

Fondamenti di Algebra Lineare e Geometria

(a.a. 2020-2021, Ing. Meccanica, canale 2, Esposito)

3o appello - venerdì 18 giugno 2021

Regole d'esame

- ▶ Tenere webcam e microfono accesi. NO auricolari o cuffie.
- ▶ Essere soli nella stanza; NON è consentito lasciare la stanza durante l'esame.
- ▶ Posizionarsi a circa 1,5 metri dal dispositivo connesso su zoom, la cui webcam deve inquadrare voi stessi e il tavolo di lavoro.
- ▶ Nel tavolo di lavoro devono essere presenti **solo** i fogli (di bella e brutta), le penne e il dispositivo che utilizzerete per la scansione (disposto con lo schermo rivolto verso il basso).
- ▶ NON è consentito l'uso di calcolatrice, testi, appunti o qualsiasi altro materiale al di fuori di quello elencato al punto precedente.
- ▶ NON è consentito avvicinarsi al dispositivo connesso su zoom se non per comunicazioni urgenti con i docenti tramite chat.
- ▶ NON scollegarsi da zoom prima del termine dell'esame (altrimenti l'esame verrà annullato).

Esercizio 1

Sia ϕ_t l'endomorfismo di $\mathbb{R}^4$ dipendente da un parametro $t \in \mathbb{R}$ la cui matrice associata rispetto alla base canonica è uguale a:

$$\begin{pmatrix} 0 & 1 & -1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 1 \\ -1 & 0 & 0 & t^2 - 2t \\ 0 & 1 & -1 & 0 \end{pmatrix}$$

- (a) Determinare per quali valori di $t \in \mathbb{R}$ l'endomorfismo ϕ_t è ortogonalmente diagonalizzabile.
- (b) Scelto t_0 per cui ϕ_{t_0} è ortogonalmente diagonalizzabile, determinare polinomio caratteristico, autovalori ed autospazi di ϕ_{t_0} .
- (c) Determinare una base ortogonale di autovettori di ϕ_{t_0} .
- (d) Dimostrare che $\ker(\phi_{t_0}) \oplus \text{Im}(\phi_{t_0}) = \mathbb{R}^4$ (NB: non è richiesto di determinare una base di tali spazi).

Esercizio 2

Sia U il sottospazio di $\mathbb{R}^4$ generato dai seguenti vettori:

$$v_1 = (1, 2, -1, -2), \quad v_2 = (0, 1, -1, 0), \quad v_3 = (2, 1, 1, -4)$$

- (a) Determinare un Sistema di Equazioni Lineari che abbia U come insieme di soluzioni.
- (b) Determinare una base ortogonale di U .
- (c) Determinare una base di $U^\perp$.
- (d) Sia $W \subset \mathbb{R}^4$ il sottospazio di equazioni $x_3 - x_4 = 0$ e $5x_1 - 3x_2 - 5x_3 + 3x_4 = 0$. Determinare due sottospazi $U_1 \subseteq U$ e $U_2 \subseteq U^\perp$ tali che $W = U_1 \oplus U_2$. Tali due sottospazi con queste proprietà sono unici? motivare la risposta.

Esercizio 3

Nello spazio euclideo tridimensionale si considerino i seguenti piani e rette dipendenti da un parametro $\alpha \in \mathbb{R}$:

$$\pi_\alpha : 4x + 2\alpha y - \alpha z - 2 = 0, \quad r_\alpha : \begin{cases} \alpha x + z = 2 \\ -2x + y = 0 \end{cases}$$

- (a) Determinare l'equazione parametrica della retta contenuta in ciascuno dei piani π_α .
- (b) Determinare l'insieme S dei valori α per cui r_α e π_α non sono incidenti.
- (c) Scelto $\alpha \in S$, determinare il piano contenente r_α e perpendicolare al piano π_α .
- (d) Sia $P = \pi_{-1} \cap r_{-1}$. Determinare la forma parametrica del piano passante per il punto P ed ortogonale a r_{-1} .

- ▶ Scannerizzare le pagine in verticale, in un **unico** file pdf.
- ▶ caricare il file nella risorsa Consegna Compito su Moodle-Esami all'indirizzo:
- ▶ Scrivere nella chat "Ho consegnato".

Non scollegarsi da Zoom fino a quando si è ricevuta la mail di conferma dalla piattaforma Moodle-Esami del caricamento del proprio file pdf