

**CORSO DI MATEMATICA 2 - LAUREA IN INGEGNERIA MECCANICA,
AMBIENTE - TERRITORIO, CHIMICA-MATERIALI**

Padova 15-02-08

I prova parziale

TEMA n.1

Parte 1. Quesiti preliminari.

Stabilire se le seguenti affermazioni sono vere o false **giustificando brevemente** la risposta (risposta non giustificata = risposta non accettata).

- a) Sia $L : V \longrightarrow W$ un'applicazione lineare e $S \leq V$. Allora $\dim(S) = \dim(L(S))$.
- b) Sia $L : \mathbb{R}^{\leq 5}[x] \longrightarrow M_{3,2}(\mathbb{R})$ un'applicazione lineare dallo spazio dei polinomi in x di grado minore o uguale a 5 allo spazio delle matrici 3 per 2 a coefficienti in $\mathbb{R}$. Se L è iniettiva allora è anche suriettiva.
- c) La matrice

$$A = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 2 & 1 \\ 2 & 1 & 2 & 3 \\ 0 & 2 & 4 & 2 \end{pmatrix}$$

ha rango 3.

Parte 2. Esercizi.

Si dica per quali valori di $t \in \mathbb{R}$ il seguente sistema lineare, nelle incognite x_1, x_2, x_3, x_4, x_5 ammette soluzioni:

$$\begin{cases} x_1 + 2x_3 + tx_4 = 1 \\ -tx_1 + t(t^2 - 1)x_2 - t^2x_4 + tx_5 = t^2 \\ t(t^2 - 1)x_2 + (3t + 1)x_3 + x_4 + tx_5 = t^2 + 2t + 1 \\ x_1 + 2x_3 + t^2x_4 = 1 \end{cases}$$

Risolvere il sistema per uno dei valori di t per i quali la soluzione non è unica.

Esercizio 4.

N.B. Ogni risposta va opportunamente giustificata.

**CORSO DI MATEMATICA 2 - LAUREA IN INGEGNERIA MECCANICA,
AMBIENTE - TERRITORIO, CHIMICA-MATERIALI**

Padova 10-02-06

I prova parziale

TEMA n.2

Parte 1. Quesiti preliminari.

Stabilire se le seguenti affermazioni sono vere o false **giustificando brevemente** la risposta (risposta non giustificata = risposta non accettata).

- a) Sia $L : V \longrightarrow W$ un'applicazione lineare suriettiva e $S \leq V$. Allora $\dim(S) = \dim(L(S))$.
- b) Non esistono applicazioni lineari $L : \mathbb{R}^5 \longrightarrow \mathbb{R}^{\leq 4}[x]$ iniettive.
- c) Sia $L : \mathbb{R}^3 \longrightarrow \mathbb{R}^3$ un endomorfismo di $\mathbb{R}^3$. Allora la matrice associata a L rispetto alla base canonica ha rango 3.

Parte 2. Esercizi.

Si dica per quali valori di $k \in \mathbb{R}$ il seguente sistema lineare, nelle incognite x_1, x_2, x_3, x_4, x_5 ammette soluzioni:

$$\begin{cases} -kx_1 + k(k^2 - 1)x_2 - k^2x_4 + kx_5 = k^2 \\ x_1 + 2x_3 + kx_4 = 1 \\ x_1 + 2x_3 + k^2x_4 = 1 \\ k(k^2 - 1)x_2 + (3k + 1)x_3 + x_4 + kx_5 = k^2 + 2k + 1 \end{cases}$$

Risolvere il sistema per uno dei valori di k per i quali la soluzione non è unica.

N.B. Ogni risposta va opportunamente giustificata.

**CORSO DI MATEMATICA 2 - LAUREA IN INGEGNERIA MECCANICA,
AMBIENTE - TERRITORIO, CHIMICA-MATERIALI**

Padova 10-02-06

I prova parziale

TEMA n.3

Parte 1. Quesiti preliminari.

Stabilire se le seguenti affermazioni sono vere o false **giustificando brevemente** la risposta (risposta non giustificata = risposta non accettata).

- a) Sia $L : V \longrightarrow W$ applicazione lineare e $v, w \in V$ vettori di V linearmente indipendenti. Allora $L(v)$ è diverso da $L(w)$.
- b) Il sottospazio $\langle (1, 2, 0), (1, 1, 1), (4, 6, 2), (0, 0, 0) \rangle \leq \mathbb{R}^3$ è tutto $\mathbb{R}^3$.
- c) Sia $L : \mathbb{R}^{\leq 3}[x] \longrightarrow \mathbb{R}[x]$ un'applicazione lineare. Allora L è iniettiva.

Parte 2. Esercizi.

Si dica per quali valori di $h \in \mathbb{R}$ il seguente sistema lineare, nelle incognite x_1, x_2, x_3, x_4, x_5 ammette soluzioni:

$$\begin{cases} -hx_1 + h(h^2 - 1)x_2 + hx_4 - h^2x_5 = h^2 \\ x_1 + 2x_3 + hx_5 = 1 \\ x_1 + 2x_3 + h^2x_5 = 1 \\ h(h^2 - 1)x_2 + (3h + 1)x_3 + hx_4 + x_5 = h^2 + 2h + 1 \end{cases}$$

Risolvere il sistema per uno dei valori di h per i quali la soluzione non è unica.

N.B. Ogni risposta va opportunamente giustificata.

**CORSO DI MATEMATICA 2 - LAUREA IN INGEGNERIA MECCANICA,
AMBIENTE - TERRITORIO, CHIMICA-MATERIALI**

Padova 10-02-06

I prova parziale

TEMA n.4

Parte 1. Quesiti preliminari.

Stabilire se le seguenti affermazioni sono vere o false **giustificando brevemente** la risposta (risposta non giustificata = risposta non accettata).

- a) Siano $L : V \longrightarrow W$ un'applicazione lineare e $\{v_1, v_2, v_3\}$ vettori di V linearmente indipendenti. Allora $L(v_1), L(v_2), L(v_3)$ sono linearmente indipendenti.
- b) Sia $L : \mathbb{R}^3 \longrightarrow \mathbb{R}^3$ isomorfismo. Allora la matrice associata a L rispetto alle basi canoniche ha rango 3.
- c) Le matrici

$$A = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 2 & 2 \\ 2 & 1 & 2 & 0 \\ 0 & 2 & 4 & 4 \end{pmatrix}$$

e

$$B = \begin{pmatrix} 0 & 2 & 0 \\ 1 & 1 & 2 \\ 2 & 2 & 4 \\ 2 & 0 & 4 \end{pmatrix}$$

hanno lo stesso rango.

Parte 2. Esercizi.

Si dica per quali valori di $s \in \mathbb{R}$ il seguente sistema lineare, nelle incognite x_1, x_2, x_3, x_4, x_5 ammette soluzioni:

$$\begin{cases} x_1 + 2x_3 + sx_5 = 1 \\ -sx_1 + s(s^2 - 1)x_2 + sx_4 - s^2x_5 = s^2 \\ s(s^2 - 1)x_2 + (3s + 1)x_3 + sx_4 + x_5 = s^2 + 2s + 1 \\ x_1 + 2x_3 + s^2x_5 = 1 \end{cases}$$

Risolvere il sistema per uno dei valori di s per i quali la soluzione non è unica.

N.B. Ogni risposta va opportunamente giustificata.