

# Analisi Matematica 1, 29/08/23

Cognome e Nome ..... Matr. ....  
Corso di studi ..... Docente del corso .....

Punteggio indicativo tra parentesi quadre. Tempo a disposizione: **40 minuti**.

## Tema A

**Domande di Teoria** [8 punti] a cui rispondere su questo foglio



Parte di esercizi.

Cognome e Nome ..... Matr. ....  
Corso di studi ..... Docente del corso .....

**Nota:** nello svolgimento degli esercizi discutere brevemente i passaggi principali e indicare in particolare l'uso dei teoremi più importanti.

**Tema A**

**Esercizio 1** [con svolgimento, 8 punti]

(i) Calcolare l'integrale definito

$$\int_0^1 \frac{1}{1+e^x} dx$$

(ii) Trovare tutte le soluzioni della equazione differenziale

$$u' = \frac{u}{1+e^x} + e^{-x}, \quad (1)$$

(iii) Determinare, se esistono, tutte le soluzioni della equazione differenziale (1) che soddisfano la condizione

$$\lim_{t \rightarrow +\infty} u(t) = 0.$$



**Esercizio 2** [con svolgimento, 8 punti]

Si studi la funzione

$$f(x) = \arctan \left( \frac{|x-1|}{x^2+1} \right).$$

Discutere nella zona sottostante (dare il risultato **con i calcoli necessari a una minima giustificazione** rispettando gli spazi):

- il dominio (o *dominio naturale*)  $D$  di  $f$ .

$D =$

- i *limiti notevoli* di  $f$ :

○

○

○

○

- gli eventuali asintoti e la loro tipologia

- i punti di derivabilità e il calcolo della derivata,  $f'(x) =$

- i *limiti notevoli* della derivata: i limiti destro e sinistro della derivata nei punti di possibile non derivabilità;

- il segno della derivata e gli intervalli di monotonia di  $f$ :
- i punti di estremo locale e la loro natura:
- tracciare il grafico qualitativo di  $f$ :
- l'immagine della funzione e gli eventuali punti di estremo globale.  
 $f(D) =$



**Esercizio 3** [senza svolgimento, 5 punti]

(i) Determinare il polinomio di Taylor di grado 3 in  $x_o = 0$  di

$$f(x) = e^{3 \sin x}.$$

(ii) Calcolare il limite

$$\lim_{x \rightarrow 0} \left( e^{3 \sin x} - 3 \log(1+x) \right)^{\frac{2}{x^2}}$$

**Esercizio 4** [senza svolgimento, 4 punti]

Determinare tutte le soluzioni complesse della equazione seguente

$$2z^4 + (3 - \sqrt{3}i)z^2 + 1 - \sqrt{3}i = 0$$

e poi disegnarle nel piano complesso.