SERIE STORICHE - TEMA A

Padova, 31 Agosto 2026

Nome Cognome N. matricola

NOTA: Dove possibile si approssimino tutti i risultati alla terza cifra decimale

Il file *seriea.txt* contiene una serie storica di 150 dati quadrimestrali dal 1976.1 al 2025.3.

Esercizio 1. Si identifichi il modello SARIMA che si adatta meglio alla serie.

1. Si riportino gli ordini del modello prescelto:

p	d	q	P	D	Q	s
0	1	2	1	1	1	3

2. Si riportino le stime dei parametri:

Parametro	θ_1	θ_2	Φ_1	Θ_1			
Stima	1.539	-0.592	0.595	0.829			
p-value	0.000	0.000	0.000	0.000			

3. Si scriva il modello stimato in forma analitica:

   Il processo stimato può essere scritto nella seguente forma compatta:

   $$(1 - .595B^3)(1 - B)(1 - B^3)Y_t = (1 - 1.539B + 0.592B^2)(1 - 0.829B^3)\varepsilon_t$$

   In alternativa può essere scritto sviluppandolo in forma esplicita: $Y_t = \ldots$

4. Si giustifichino le scelte effettuate per la specificazione del modello e si riportino eventuali ulteriori statistiche che si ritengono utili per la diagnostica:

   Il modello presenta due differenziazioni, compatibili con l'andamento non lineare del grafico e con forma di ACF non stazionaria. I residui sono WN, ACF e PACF entro le bande di accettazione o al limite, statistiche di Ljung-Box non significative (es. $Q_{36} = 31.55, p = .489$). I parametri sono tutti significativi e le radici dei polinomi sono tutte in modulo superiori a 1. AIC=663.829 e BIC=678.747 inferiori ad altri possibili modelli.

Esercizio 2. Si stimi un modello lineare contenente una componente stagionale e un opportuno trend polinomiale (ordine massimo 4).

1. Nella tabella sottostante si riportino le stime dei parametri del modello prescelto:

Parametro	α_1	α_2	γ_1	γ_2	γ_3			
Stima	0.120	0.002	99.210	98.479	100.656			
p-value	.000	.000	.000	.000	.000			

2. Si scriva il modello stimato in forma analitica, giustificando le scelte effettuate per la sua specificazione:

$$y_t = .120t + .002t^2 + 99.210d_{1t} + 98.479d_{2t} + 100.656d_{3t} + \varepsilon_t$$

Il polinomio di grado 2 è stato scelto rispetto al grado 1 per il criterio di R^2 corretto e perché i parametri sono tutti significativi. Nel grado 3 e 4 invece i parametri diventano non significativi. La componente stagionale è specificata con 3 dummy quadrimestrali, eliminando l'intercetta del polinomio per evitare la trappola delle dummy.

3. Si destagionalizzi la serie a partire dal modello stimato, riportando i passaggi necessari e relativi coefficienti:

I coefficienti grezzi di stagionalità coincidono con i parametri stimati per le dummy:
99.210 98.479 100.656

Togliendo la loro media si ottengono i coefficienti ideali: -0.239 -0.969 1.208

La destagionalizzazione avviene sottraendo dal valore osservato il coefficiente ideale corrispondente al quadrimestre, ad esempio nella tabella successiva il primo ed il terzo.

4. Si completi la seguente tabella:

Trimestre	2025.1	2025.3
Valore osservato	155.276	158.958
Stagionalità stimata	-0.239	1.208
Valore destagionalizzato	155.515	157.750