SERIE STORICHE - TEMA B

Padova, 15 luglio 2026

Nome Cognome N. matricola

NOTA: Dove possibile si approssimino tutti i risultati alla terza cifra decimale

Il file *serieb.txt* contiene una serie storica di 160 dati trimestrali dal 1986 al 2025 compresi.

Esercizio 1. Si identifichi il modello SARIMA che si adatta meglio alla serie.

1. Si riportino gli ordini del modello prescelto:

p	d	q	P	D	Q	s
2	1	0	1	0	1	4

2. Si riportino le stime dei parametri:

Parametro	ϕ_1	ϕ_2	Φ_1	Θ_1	σ^2_ε		
Stima	0.243	-0.352	0.756	-0.560	1.178		
Std.Err.	0.075	0.077	0.056	0.073			

3. Si scriva il modello stimato in forma analitica:

   Il processo stimato può essere scritto nella seguente forma compatta:

   $$(1 - 0.243B + 0.352B^2)(1 - 0.756B^4)(1 - B)Y_t = (1 + 0.560B^4)\varepsilon_t$$

   In alternativa può essere scritto sviluppandolo in forma esplicita: $Y_t = \ldots$

4. Si giustifichino le scelte effettuate per la specificazione del modello e si riportino eventuali ulteriori statistiche che si ritengono utili per la diagnostica:

   Il modello presenta una differenziazione non stagionale, compatibile con l'andamento non stazionario del grafico e con forma di ACF non stazionaria. Un'eventuale ulteriore differenziazione porta a modelli con peggiore adattamento e/o radici unitarie.
   I residui sono WN, ACF e PACF entro le bande di accettazione o al limite, statistiche di Ljung-Box non significative (es. $Q_{36} = 23.73, p = .854$). I parametri sono tutti significativi e le radici dei polinomi sono tutte in modulo superiori a 1. AIC=491.754 e BIC=507.098 inferiori ad altri possibili modelli.

Esercizio 2. Si considerino le due medie mobili:

$$M_1 = \left\{ [3]; \frac{1}{3}[1, \mathbf{1}] \right\} \quad \text{e} \quad M_2 = \left\{ [5]; \frac{1}{9}[1, 2, \mathbf{3}] \right\}.$$

1. Si calcolino dove possibile i valori di $M1$ e $M2$ per i trimestri richiesti:

Mese	2025.1	2025.2	2025.3
M_1	169.937	169.566	169.925
M_2	169.424	169.809	Non possibile

2. Si discuta se le due medie mobili possano essere utilizzate per destagionalizzare la serie:
   M_1 è di ordine 3 e quindi non è adatta a destagionalizzare una serie con stagionalità 4.
   Lo stesso per M_2 che è di ordine 5 (NB: M_2 è ottenibile come composizione di medie mobili di ordine 3, ma non di ordine 4 come richiesto per poter destagionalizzare la serie).

Esercizio 3. Si escludano dal campione i 4 trimestri del 2025 e si stimi un modello $ARIMA(1, 1, 1)$.

1. Si completi la seguente tabella:

	ϕ_1	θ_1	Ljung-Box Q_{24}
Stima	-.189	.580	479.55
p-value	.086	.000	.000
Accetto H_0? ($\alpha = 0.05$)	SI	NO	NO

2. Si riportino le previsioni per il 2025, i rispettivi dati osservati, gli errori di previsione e il loro RMSE:

Trimestre 2025	I	II	III	IV	RMSE
Previsione	171.310	171.017	171.072	171.062	- - - - -
Dato osservato	171.061	168.991	168.645	172.139	- - - - -
Errore di previsione	0.249	2.026	2.427	-1.077	1.675