

**CORSO DI MATEMATICA 2 - LAUREA IN INGEGNERIA MECCANICA,
CHIMICA-MATERIALI**

Padova 21-03-06

I appello

TEMA n.1

Esercizio 1. Si dica per quali valori di $k \in \mathbb{R}$ il seguente sistema lineare ammette soluzioni:

$$\begin{cases} x_1 + 2x_2 + 5x_4 = 0 \\ 2x_1 + 5x_2 + 11x_4 = 4 \\ x_1 + x_2 + (k - k^2)x_3 + (5 - k^2)x_4 = -k^2 - 3 \\ -x_2 + 2(k^2 - k)x_3 + (3k^2 - 4)x_4 = 2(k^2 + k - 4) \end{cases}$$

Risolvere il sistema per i valori di k per i quali la soluzione non è unica. **Esercizio 2.** Data l'applicazione lineare $f_s : \mathbb{R}^3 \longrightarrow \mathbb{R}^3$ definita da:

$$f_s(x, y, z) = (4x + (s - 4)y, 2x + (s - 2)y, (s - 2)x + (2 - s)y + sz),$$

- i)* scrivere la matrice A_s associata ad f_s rispetto alla base canonica di $\mathbb{R}^3$;
- ii)* determinare nucleo ed immagine di f_s al variare del parametro reale s ;
- iii)* determinare, al variare di $s \in \mathbb{R}$, un sottospazio T_s di $\mathbb{R}^3$ tale che $\ker f_s \oplus T_s = \mathbb{R}^3$;
- iv)* stabilire per quali valori del parametro reale s la matrice A_s è diagonalizzabile su $\mathbb{R}$;
- v)* per ognuno dei valori trovati in *i)* determinare una base $\mathcal{B}_s$ di $\mathbb{R}^3$ costituita da autovettori di A_s ;
- vi)* posto $s = 4$ si ortonormalizzi la base $\mathcal{B}_4$. Si ottiene in questo modo una base ortonormale di $\mathbb{R}^3$ costituita da autovettori di A_4 ?
- vii)* Determinare la matrice associata ad f_s rispetto alla base canonica nel dominio e alla base $\mathcal{B} = \{(1, 1, 1), (1, 1, 0), (1, 0, 0)\}$ nel codominio.

Esercizio 3. Nello spazio euclideo di dimensione tre si considerino i punti $A = (1, 1, 1)$, $B = (2, 1, 0)$, $C = (2, 1, 2)$.

- a)* Mostrare che i punti A , B , C non sono allineati e determinare il piano π che li contiene;
- b)* determinare, se possibile, un punto D tale che il quadrilatero di vertici A , B , C , D sia un quadrato;
- c)* determinare la retta r ortogonale al piano π e passante per B ;
- d)* calcolare la distanza della retta r dalla retta s passante per $(0, 0, 0)$ e parallela al vettore $v = (1, 2, -1)$;
- e)* determinare il luogo dei punti equidistanti dai punti A , B , C .

Esercizio 4. Determinare tutti i sottospazi U di $\mathbb{R}^3$ tali che la proiezione ortogonale di $(1, 2, 0)$ su U sia $(1, 1, 1)$.