

**CORSO DI MATEMATICA 2-LAUREA IN INGEGNERIA MECCANICA
CHIMICA-MATERIALI, AMBIENTE E TERRITORIO**

Padova 19-07-2006

Appello estivo

TEMA n.1

EX.1. *i)* Al variare di k nei numeri reali si determinino le soluzioni del sistema

$$\begin{cases} x + 2y + kz = 0 \\ ky - z = 1 \\ kx + z = -2 \end{cases}$$

ii) Si determini al variare di a, k nei reali le soluzioni del sistema

$$\begin{cases} x + 2y + kz = 0 \\ ky - z = 1 \\ kx + z = a \end{cases}$$

EX.2. Si consideri la matrice

$$A = \begin{pmatrix} 3 & 1 & 2 \\ -2 & 0 & -2 \\ -1 & 0 & -1 \end{pmatrix}$$

i) Mostrare che la matrice non è diagonalizzabile.

ii) Per ogni autovalore, scegliere un autovettore, completare l'insieme così trovato ad una base di $\mathbf{R}^3$ e determinare la matrice simile ad A associata a tale base.

EX.3. Sia $A_\alpha \in \mathcal{M}_3(\mathbf{R})$ la matrice

$$A_\alpha = \begin{pmatrix} \alpha & \alpha & \alpha + 1 \\ -1 & 0 & 2 \\ 2 & 0 & \alpha \end{pmatrix}.$$

i) Si determini $\text{Ker} A_\alpha$ al variare di $\alpha \in \mathbf{R}$.

ii) Si dica per quali valori di α , $\text{Ker} A_\alpha + \text{Im} A_\alpha$ è diretta ed, in tal caso, calcolare lo spazio somma.

EX.4. Si consideri lo spazio vettoriale $\mathbf{R}^3$ dotato del prodotto scalare usuale. E sia W un suo sottospazio generato dal vettore $w = (1, 2, -1)$.

i) Determinare $W^\perp$. Determinare la proiezione ortogonale di $(0, 1, 1)$ su W

ii) Determinare un sottospazio $S \neq W^\perp$ di $\mathbf{R}^3$, tale che $\mathbf{R}^3 = W \oplus S$. Determinare la proiezione di $(0, 1, 1)$ su W secondo tale decomposizione.

iii) Mostrare che per ogni altro sottospazio $\bar{S} \neq S$, tale che $\bar{S} \oplus W = \mathbf{R}^3$, si ha che $S + \bar{S} = \mathbf{R}^3$, ma che tale somma non è diretta.

Il testo prosegue sulla seconda facciata

EX.5. Nello spazio euclideo usuale si considerino le due rette

$$r_1 = \begin{cases} x - y - 3 = 0 \\ y - 2z = 0 \end{cases} \quad r_2 = \begin{cases} y - z + 1 = 0 \\ x - z = 0 \end{cases}$$

i) Determinare la loro posizione reciproca.

ii) Calcolarne la distanza.

iii) Determinare, se esiste, un vettore n ortogonale ad entrambe e determinare una retta s che intersechi r_1 e r_2 in punti la cui distanza sia la distanza tra r_1 e r_2 .

iv) Nel piano contenente la retta r_1 e parallelo alla direzione n determinare un punto P in modo che P , $Q = (3, 0, 0)$ e $Q' = (5, 2, 1)$ siano i vertici di un triangolo equilatero.

Ogni risposta va opportunamente giustificata.