

**Compito di Fisica Generale, II Semestre
Chimica e Chimica Industriale
Padova - Dipartimento di Chimica - 6 luglio 2022**

Problema 1

Si consideri la distribuzione di carica volumetrica $\rho(r \leq R) = A \cos(kr)/r^2$, $\rho(r > R) = 0$, dove r è il modulo del raggio vettore e A , k , R sono costanti. Determinare

1. le dimensioni di A e k e il campo elettrostatico in tutto $\mathbb{R}^3$,
2. il potenziale elettrostatico $V(r)$ per $r \geq R$, con la condizione $V(R) = 0$.

Problema 2

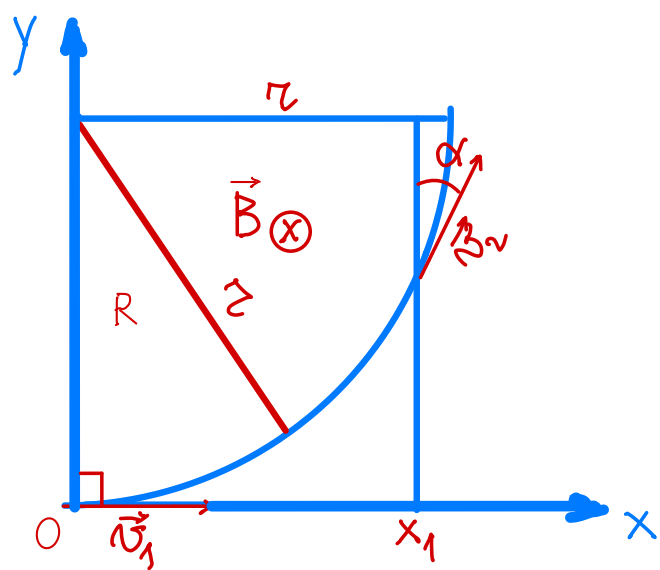
Determinare la capacità di un condensatore riempito per metà da un dielettrico di costante dielettrica relativa $\kappa = 2$, in termini della sua capacità senza dielettrico C . Si osservi che la capacità C_h di un condensatore, le cui armature distano h , è equivalente alla capacità di due condensatori in serie di capacità C_{h_0} e C_{h-h_0} .

Problema 3

Una particella di carica $q > 0$ e massa m , inizialmente in quiete, è accelerata da una d.d.p. ΔV fino a quando giunge, in $O = (0, 0, 0)$, al bordo della regione R compresa tra $x = 0$ e $x = x_1$, dove vi è un campo magnetico uniforme $\vec{B} = -|\vec{B}|\vec{u}_z$. La carica compie un arco di cerchio, di raggio r , ed esce da R con velocità $\vec{v}_2$, con angolo α rispetto all'asse y .

1. Determinare, motivando, la relazione, tra i moduli di $\vec{v}_1$ e $\vec{v}_2$,
2. esprimere $|\Delta V|$ in termini di v_1 , q ed m ,
3. provare che $x_1 = r \cos \alpha$, e determinare $|\vec{B}|$ in funzione di m , v_1 , q , r .

Domanda. Descrivere la legge di Gauss.



Problema 1

1. $[A] = QL^{-1}$, $[k] = L^{-1}$. La legge di Gauss e la simmetria sferica della distribuzione di carica implicano

$$4\pi r^2 \vec{E}(r) = \frac{q(r)}{\epsilon_0} \vec{u}_r ,$$

dove $q(r)$ è la carica interna alla sfera di raggio r , cioè

$$q(r) = 4\pi \int_0^r \rho(r') r'^2 dr' = 4\pi A \int_0^r \cos(kr') dr' .$$

Si ha quindi

$$q(r \leq R) = \frac{4\pi A}{k} \sin(kr) , \quad q(r > R) = \frac{4\pi A}{k} \sin(kR) ,$$

da cui segue

$$\vec{E}(r \leq R) = \frac{A}{\epsilon_0 k} \frac{\sin(kr)}{r^2} \vec{u}_r , \quad \vec{E}(r > R) = \frac{A}{\epsilon_0 k} \frac{\sin(kR)}{r^2} \vec{u}_r .$$

2.

$$V(r \geq R) = \frac{A}{\epsilon_0 k} \sin(kR) \left(\frac{1}{r} - \frac{1}{R} \right) .$$

Problema 2

La capacità C_h di un condensatore, le cui armature distano h , è equivalente a n condensatori in serie, ognuno con distanza tra le armature pari a $h_k = d_k h$, con la condizione $\sum_1^n d_k = 1$. Infatti, essendo $C_h = \epsilon_0 \Sigma / h$, con Σ l'area di ogni singola armatura, segue che la capacità del condensatore con le armature distanti h_k è $C_k = \epsilon_0 \Sigma / h_k = C_h / d_k$. Quindi la capacità equivalente è

$$\frac{1}{C_{eq}} = \sum_{k=1}^n \frac{1}{C_k} = \frac{1}{C_h} \sum_{k=1}^n d_k = \frac{1}{C_h} .$$

La stessa osservazione si estende al caso in cui il condensatore contenga strati di dielettrici. Nel caso del problema, il condensatore consiste di un

condensatore di distanza dimezzata e senza dielettrico, e quindi di capacità $2C$, in serie con uno la cui distanza è ancora dimezzata ma in presenza di dielettrico, per cui la sua capacità è $2\kappa C$. Ciò implica

$$\frac{1}{C_{eq}} = \left(1 + \frac{1}{\kappa}\right) \frac{1}{2C} ,$$

da cui

$$C_{eq} = \frac{4}{3}C .$$

Problema 3

1. La forza di Lorentz non cambia il modulo della velocità, quindi $|\vec{v}_1| = |\vec{v}_2|$.
2. Si ha $E_c = q|\Delta V|$, quindi

$$|\Delta V| = \frac{m}{2q}v_1^2 .$$

3. Eguagliando la forza di Lorentz e la forza centripeta si ottiene

$$B = \frac{mv_1}{qr} .$$