

Fondamenti di Algebra Lineare e Geometria

(a.a. 2020-2021, Ing. Meccanica, canale 2, Esposito)

1o appello - martedì 19 gennaio 2021

Regole d'esame

- ▶ Tenere webcam e microfono accesi. NO auricolari o cuffie.
- ▶ Essere soli nella stanza; NON è consentito lasciare la stanza durante l'esame.
- ▶ Posizionarsi a circa 1,5 metri dal dispositivo connesso su zoom, la cui webcam deve inquadrare voi stessi e il tavolo di lavoro.
- ▶ Nel tavolo di lavoro devono essere presenti **solo** i fogli (di bella e brutta), le penne e il dispositivo che utilizzerete per la scansione (disposto con lo schermo rivolto verso il basso).
- ▶ NON è consentito l'uso di calcolatrice, testi, appunti o qualsiasi altro materiale al di fuori di quello elencato al punto precedente.
- ▶ NON è consentito avvicinarsi al dispositivo connesso su zoom se non per comunicazioni urgenti con i docenti tramite chat.
- ▶ NON scollegarsi da zoom prima del termine dell'esame (altrimenti l'esame verrà annullato).

Esercizio 1

Sia A_t la seguente matrice dipendente da un parametro t :

$$A_t = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \\ 0 & t & 0 \end{pmatrix}$$

- a) Determinare il polinomio caratteristico di A_t e determinare l'insieme S dei valori di t per cui A_t ha tutti gli autovalori reali.
- b) Determinare per quali valori di $t \in S$ la matrice è diagonalizzabile e per quali valori di $t \in S$ la matrice è ortogonalmente diagonalizzabile.
- c) Scegliere un valore t_0 di t per cui A_{t_0} è ortogonalmente diagonalizzabile e dare una diagonalizzazione ortogonale di A_{t_0} .
- d) Determinare una base dell'ortogonale dell'immagine di A_1 .

Esercizio 2

Sia S lo spazio vettoriale delle matrici **simmetriche** 2×2 :

$$S = \left\{ M = \begin{pmatrix} a & b \\ b & c \end{pmatrix} \mid a, b, c \in \mathbb{R} \right\}$$

e f l'applicazione da S nello spazio $\mathbb{R}[X]^{\leq 2}$ dei polinomi di grado ≤ 2 definita come $f(M) = bX^2 + (a+c)X + b$, per ogni $M \in S$.

- a) Determinare una base $\mathcal{B}$ di S e la dimensione di S .
- b) Determinare la matrice A associata a f rispetto alla base $\mathcal{B}$ su S e alla base $\mathcal{C} = \{1, X, X^2\}$ su $\mathbb{R}[X]^{\leq 2}$.
- c) Determinare una base del nucleo di A e dell'immagine di A ; determinare inoltre una base del nucleo di f e dell'immagine di f .
- d) Determinare un sottospazio complementare U di $\ker(f)$ in S e mostrare che la funzione lineare $g : U \rightarrow \mathbb{R}[X]^{\leq 2}$, definita come $g(M) = f(M)$, è iniettiva.

Esercizio 3

Consideriamo i punti P_1, P_2 e il vettore v nello spazio affine $\mathbb{A}^3$:

$$P_1 = (-1, 0, 0), P_2 = (0, 2, 0), v = (1, -1, 1)$$

- a) Determinare le equazioni cartesiane della retta r passante per P_1, P_2 .
- b) Determinare le equazioni parametriche e l'equazione cartesiana del piano π contenente la retta r e parallelo al vettore v .
- c) Sia $P = (2, 1, 1)$. Calcolare la distanza $d(P, r)$ e la distanza $d(P, \pi)$.
- d) Determinare le equazioni parametriche della retta s passante per P , parallela al piano π e avente direzione ortogonale alla direzione di r .

Consegna

- ▶ Scannerizzare le pagine, ogni pagina in verticale, in un **unico** file pdf.
- ▶ caricare il file nella risorsa Consegna Compito su Moodle-Esami all'indirizzo:

<https://esami.elearning.unipd.it/mod/assign/view.php?id=16808>



Non scollegarsi da Zoom fino a quando si è ricevuta la mail di conferma dalla piattaforma Moodle-Esami del caricamento del proprio elaborato