

9.1. Calcolare i seguenti integrali:

1. $\int_1^2 x dx$

2. $\int_{-1}^1 e^x dx$

3. $\int_a^b x^2 dx$

9.2. Dimostrare che se f è integrabile in $[a, b]$, anche $f^+(x) = \max \{f(x), 0\}$ e $f^-(x) = \max \{-f(x), 0\}$ sono integrabili.

9.3. Dimostrare che se $f(x)$ è integrabile in $[a, b]$, anche $|f(x)|$ è integrabile. Vale il viceversa?

9.5.* Dimostrare che se $f(t)$ e $p(t)$ sono due funzioni continue in $[x_1, x_2]$, con $p(t) \geq 0$, allora esiste un punto $\xi \in (x_1, x_2)$ tale che

$$\int_{x_1}^{x_2} f(t)p(t) dt = f(\xi) \int_{x_1}^{x_2} p(t) dt.$$

10.4. Tracciare il grafico delle funzioni seguenti:

1. $\sqrt{x^2 + x} - x$

6. $\frac{1-x}{x^2+1}$

10. $\frac{x+3}{x^2-5}$

2. $\sqrt{x+1} - \sqrt{x}$

7. $\frac{e^x+1}{e^x-1}$

11. $\frac{x^2-2}{x+1}$

3. $(x^2+2x)e^x$

8. $\frac{x-1}{x^3}$

12. $\frac{xe^{-x}}{x-1}$

4. $-\log \sin x$

9. $x^2(\log|x|-1)$

13. $\log(1-2\sin^2 x)$

5. $\sqrt{\frac{x^3}{x+3}}$

14. $\log \frac{x^2}{x-1}$

16. $\frac{\log x}{x^2}$

18. $x - 2 \operatorname{arctg} x$

15. $2x - \arcsin x$

17. $\sin x(1 - \sin x)$

19. $\frac{|x|}{|x+1|}$

10.5. Sia $0 < a < 1$, e sia ξ l'unica soluzione dell'equazione $x - \log_a x = 0$ (vedi esempio 10.7). Si dimostri che quando a tende a 1 da sinistra, anche ξ tende a 1.

10.6. Verificare che la funzione

$$f(x) = 4x^2 - \log(1+x^2) - \frac{\pi}{2} + 2 \operatorname{arctg} x$$

si annulla una sola volta nell'intervallo $[0, 1]$.

Tracciare il grafico delle seguenti funzioni:

261. $\sqrt{x+1} - \sqrt{x}$

262. $(x^2+2x)e^x$

263. $-\ln \sin x$

264. $\sqrt{\frac{x^3}{x+3}}$

265. $\frac{1-x}{x^2+3}$

266. $\frac{e^x+1}{e^x-1}$

267. $\frac{x-1}{x^3}$

268. $x^2(\ln x - 1)$

269. $\frac{e^{2x}+1}{e^x-1}$

270. $\frac{x+3}{x^2-5}$

271. $x + 2 \cos x$

272. $\frac{x^2-2}{x+1}$

273. $\frac{x}{x-1}e^{-x}$

274. $\ln(1+2\sin^2 x)$

275. $(x+1)e^{x/(x-1)}$

276. $(x-2)e^{x/(x-1)}$

277. $\ln \frac{x^2}{x-1}$

278. $2x - \arcsin x$

279. $\frac{\ln x}{x^2}$

280. $\sin x + \cos x$

281. $x - 2 \operatorname{arctg} x$

282. $e^{-x/(x^2+1)}$

283. $e^{x/(x^2-1)}$

284. $\cos x e^{\frac{1}{2}\sin x}$

285. $\frac{x}{x+1}e^{-x}$

286.* $\frac{\operatorname{arctg} x}{x}$

287. Studiare in dipendenza del parametro α l'andamento della funzione

$$f(x) = \ln x - \frac{\alpha}{x}.$$