

**CORSO DI FONDAMENTI DI ALGEBRA LINEARE E GEOMETRIA -
LAUREA IN INGEGNERIA**

Padova 21-04-2012

I prova parziale

TEMA n.1

Esercizio 1. Si consideri il sistema lineare Σ_α di 3 equazioni nelle incognite x_1, x_2, x_3 dipendente dal parametro reale α :

$$\Sigma_\alpha : \begin{cases} \alpha x_1 + (\alpha + 3)x_2 + 2\alpha x_3 = \alpha + 2 \\ \alpha x_1 + (2\alpha + 2)x_2 + 3\alpha x_3 = 2\alpha + 2 \\ 2\alpha x_1 + (\alpha + 7)x_2 + 4\alpha x_3 = 2\alpha + 4 \end{cases}$$

- a) Determinare le soluzioni del sistema lineare Σ_α al variare di $\alpha \in \mathbb{R}$.
- b) Determinare se esistono tutti i valori del parametro $\alpha \in \mathbb{R}$ tale che il sistema lineare Σ_α sia equivalente ad un sistema lineare di 1 equazione nelle tre incognite x_1, x_2, x_3 .
- c) Determinare se esistono tutti i valori del parametro $\alpha \in \mathbb{R}$ tale che il sistema lineare Σ_α sia equivalente ad un sistema lineare di 2 equazioni nelle tre incognite x_1, x_2, x_3 .
- d) Determinare le soluzioni del sistema lineare Σ'_α di 2 equazioni nelle 4 incognite x_1, x_2, x_3, x_4 :

$$\Sigma_\alpha : \begin{cases} \alpha x_1 + (\alpha + 3)x_2 + 2\alpha x_3 = \alpha + 2 \\ \alpha x_1 + (2\alpha + 2)x_2 + 3\alpha x_3 = 2\alpha + 2 \\ 2\alpha x_1 + (\alpha + 7)x_2 + 4\alpha x_3 = 2\alpha + 4 \end{cases}$$

al variare di $\alpha \in \mathbb{R}$ (notiamo che le equazioni di Σ'_α sono le stesse di Σ_α).

PARTE B 1B

- a) Dato $V = \langle (1, 0, 0) \rangle \leq \mathbb{R}^3$ esiste un unico sottospazio W di $\mathbb{R}^3$ tale che $W \oplus V = \mathbb{R}^3$.
- b) Siano V_1 e V_2 sottospazi di $\mathbb{R}^3$ di dimensione 1 e $V_1 \cap V_2 = \{0_{\mathbb{R}^3}\}$. Allora non esiste nessun W sottospazio di $\mathbb{R}^3$ tale che $W \oplus V_1 = W \oplus V_2 = \mathbb{R}^3$.

N.B. Ogni risposta va opportunamente giustificata.