

10.7.

1. $u(t) = \log(t + c)$

2. $u(t) = -\frac{2}{t^2 + c}$

3. $u = c(t + 1) - 1$

4. $u = \pm \sqrt{t^2 + c}$

5. $u = \operatorname{tg}(t + c)$

6. $u = \frac{Ce^t}{1 - Ce^t}$

7. $u = Ce^{\frac{t^2}{2}} - 1$

8. $u = \pm \sqrt{t^2 - 2 \cos t + c}$

9. $u = \frac{1}{1 - ce^{t^2 - t}}$

10. $u = \log(t + t^2 + c)$

11. $u = \frac{2ct - 1}{ct - 1}$

12. $u = cte^{t^4}$

10.8.

1. $u = c\sqrt{|t|} + \frac{2}{5}t^3$

2. $u = (t + 2)\left(c + \frac{1}{8}\log \frac{|t|}{|t + 2|}\right)$

3. $u = ce^{\operatorname{sen} t} + (1 + \operatorname{sen} t)^2$

4. $u = ce^e t - (e^{2t} + 2e^t + 2)$

5. $u = \frac{c}{\cos t} + \frac{t + \operatorname{sen} t \cos t}{2 \cos t}$

6. $u = \frac{c}{t^3} + \frac{t^3 - 3t^2 + 6t - 6}{t^3}e^t$

7. $u = (e^t - 1)[c + 2 \log(1 - e^{-t})]$

8. $y = ce^{t^2} - \frac{1}{2}(1 + t^2)$

9. $y = ce^{-2 \operatorname{sen} x} + \operatorname{sen} x - \frac{1}{2}$

10. $y = \frac{c + \log x + \frac{1}{2}x^2}{1 + x^2}$

11. $y = ce^{2\sqrt{x}} - \sqrt{x} - \frac{1}{2}$

10.11. Se si deriva la frazione data, e si osserva che $u'_2 - u'_1 = a(u_2 - u_1)$ (e analogamente per $u'_3 - u'_1 = a(u_3 - u_1)$), si trova facilmente che la derivata è zero.

10.9.

1. $u = c_1 e^{2x} + c_2 e^x + x^2 + 3x + \frac{7}{2}$

2. $u = c_1 e^x + c_2 e^{-4x} - \frac{1}{4}x + \frac{1}{16}$

3. $u = c_1 + c_2 e^x - \frac{1}{2} \operatorname{sen} x + \frac{1}{2} \cos x$

4. $y = c_1 \operatorname{sen} 2x + c_2 \cos 2x + \frac{1}{3} \operatorname{sen} x + \frac{1}{5} e^x$

5. $v = c_1 + c_2 e^{-3x} + e^x \left(\frac{1}{4}x^3 - \frac{15}{16}x^2 + \frac{63}{32}x - \frac{223}{128} \right)$

6. $y = c_1 e^x + c_2 e^{3x} + \left(\frac{1}{8}x + \frac{3}{32} \right) e^{-x}$

7. $y = c_1 e^{\sqrt{2}x} + c_2 e^{-\sqrt{2}x} - \frac{1}{3}(x - 1) \operatorname{sen} x - \frac{2}{9} \cos x$

8. $u = c_1 \operatorname{sen} \sqrt{3}x + c_2 \cos \sqrt{3}x + \frac{1}{8}(2x - 1)e^x$

9. $y = c_1 + c_2 e^{-t} + t \left(1 + \frac{1}{2}t \right) - \frac{1}{2}e^{2t}$

10.10.

$$u(t) = e^{-at}(c_1 \cos \omega_1 t + c_2 \operatorname{sen} \omega_1 t) + \frac{A(\omega_0^2 - \omega^2)}{(\omega_0^2 - \omega^2)^2 + 4a^2 \omega^2} \cos \omega t +$$

$$+ \frac{2Aa\omega}{(\omega_0^2 - \omega^2)^2 + 4a^2 \omega^2} \operatorname{sen} \omega t.$$

Quando t diventa grande, il primo termine tende a 0 (fenomeno transitorio), e il moto tende a diventare un'oscillazione con periodo $\frac{2\pi}{\omega}$. Se si pone $D = \sqrt{(\omega_0^2 - \omega^2)^2 + 4a^2 \omega^2}$, $\cos \varphi = \frac{\omega_0^2 - \omega^2}{D}$ e $\operatorname{sen} \varphi = \frac{2a\omega}{D}$, il termine oscillante diventa $\frac{A}{D} \cos(\omega t - \varphi)$; il moto tende a diventare un moto oscillante con ampiezza $\frac{A}{D}$ e con uno "spostamento di fase" φ . La presenza dello smorzamento evita la risonanza; se però $\omega = \omega_0$ l'ampiezza diventa $\frac{A}{2a\omega_0}$, tanto maggiore quanto minore è la resistenza.