{E} = \frac{\rho x}{\epsilon_0} \vec{u}_x .$$

Per quanto il potenziale nell'intervallo $|x| < d$, si ha, considerando che $V(0) = 0$

$$V(x) - V(0) = V(x) = -\frac{\rho}{\epsilon_0} \int_0^x x' dx' = -\frac{\rho}{2\epsilon_0} x^2 .$$

Per $x > d$, utilizzando la continuità di V ad $x = d$, dove, come si è visto, $V(d) = -\frac{\rho}{2\epsilon_0} d^2$, si ha

$$V(x) - V(d) = -\frac{\rho d}{\epsilon_0} \int_d^x x' dx' ,$$

da cui

$$V(x) = V(d) - \frac{\rho d}{\epsilon_0} (x - d) = -\frac{\rho d}{2\epsilon_0} (2x - d) .$$

Infine, per $x < d$, si ha

$$V(x) = \frac{\rho d}{2\epsilon_0} (2x + d) .$$

Problema 2

Il flusso iniziale è

$$\Phi_i(B) = N \int_S \vec{B} \cdot \vec{n} dS = NB\pi a^2 .$$

Se non c'è variazione di flusso non può esserci corrente indotta. Dopo la rotazione di 90° il flusso è

$$\Phi_f(B) = 0 ,$$

nel caso di una rotazione di 180°

$$\Phi_i(B) = N \int_S \vec{B} \cdot \vec{n} dS = -NB\pi a^2 .$$

Utilizzando la legge di Faraday

$$Q = -\frac{1}{R}[\Phi_f(B) - \Phi_i(B)] ,$$

nel primo caso si ha

$$Q = \frac{NB\pi a^2}{R} ,$$

mentre, nel caso di rotazione di 180° si ha

$$Q = \frac{2NB\pi a^2}{R} .$$