

Fondamenti di Algebra Lineare e Geometria

(a.a. 2020-2021, Ing. Meccanica, canale 2, Esposito)

2o appello - martedì 9 febbraio 2021

Regole d'esame

- ▶ Tenere webcam e microfono accesi. NO auricolari o cuffie.
- ▶ Essere soli nella stanza; NON è consentito lasciare la stanza durante l'esame.
- ▶ Posizionarsi a circa 1,5 metri dal dispositivo connesso su zoom, la cui webcam deve inquadrare voi stessi e il tavolo di lavoro.
- ▶ Nel tavolo di lavoro devono essere presenti **solo** i fogli (di bella e brutta), le penne e il dispositivo che utilizzerete per la scansione (disposto con lo schermo rivolto verso il basso).
- ▶ NON è consentito l'uso di calcolatrice, testi, appunti o qualsiasi altro materiale al di fuori di quello elencato al punto precedente.
- ▶ NON è consentito avvicinarsi al dispositivo connesso su zoom se non per comunicazioni urgenti con i docenti tramite chat.
- ▶ NON scollegarsi da zoom prima del termine dell'esame (altrimenti l'esame verrà annullato).

Esercizio 1

Si considerino l'insieme S e il sottospazio U di $\mathbb{R}^4$ definiti come:

$$S = \{(a, -b - 1, 0, a + b) \mid a, b \in \mathbb{R}\}, \quad U : \begin{cases} 2x_1 + 2x_2 + x_4 = 0 \\ 2x_1 - x_3 - x_4 = 0 \end{cases}$$

- (a) Determinare una base di U .
- (b) Determinare una base dell'ortogonale di U e un sistema lineare che abbia $U^\perp$ come insieme di soluzioni.
- (c) Determinare $U \cap S$.
- (d) S è un sottospazio? giustificare la risposta. Determinare il più piccolo sottospazio W di $\mathbb{R}^4$ contenente S , trovando una base di W e la sua dimensione.

Esercizio 2

Sia $\phi : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$ l'endomorfismo simmetrico di $\mathbb{R}^3$ tale che $\text{Im}(\phi) = \langle (1, 1, 1) \rangle$ e tale che $\lambda = 2$ sia un autovalore di ϕ .

- (a) Determinare il $\ker(\phi)$ e gli autovalori ed autospazi di ϕ (suggerimento: si pensi alle proprietà degli autospazi degli endomorfismi e delle matrici simmetriche).
- (b) Determinare una base ortonormale di autovettori di ϕ .
- (c) Determinare tutti i vettori $v \in \mathbb{R}^3$ per i quali si abbia

$$v - \phi(v) = (1, 1, 1).$$

- (d) Determinare la matrice A associata a ϕ rispetto alla base canonica di $\mathbb{R}^3$.

Esercizio 3

Nello spazio euclideo tridimensionale si considerino le rette

$$r = (1, 2, -1) + \langle (2, 1, -3) \rangle, \quad s : \begin{cases} x + y + z = 1 \\ 2x - y + z = 1 \end{cases}$$

- (a) Determinare una forma cartesiana della retta r ed una forma parametrica della retta s .
- (b) Determinare posizione reciproca tra le rette r e s (ossia se sono parallele, sghembe o incidenti).
- (c) Determinare il piano ortogonale alla retta r e passante per il punto $(0, 0, 1)$.
- (d) Determinare la distanza tra r ed s .

Consegna

- ▶ Scannerizzare le pagine, ogni pagina in verticale, in un **unico** file pdf.
- ▶ caricare il file nella risorsa Consegna Compito su Moodle-Esami all'indirizzo:

<https://esami.elearning.unipd.it/mod/assign/view.php?id=20742>



- ▶ Scrivere nella chat "Ho consegnato".

Non scollegarsi da Zoom fino a quando si è ricevuta la mail di conferma dalla piattaforma Moodle-Esami del caricamento