SERIE STORICHE - TEMA A

Padova, 29 giugno 2026

Nome Cognome N. matricola

NOTA: Dove possibile si approssimino tutti i risultati alla terza cifra decimale

Il file *seriea.txt* contiene una serie storica di 300 dati mensili dal 2001.1 al 2025.12.

Esercizio 1. Si identifichi il modello SARIMA che si adatta meglio alla serie.

1. Si riportino gli ordini del modello prescelto:

p	d	q	P	D	Q	s
1	1	1	0	0	1	12

2. Si riportino le stime dei parametri:

Parametro	ϕ_0	ϕ_1	θ_1	Θ_1			
Stima	0.405	0.462	0.843	-0.508			
p-value	0.000	0.000	0.000	0.000			

3. Si scriva il modello stimato in forma analitica:

   Il processo stimato può essere scritto nella seguente forma compatta:

   $$(1 - 0.462B)(1 - B)Y_t = 0.405 + (1 - 0.843B)(1 + 0.508B^{12})\varepsilon_t$$

   In alternativa può essere scritto sviluppandolo in forma esplicita: $Y_t = \ldots$

4. Si giustifichino le scelte effettuate per la specificazione del modello e si riportino eventuali ulteriori statistiche che si ritengono utili per la diagnostica:

   Il modello presenta una differenziazione non stagionale, compatibile con l'andamento crescente del grafico e con forma di ACF non stazionaria. Un'eventuale ulteriore differenziazione porta a modelli con peggiore adattamento.
   I residui sono WN, ACF e PACF entro le bande di accettazione o al limite, statistiche di Ljung-Box non significative (es. $Q_{36} = 36.14, p = .324$). I parametri sono tutti significativi e le radici dei polinomi sono tutte in modulo superiori a 1. AIC=1298.349 e BIC=1316.851 inferiori ad altri possibili modelli.

Esercizio 2. Si stimi un modello lineare contenente un trend parabolico e una componente stagionale.

1. Nella tabella sottostante si riportino le stime α_i dei parametri del trend e le stime richieste γ_j dei parametri relativi alla stagionalità:

Parametro	α_1	α_2	γ_1	γ_3	γ_6	γ_9
Stima	0.076	0.001	2.359	1.830	1.613	2.049
p-value	.000	.000	.000	.006	.017	.002

2. Si scriva il modello stimato in forma analitica (è consentito approssimare la componente stagionale alla prima cifra decimale):

$$y_t = .076t + .001t^2 + 2.4d_{1t} + 1.5d_{2t} + 1.8d_{3t} + 2.3d_{4t} + 1.7d_{5t} + 1.6d_{6t} \\ +3.4d_{7t} + 3.6d_{8t} + 2.0d_{9t} + 1.9d_{10t} + 1.5d_{11t} + 2.2d_{12t} + \varepsilon_t$$

3. Si completi la seguente tabella con i valori previsti dal modello e relativi residui:

Mese	2025.1	2025.6
Valore osservato	114.946	115.874
Valore previsto	113.257	115.993
Residuo	1.689	-0.119

Esercizio 3. Si proponga una media mobile M adatta a eliminare la componente stagionale conservando un trend lineare.

1. Media mobile proposta: Centratura di una media mobile semplice di ordine 12:

$$M = \left\{ [13]; \frac{1}{24}[1, 2, 2, 2, 2, 2, \mathbf{2}] \right\}.$$

2. Si calcolino dove possibile i valori di M per i mesi richiesti:

Mese	2025.1	2025.3	2025.9
M	111.557	113.425	Non possibile