

Problemi di modellistica

- (1.) Disegnare un grafo di trasferimento per il modello di flusso continuo descritto dalle seguenti matrici:

$$A = \begin{pmatrix} -0.1 & 0 & 0 & 0 \\ 0.1 & -0.2 & 0.2 & 0 \\ 0 & 0.1 & -0.2 & 0 \\ 0 & 0.1 & 0 & 0 \end{pmatrix} \quad B = \begin{pmatrix} 0.8 & 0 \\ 0 & -0.3 \\ 0.1 & 0 \\ 0.1 & -0.7 \end{pmatrix}$$

- (2.) Disegnare un grafo di trasferimento per il modello di flusso continuo descritto dalle seguenti matrici:

$$A = \begin{pmatrix} -0.3 & 0 & 0 & 0 \\ 0.2 & -0.2 & 0.2 & 0 \\ 0 & 0.1 & -0.3 & 0 \\ 0 & 0 & 0.1 & -0.1 \end{pmatrix} \quad B = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

- (3.) Disegnare due possibili grafi di trasferimento per il modello di flusso continuo descritto dalle seguenti matrici:

$$A = \begin{pmatrix} -0.2 & 0 & 0 & 0 \\ 0.1 & -0.1 & 0 & 0.1 \\ 0 & 0.2 & -0.1 & 0 \\ 0.1 & 0 & 0 & -0.1 \end{pmatrix} \quad B = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}$$

- (4.) Disegnare un grafo di trasferimento per il modello di decisione descritto dalle seguenti matrici:

$$A = \begin{pmatrix} 0.3 & 0.6 & 0 \\ 0.2 & 0.3 & 0 \\ 0.5 & 0.1 & 1 \end{pmatrix} \quad B = \begin{pmatrix} 0 & -0.4 \\ 1 & -0.6 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$$

(5.) Disegnare due possibili grafi di trasferimento per il modello di decisione descritto dalle seguenti matrici:

$$A = \begin{pmatrix} 0.7 & 0.1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0.5 & 0.1 & 1 \end{pmatrix} \quad B = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}$$

(6.) Disegnare il grafo di transizione del modello di transizione tra stati descritto dalla seguente matrice:

$$A = \begin{pmatrix} 0.7 & 0.1 & 0.3 & 0 \\ 0.2 & 0.8 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0.4 & 0.9 \\ 0.1 & 0.1 & 0.3 & 0.1 \end{pmatrix}$$

(7.) Perché la matrice

$$A = \begin{pmatrix} 0.6 & 0.3 & 0 \\ 0.3 & 0.8 & 0.1 \\ 0.1 & 0 & 0.9 \end{pmatrix}$$

non può descrivere un modello di transizione tra stati?

(8.) Data la matrice

$$A = \begin{pmatrix} 0.6 & 0.8 & 0 \\ 0.3 & -0.2 & 0 \\ 0.1 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

dire se essa può descrivere:

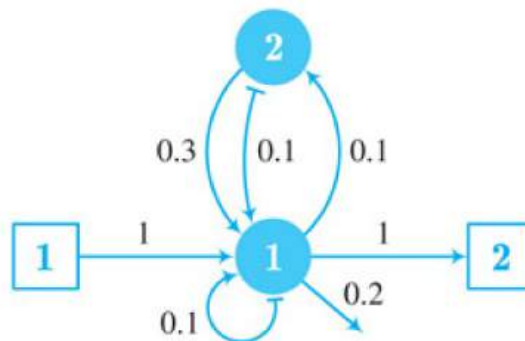
(a) un modello di flusso continuo;

- (b) un modello di decisione;
- (c) un modello di transizione tra stati;
- (d) un modello di influenza.

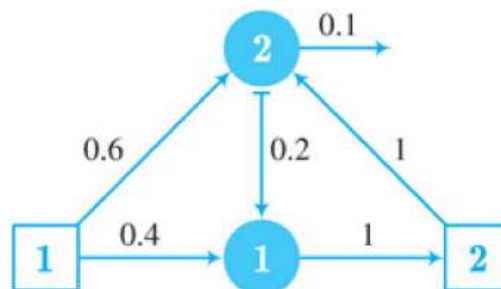
(9.) Disegnare il grafo d'influenza del modello di influenza descritto dalle seguenti matrici:

$$A = \begin{pmatrix} -1 & -1 & 2 \\ 1 & 2 & 0 \\ -2 & 1 & 1 \end{pmatrix} \quad B = \begin{pmatrix} 0 & -0.4 \\ 1 & -0.6 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$$

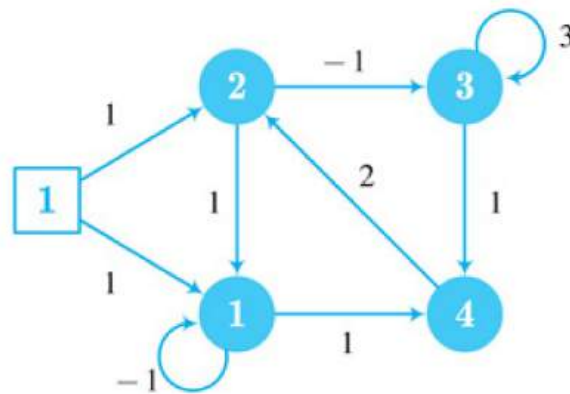
(10.) Scrivere le matrici A e B per il modello di flusso continuo il cui grafo di trasferimento è il seguente



(11.) Scrivere le matrici A e B per il modello di decisione il cui grafo di trasferimento è il seguente



(12.) Scrivere le matrici A e B per il modello di influenza il cui grafo d'influenza è il seguente



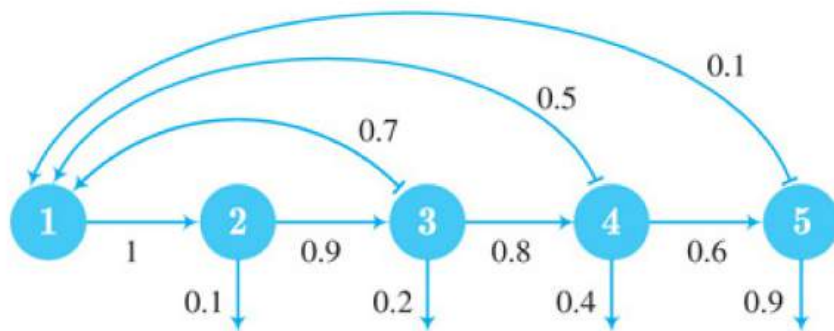
(13.) Scrivere la matrice A del modello di transizione tra stati per il calcolo del PageRank della rete di pagine web indicata nella figura.

PAGINA 1	PAGINA 2	PAGINA 3	PAGINA 4	PAGINA 5
LINKS: PAGINA 2 PAGINA 3 PAGINA 4	LINKS: PAGINA 1 PAGINA 3	LINKS: PAGINA 1 PAGINA 4 PAGINA 5	LINKS: PAGINA 1 PAGINA 2	LINKS: PAGINA 3 PAGINA 4

(14.) Scrivere la matrice A del modello di transizione tra stati per il calcolo del PageRank della rete di pagine web indicata nella figura.

PAGINA 1	PAGINA 2	PAGINA 3	PAGINA 4	PAGINA 5
LINKS: PAGINA 2 PAGINA 3 PAGINA 4	LINKS:	LINKS: PAGINA 1 PAGINA 4 PAGINA 5	LINKS: PAGINA 1 PAGINA 2 PAGINA 3	LINKS: PAGINA 3 PAGINA 4

(15.) Dato il modello a struttura d'età descritto dal seguente grafo di trasferimento



determinare se la popolazione complessiva è in espansione, estinzione o è stazionaria.

- (16.) Dato il modello a ragnatela definito dalle seguenti funzioni di offerta e di domanda

$$q = 5 + 2p$$

$$q = 20 - p$$

determinare il prezzo di equilibrio p_e e dire se tale prezzo viene raggiunto sul lungo periodo.

- (17.) Un magazzino contiene merce deperibile in quattro mesi e riceve dall'esterno, all'inizio di ogni mese, un lotto di merce appena prodotta. Pertanto, tale merce entro 4 mesi deve essere venduta oppure distrutta al termine del quarto mese. Mediamente, ogni mese, l'80% della merce che sta nel magazzino da meno di un mese viene venduta, mentre ogni mese ne viene venduta il 70% di quella che sta nel magazzino da meno di due mesi (ma più di un mese), il 50% di quella che sta nel magazzino da meno di tre mesi (ma più di due mesi) e il 30% di quella che sta nel magazzino da più di tre mesi. La merce invenduta alla fine del quarto mese viene distrutta. Costruire un modello del magazzino e cioè: definire le variabili indipendenti e di stato, disegnare il grafo del modello e scrivere le matrici A e B del sistema.
- (18.) Un impianto di smaltimento rifiuti, ogni giorno dalle ore 8:00 alle ore 20:00, riceve mediamente cinque tonnellate di rifiuti ogni ora contenenti circa il 35% di vetro. Dalle ore 20:00 alle

ore 8:00 del giorno dopo, l'impianto non riceve rifiuti ma lo smaltimento non viene mai interrotto. All'ingresso dell'impianto, il vetro viene immediatamente separato dal resto dei rifiuti e stoccato in un magazzino apposito all'interno dell'impianto stesso. I rifiuti rimasti vengono distrutti a un flusso costante di 1.5 tonnellate l'ora. Infine, mediamente, il vetro viene trasportato all'esterno dell'impianto con una densità di flusso pari al 25% l'ora. Costruire un modello dell'impianto e cioè: definire le variabili indipendenti e di stato, disegnare il grafo del modello e scrivere le matrici A e B del sistema. Disegnare inoltre l'andamento temporale delle variabili indipendenti.

- (19.) Una ditta produce un bene esclusivamente sulla base di ordini che vengono ricevuti ogni mese. La ditta ogni mese riceve dal fornitore la materia prima necessaria a evadere gli ordini ricevuti nel mese precedente spendendo 100 Euro di materia prima per ogni unità di bene da produrre. La produzione di ciascuna unità del bene richiede un mese, e dopo tale periodo di tempo, gli ordini vengono evasi ricavando 120 Euro per ogni unità di bene venduta. Costruire un modello in grado di descrivere l'andamento nel tempo del capitale posseduto dalla ditta: definire le variabili indipendenti e di stato, disegnare il grafo del modello e scrivere le matrici A e B del sistema.
- (20.) I sottoscrittori di polizze auto stipulate da una compagnia di assicurazione sono suddivisi in quattro classi di merito (1, 2, 3, 4). Ogni anno, al momento del rinnovo della polizza, il cliente che non abbia causato sinistri viene assegnato alla classe di merito superiore (rimane in prima categoria se già vi era), mentre il cliente che abbia causato sinistri viene assegnato alla classe di merito inferiore (rimane in quarta categoria se già vi era). Tutti i nuovi clienti vengono assegnati alla quarta classe. In base alle statistiche relative agli ultimi anni, è noto che ogni anno il 5% dei clienti di ogni categoria causa almeno un sinistro. Inoltre, un ulteriore 5% dei clienti di ogni categoria disdice la polizza per passare a un'altra compagnia assicurativa. Costruire un modello in grado di descrivere l'andamento negli anni dei

- clienti della compagnia nelle varie classi di merito. Definire le variabili indipendenti e di stato, disegnare il grafo del modello e scrivere le matrici A e B del sistema.
- (21.) Un fondo d'investimento garantisce un interesse annuo fisso del 3%. Le spese di gestione vengono calcolate sulla base del capitale presente nel fondo alla fine di ciascun triennio e detratte quindi alla scadenza dello stesso triennio. Tale spese sono pari all'1% del capitale. In altre parole, il fondo garantisce, per ogni triennio, un interesse del 3% per i primi due anni e del 2% per il terzo anno. Costruire un modello del fondo d'investimento e cioè: definire le variabili indipendenti e di stato, disegnare il grafo del modello e scrivere le matrici A e B del sistema.
- (22.) I passeggeri sbarcati all'aeroporto di Roma "Leonardo da Vinci" sono stati, nel 2006, circa 13.3 milioni. Di questi, 7.3 milioni provenivano da voli internazionali mentre i restanti 6 milioni da voli interni. Il 40% dei passeggeri di voli interni e il 2% di quelli di voli internazionali ha viaggiato con il solo bagaglio a mano. In media, i passeggeri con bagaglio da stiva, hanno portato con sé un solo bagaglio per quanto riguarda i voli interni, e 1.7 bagagli a testa per quanto riguarda i voli internazionali. Tutti i bagagli da stiva vengono scaricati dagli aeromobili e poi sostano in un unico deposito di raccolta prima di essere posti sui rulli nell'area ritiro bagagli dove vengono prelevati dai passeggeri. La densità di flusso con cui gli addetti svuotano il deposito di raccolta è pari al 78% l'ora. Assumendo un flusso costante di passeggeri (e bagagli) durante tutto l'anno, costruire un modello in grado di descrivere l'andamento nel tempo del numero di bagagli in sosta nel deposito di raccolta. Definire le variabili indipendenti e di stato, disegnare il grafo del modello e scrivere le matrici A e B del sistema.
- (23.) Un fondo d'investimento garantisce un interesse annuo fisso del 4% per i primi due anni e dell'1.5% per i seguenti otto anni. Costruire un modello del fondo d'investimento e cioè: definire le

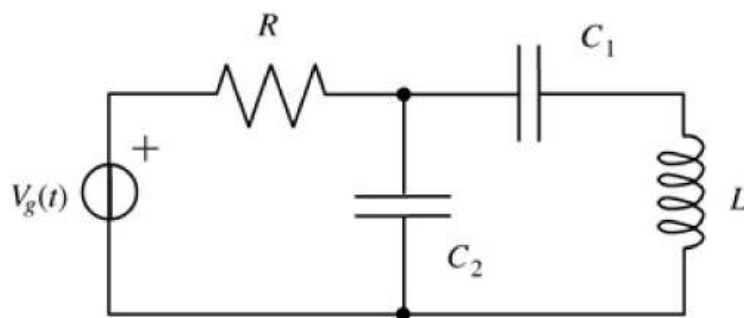
variabili indipendenti e di stato, disegnare il grafo del modello e scrivere le matrici A e B del sistema.

- (24.) Il termine "backup" indica l'operazione di duplicazione su un apposito supporto di memoria delle informazioni (dati o programmi) presenti sul disco di una postazione di lavoro. Si assuma di voler eseguire il backup di alcuni dati presenti sul proprio computer copiando tutti i byte, corrispondenti a tali dati, su un supporto ottico di memoria (DVD). Si assuma inoltre che la velocità del backup (scrittura dei dati nel DVD) sia costante e pari a 7800 KB/sec (1 KB = mille byte). Costruire un modello in grado di descrivere l'operazione di backup, cioè il numero di byte presenti sul computer e il numero di byte presenti sul supporto ottico in ogni istante di tempo. Definire le variabili indipendenti e di stato, disegnare il grafo del modello e scrivere le matrici A e B del sistema.
- (25.) Un casello autostradale è attraversato da un flusso continuo di automobili in ingresso e in uscita. La densità di flusso delle automobili complessivamente in uscita dal casello è approssimativamente pari all'80% l'ora. Quest'ultima ipotesi è da considerarsi ragionevolmente valida in quanto, all'aumentare delle macchine in coda, il gestore del casello decide proporzionalmente di aprire nuove corsie per il pagamento del pedaggio. Costruire un modello in grado di descrivere il numero complessivo di automobili in coda al casello, definire le variabili indipendenti e di stato, disegnare il grafo del modello e scrivere le matrici A e B del sistema.
- (26.) Un individuo possiede un conto corrente a un tasso d'interesse netto annuale del 2%. Ogni anno, subito dopo aver maturato gli interessi, preleva dal suo conto una somma di denaro (che può anche variare di anno in anno ed è indipendente dall'ammontare del capitale nel conto corrente) e la investe per il 40% in titoli di stato e il per il restante 60% in azioni. Sapendo che i titoli di stato hanno un rendimento annuale netto del 3% e che le azioni hanno un rendimento annuale netto del 4%, e che gli interessi maturati vengono ricapitalizzati in titoli di stato e azioni,

- rispettivamente, costruire un modello in grado di descrivere l'andamento nel tempo del capitale totale. Definire le variabili indipendenti e di stato, disegnare il grafo del modello e scrivere le matrici A e B del sistema.
- (27.) Tre aziende, indicate nel seguito come A , B e C , si dividono una determinata clientela. L'azienda A detiene il 30% della clientela, l'azienda B ne detiene il 25% e l'azienda C detiene il restante 45%. L'azienda A , per incrementare la propria quota di mercato (pacchetto clienti), decide di puntare su una campagna pubblicitaria che promette i seguenti risultati: l'azienda A conquisterà, ogni mese, un quinto dei clienti non suoi ma perderà, ogni mese, un quinto dei suoi clienti. Assumendo che il numero dei clienti complessivi rimanga costante, costruire un modello in grado di descrivere l'evoluzione del pacchetto clienti dell'azienda A a fronte della campagna pubblicitaria. Definire le variabili indipendenti e di stato, disegnare il grafo del modello e scrivere le matrici del sistema.
- (28.) Considerato l'esercizio precedente, si assuma di sapere che i clienti persi ogni mese dall'azienda A diventano in egual misura clienti di B e C e che C conquista, ogni mese, i due quinti dei clienti di B (si noti che A conquista ogni mese un quinto dei clienti di B e un quinto dei clienti di C). Costruire un modello in grado di descrivere l'evoluzione del pacchetto clienti delle tre aziende a fronte della campagna pubblicitaria. Definire le variabili indipendenti e di stato, disegnare il grafo del modello e scrivere le matrici del sistema.
- (29.) Si consideri il problema descritto nei due esercizi precedenti e si costruisca un modello di transizione tra stati in grado di descrivere l'evoluzione delle probabilità che un individuo sia un cliente di una delle tre aziende. Definire le variabili di stato, disegnare il grafo di transizione del modello e scrivere la matrice A del sistema.
- (30.) La contrattazione salariale fra governo e sindacati avviene mediante una serie di proposte di accordo. A ogni fase della contrattazione sia i sindacati sia il governo formulano delle

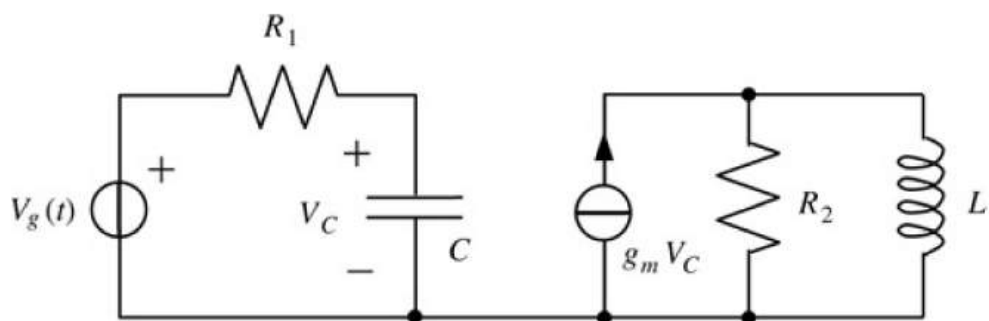
proposte salariali. Se le due proposte non coincidono, entrambe le parti ne formulano una nuova. I sindacati diminuiscono la loro domanda di una frazione α della differenza fra tale domanda e l'offerta del governo. A sua volta, il governo aumenta la propria offerta di una frazione β di tale differenza. Costruire un modello in grado di descrivere l'evoluzione della contrattazione. Definire le variabili indipendenti e di stato, disegnare il grafo del modello e scrivere le matrici del sistema.

- (31.) Il numero di criminali e di poliziotti presenti a un dato tempo t in una nazione rappresentano variabili che si influenzano reciprocamente. Se non ci fossero criminali, il numero di poliziotti diminuirebbe progressivamente, mentre il numero di criminali in assenza di poliziotti tenderebbe ad aumentare senza limiti. Inoltre, la presenza sul territorio di poliziotti ha l'effetto di diminuire il numero di criminali mentre questi ultimi, fanno sì che il numero di poliziotti tenda a incrementare in quanto la popolazione percepisce un maggiore pericolo. Si assuma infine la presenza di un flusso di criminali dovuto al reclutamento indipendente dal loro valore corrente e di un flusso di nuovi poliziotti dovuti a scelte autonome dello Stato. Determinare il modello d'influenza lineare a tempo continuo e scrivere le matrici A e B del sistema.
- (32.) Assegnato il circuito in figura, indicare le variabili di stato e le variabili indipendenti e determinare le matrici A e B del modello del circuito.

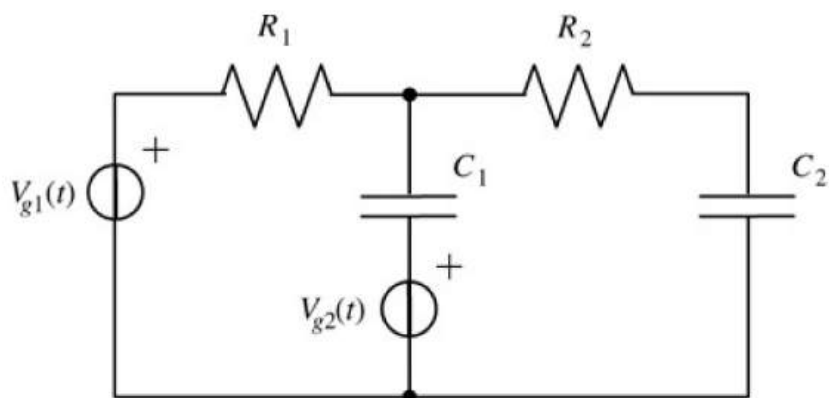


- (33.) Assegnato il circuito in figura, indicare le variabili di stato e le variabili indipendenti e determinare le matrici A e B del modello

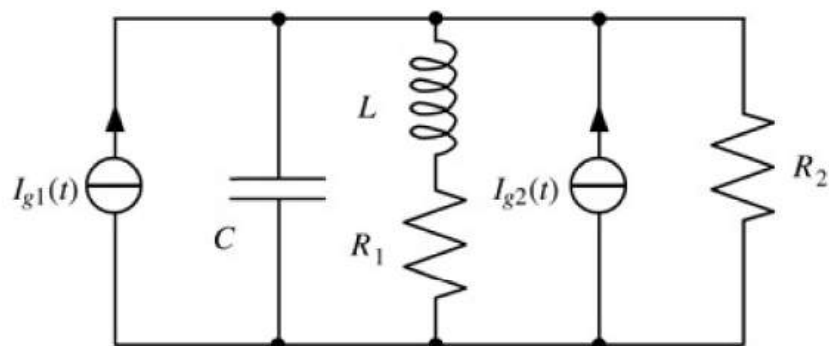
del circuito.



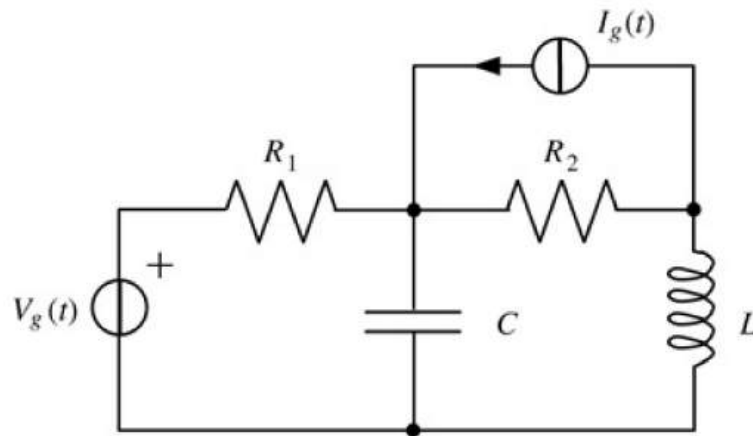
- (34.) Assegnato il circuito in figura, indicare le variabili di stato e le variabili indipendenti e determinare le matrici A e B del modello del circuito.



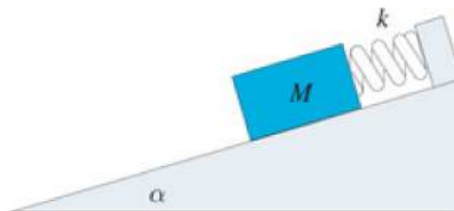
- (35.) Assegnato il circuito in figura, indicare le variabili di stato e le variabili indipendenti e determinare le matrici A e B del modello del circuito.



- (36.) Assegnato il circuito in figura, indicare le variabili di stato e le variabili indipendenti e determinare le matrici A e B del modello del circuito.

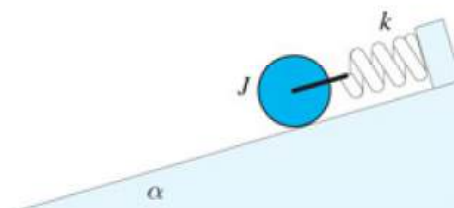


- (37.) Un corpo di massa M scivola senza attrito lungo un piano inclinato di un angolo α rispetto al piano orizzontale. Il corpo è collegato tramite una molla con costante elastica k a un supporto, come mostrato nella figura.



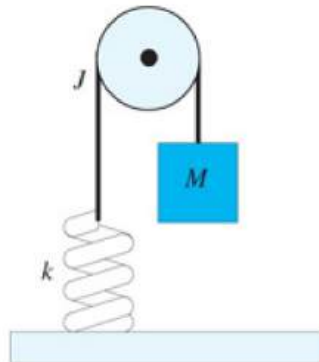
Indicare le variabili di stato e le variabili indipendenti e determinare le matrici A e B del modello del sistema meccanico.

- (38.) Una ruota di raggio r e momento di inerzia J rotola senza attrito lungo un piano inclinato di un angolo α rispetto al piano orizzontale. La ruota è collegata tramite una molla con costante elastica k a un supporto, come mostrato nella figura.



Indicare le variabili di stato e le variabili indipendenti e determinare le matrici A e B del modello del sistema meccanico.

- (39.) Una fune inestensibile collega tramite una carrucola un corpo di massa M a una molla di costante elastica k fissata a terra, come mostrato nella figura.



La carrucola ha raggio r e momento di inerzia J . Indicare le variabili di stato e le variabili indipendenti e determinare le matrici A e B del modello del sistema meccanico.