SERIE STORICHE - TEMA B

Padova, 18 Febbraio 2026

Nome Cognome N. matricola

NOTA: Dove possibile si approssimino tutti i risultati alla terza cifra decimale

Il file *serieb.txt* contiene una serie storica di 150 dati trimestrali dal 1988.2 al 2025.3.

Esercizio 1. Si identifichi il modello SARIMA che si adatta meglio alla serie.

1. Si riportino gli ordini del modello prescelto:

p	d	q	P	D	Q	s
0	1	2	0	1	1	4

2. Si riportino le stime dei parametri:

Parametro	θ_1	θ_2	Θ_1	σ^2_ε			
Stima	0.370	0.165	0.300	516.42			
p-value	0.000	0.036	0.000				

3. Si scriva il modello stimato in forma analitica:

   Il processo stimato può essere scritto nella seguente forma compatta:

   $$(1-B)(1-B^4)Y_t = (1-0.370B-0.165B^2)(1-0.300B^4)$$

   In alternativa può essere scritto nella seguente forma esplicita:

4. Si giustifichino le scelte effettuate per la specificazione del modello e si riportino eventuali ulteriori statistiche che si ritengono utili per la diagnostica:

   Il modello presenta due differenziazioni, compatibili con l'andamento non lineare del grafico e con forma di ACF non stazionaria. I residui sono WN, ACF e PACF entro le bande di accettazione; il test di Ljung-Box non rifiuta l'ipotesi nulla (es. $Q_{20} = 16.21, p = .508$); lo stesso accade per il test di Pierce (es. $Q_4(6) = 1.72, p = .632$.
   I parametri sono tutti significativi e le radici dei polinomi sono tutte in modulo superiori a 1. AIC=1322.9 e BIC=1334.8 inferiori ad altri possibili modelli che rispettino le precedenti analisi diagnostiche.

Esercizio 2. Si stimi un modello lineare contenente una componente stagionale e un opportuno trend polinomiale (ordine massimo 4).

1. Nella tabella sottostante si riportino le stime dei parametri del modello prescelto:

Parametro	α_1	α_2	α_3	γ_1	γ_2	γ_3	γ_4	σ_ε
Stima	0.014	0.067	-0.001	2991.323	3001.953	2977.607	2998.148	29.91
p-value	.980	.000	.000	.000	.000	.000	.000	

2. Si scriva il modello stimato in forma analitica, giustificando le scelte effettuate per la sua specificazione:

$$y_t = .014t + .067t^2 - .001t^3 + 2991.323d_{1t} + 3001.953d_{2t} + 2977.607d_{3t} + 2998.148d_{4t} + \varepsilon_t$$

Il polinomio di grado 3 è stato scelto rispetto ai gradi 1 e 2 per il criterio di R^2 corretto e perché i parametri sono tutti significativi. Nel grado 4 invece i parametri diventano non significativi. Inoltre passando dal grado 2 al grado 3 il valore di σ_ε scende da 75.51 a 29.91.
La componente stagionale è specificata con 4 dummy trimestrali, eliminando l'intercetta del polinomio per evitare la trappola delle dummy.

3. Si riportino i passaggi necessari per destagionalizzare la serie a partire dal modello stimato:

   I coefficienti grezzi di stagionalità coincidono con i parametri stimati per le dummy:
   2991.323 3001.953 2977.607 2998.148

   Togliendo la loro media si ottengono i coefficienti ideali: -0.935 9.695 -14.651 5.891

   La destagionalizzazione avviene sottraendo dal valore osservato il coefficiente ideale corrispondente al trimestre, ad esempio nella tabella successiva il primo ed il terzo.

4. Si destagionalizzi la serie completando la seguente tabella:

Trimestre	2025.1	2025.3
Valore osservato	1012.401	961.409
Stagionalità stimata	-0.935	-14.651
Valore destagionalizzato	1013.336	976.060