

**CORSO DI MATEMATICA 2 - LAUREA IN INGEGNERIA MECCANICA,
AMBIENTE - TERRITORIO, CHIMICA-MATERIALI**

Padova 21-03-06

II prova parziale

TEMA n.1

Esercizio 1. Data la matrice

$$A_s = \begin{pmatrix} 4 & s-4 & 0 \\ 2 & s-2 & 0 \\ s-2 & 2-s & s \end{pmatrix},$$

- i)* stabilire per quali valori del parametro reale s la matrice A_s è diagonalizzabile su $\mathbb{R}$;
- ii)* per ognuno dei valori trovati in *i)* determinare una base $\mathcal{B}_s$ di $\mathbb{R}^3$ costituita da autovettori di A_s ;
- iii)* posto $s = 4$ si ortonormalizzi la base $\mathcal{B}_4$. Si ottiene in questo modo una base ortonormale di $\mathbb{R}^3$ costituita da autovettori della matrice A_4 ?

Esercizio 2. Verificare che $\mathcal{B} = \{(1, 5, -3), (7, 1, -4), (2, 11, 9)\}$ è una base di $\mathbb{R}^3$. Indicata con $\mathcal{E}$ la base canonica di $\mathbb{R}^3$, siano f e g i due endomorfismi di $\mathbb{R}^3$ che hanno le seguenti matrici nelle base indicate

$$M(f; \mathcal{B}, \mathcal{E}) = \begin{pmatrix} 0 & 2 & 1 \\ 3 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & -1 \end{pmatrix} \quad \text{ed} \quad M(g; \mathcal{E}, \mathcal{B}) = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & 2 & -1 \\ 4 & 1 & -5 \end{pmatrix}.$$

Scrivere la matrice di $f \circ g$ rispetto alla base canonica di $\mathbb{R}^3$.

Esercizio 3. Nello spazio euclideo di dimensione tre si considerino i punti $A = (1, 5, 1)$, $B = (5, 4, 2)$, $C = (1, 8, 4)$.

- a)* Mostrare che i punti A , B , C non sono allineati e determinare il piano π che li contiene;
- b)* determinare, se possibile, un punto D tale che il quadrilatero di vertici A , B , C , D sia un quadrato;
- c)* scrivere le equazioni cartesiane della retta r ortogonale al piano π e passante per B ;
- d)* calcolare la distanza della retta r dalla retta s passante per $(0, 0, 0)$ e parallela al vettore $v = (1, 2, -1)$;
- e)* determinare il luogo dei punti equidistanti dai punti A , B , C . È una varietà lineare? Se sì, di quale dimensione?

Esercizio 4. Determinare tutti i sottospazi U di $\mathbb{R}^3$ tali che la proiezione ortogonale di $(1, 2, 0)$ su U sia $(1, 1, 1)$.

N.B. Ogni risposta va opportunamente giustificata.

**CORSO DI MATEMATICA 2 - LAUREA IN INGEGNERIA MECCANICA,
AMBIENTE - TERRITORIO, CHIMICA-MATERIALI**

Padova 21-03-06

II prova parziale

TEMA n. 2

Esercizio 1. Data la matrice

$$A_s = \begin{pmatrix} 4 & s-1 & 0 \\ 2 & s+1 & 0 \\ s+1 & -1-s & s+3 \end{pmatrix},$$

- i)* stabilire per quali valori del parametro reale s la matrice A_s è diagonalizzabile su $\mathbb{R}$;
- ii)* per ognuno dei valori trovati in *i)* determinare una base $\mathcal{B}_s$ di $\mathbb{R}^3$ costituita da autovettori di A_s ;
- iii)* posto $s = 1$ si ortonormalizzi la base $\mathcal{B}_1$. Si ottiene in questo modo una base ortonormale di $\mathbb{R}^3$ costituita da autovettori della matrice A_1 ?

Esercizio 2. Verificare che $\mathcal{B} = \{(-3, 1, -3), (7, 0, 1), (2, 11, -9)\}$ è una base di $\mathbb{R}^3$. Indicata con $\mathcal{E}$ la base canonica di $\mathbb{R}^3$, siano f e g i due endomorfismi di $\mathbb{R}^3$ che hanno le seguenti matrici nelle base indicate

$$M(f; \mathcal{B}, \mathcal{E}) = \begin{pmatrix} 2 & 0 & 1 \\ 1 & 3 & 1 \\ 2 & 1 & -1 \end{pmatrix} \quad \text{ed} \quad M(g; \mathcal{E}, \mathcal{B}) = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 \\ 2 & 0 & -1 \\ 1 & 4 & -5 \end{pmatrix}.$$

Scrivere la matrice di $f \circ g$ rispetto alla base canonica di $\mathbb{R}^3$.

Esercizio 3. Nello spazio euclideo di dimensione tre si considerino i punti $A = (-1, 4, -1)$, $B = (2, 7, -1)$, $C = (0, 3, 3)$.

- a)* Mostrare che i punti A, B, C non sono allineati e determinare il piano π che li contiene;
- b)* determinare, se possibile, un punto D tale che il quadrilatero di vertici A, B, C, D sia un quadrato;
- c)* scrivere le equazioni cartesiane della retta r ortogonale al piano π e passante per B ;
- d)* calcolare la distanza della retta r dalla retta s passante per $(0, 0, 0)$ e parallela al vettore $v = (0, 2, -1)$;
- e)* determinare il luogo dei punti equidistanti dai punti A, B, C . È una varietà lineare? Se sì, di quale dimensione?

Esercizio 4. Determinare tutti i sottospazi U di $\mathbb{R}^3$ tali che la proiezione ortogonale di $(0, 2, 1)$ su U sia $(1, 1, 1)$.

N.B. Ogni risposta va opportunamente giustificata.

**CORSO DI MATEMATICA 2 - LAUREA IN INGEGNERIA MECCANICA,
AMBIENTE - TERRITORIO, CHIMICA-MATERIALI**

Padova 21-03-06

II prova parziale

TEMA n. 3

Esercizio 1. Data la matrice

$$A_s = \begin{pmatrix} 4 & s-5 & 0 \\ 2 & s-3 & 0 \\ s-3 & 3-s & s-1 \end{pmatrix},$$

- i)* stabilire per quali valori del parametro reale s la matrice A_s è diagonalizzabile su $\mathbb{R}$;
- ii)* per ognuno dei valori trovati in *i)* determinare una base $\mathcal{B}_s$ di $\mathbb{R}^3$ costituita da autovettori di A_s ;
- iii)* posto $s = 5$ si ortonormalizzi la base $\mathcal{B}_5$. Si ottiene in questo modo una base ortonormale di $\mathbb{R}^3$ costituita da autovettori della matrice A_5 ?

Esercizio 2. Verificare che $\mathcal{B} = \{(-3, 1, 0), (1, 1, 1), (15, 18, -9)\}$ è una base di $\mathbb{R}^3$. Indicata con $\mathcal{E}$ la base canonica di $\mathbb{R}^3$, siano f e g i due endomorfismi di $\mathbb{R}^3$ che hanno le seguenti matrici nelle base indicate

$$M(f; \mathcal{B}, \mathcal{E}) = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 2 \\ 3 & 1 & 1 \\ 1 & -1 & 2 \end{pmatrix} \quad \text{ed} \quad M(g; \mathcal{E}, \mathcal{B}) = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & 2 & -1 \\ 4 & 1 & -5 \end{pmatrix}.$$

Scrivere la matrice di $f \circ g$ rispetto alla base canonica di $\mathbb{R}^3$.

Esercizio 3. Nello spazio euclideo di dimensione tre si considerino i punti $A = (-2, 8, -2)$, $B = (2, 7, -1)$, $C = (-2, 5, -5)$.

- a)* Mostrare che i punti A, B, C non sono allineati e determinare il piano π che li contiene;
- b)* determinare, se possibile, un punto D tale che il quadrilatero di vertici A, B, C, D sia un quadrato;
- c)* scrivere le equazioni cartesiane della retta r ortogonale al piano π e passante per B ;
- d)* calcolare la distanza della retta r dalla retta s passante per $(1, 0, 0)$ e parallela al vettore $v = (0, 1, 1)$;
- e)* determinare il luogo dei punti equidistanti dai punti A, B, C . È una varietà lineare? Se sì, di quale dimensione?

Esercizio 4. Determinare tutti i sottospazi U di $\mathbb{R}^3$ tali che la proiezione ortogonale di $(0, 2, 2)$ su U sia $(1, 2, 1)$.

N.B. Ogni risposta va opportunamente giustificata.

**CORSO DI MATEMATICA 2 - LAUREA IN INGEGNERIA MECCANICA,
AMBIENTE - TERRITORIO, CHIMICA-MATERIALI**

Padova 21-03-06

II prova parziale

TEMA n. 4

Esercizio 1. Data la matrice

$$A_s = \begin{pmatrix} 4 & s-2 & 0 \\ 2 & s & 0 \\ s & -s & s+2 \end{pmatrix},$$

- i)* stabilire per quali valori del parametro reale s la matrice A_s è diagonalizzabile su $\mathbb{R}$;
- ii)* per ognuno dei valori trovati in *i)* determinare una base $\mathcal{B}_s$ di $\mathbb{R}^3$ costituita da autovettori di A_s ;
- iii)* posto $s = 2$ si ortonormalizzi la base $\mathcal{B}_2$. Si ottiene in questo modo una base ortonormale di $\mathbb{R}^3$ costituita da autovettori della matrice A_2 ?

Esercizio 2. Verificare che $\mathcal{B} = \{(21, 0, -3), (19, 1, 1), (2, 11, -9)\}$ è una base di $\mathbb{R}^3$. Indicata con $\mathcal{E}$ la base canonica di $\mathbb{R}^3$, siano f e g i due endomorfismi di $\mathbb{R}^3$ che hanno le seguenti matrici nelle base indicate

$$M(f; \mathcal{B}, \mathcal{E}) = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 3 \\ -1 & 1 & 2 \end{pmatrix} \quad \text{ed} \quad M(g; \mathcal{E}, \mathcal{B}) = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & 2 & -1 \\ 4 & 1 & -5 \end{pmatrix}.$$

Scrivere la matrice di $f \circ g$ rispetto alla base canonica di $\mathbb{R}^3$.

Esercizio 3. Nello spazio euclideo di dimensione tre si considerino i punti $A = (0, 6, 6)$, $B = (3, 6, 3)$, $C = (1, 2, 7)$.

- a)* Mostrare che i punti A , B , C non sono allineati e determinare il piano π che li contiene;
- b)* determinare, se possibile, un punto D tale che il quadrilatero di vertici A , B , C , D sia un quadrato;
- c)* scrivere le equazioni cartesiane della retta r ortogonale al piano π e passante per B ;
- d)* calcolare la distanza della retta r dalla retta s passante per $(0, 1, 0)$ e parallela al vettore $v = (4, 5, -2)$;
- e)* determinare il luogo dei punti equidistanti dai punti A , B , C . È una varietà lineare? Se sì, di quale dimensione?

Esercizio 4. Determinare tutti i sottospazi U di $\mathbb{R}^3$ tali che la proiezione ortogonale di $(2, 3, 0)$ su U sia $(1, 0, -1)$.

N.B. Ogni risposta va opportunamente giustificata.