

Trovare l'insieme di definizione delle seguenti funzioni:

1. $\sqrt{x-3}$
2. $\frac{x+1}{x^2-3x+2}$
3. $\sqrt{\frac{2x-1}{x+2}}$
4. $x \log_{10}(x^2-3)$
5. $\sqrt[3]{\frac{x-1}{x-2}}$
6. $\sqrt{2 \sin x + 1}$
7. $\sqrt{\ln \frac{x-1}{x}}$
8. $\sqrt[4]{\log_2(3x^2+2x)}$
9. $\frac{1+\operatorname{tg} x}{1+\operatorname{tg} 2x} \quad (-\pi \leq x \leq \pi)$
10. $\sqrt{\ln(\sqrt{x-3}+\sqrt{4-x})}$
11. $\frac{1}{\sqrt{\sin x}} + \frac{1}{\sqrt{\cos x}}$
12. $\sqrt{x|x|+1}$
13. $\sqrt{|x-3|-|x+4|}$
14. $\log_2 \log_3 \frac{|x+1|}{|x|}$
15. $\pi^x/|x-2|$
16. $\sqrt{\frac{|x|-|x+1|}{2}} - 1$
17. $\ln(|x|-2|x-1|)$
18. $\ln \sin \frac{x}{x+1}$
19. $\frac{x}{e - e^{1/x}}$
20. $\frac{x^{\sin x} + 1}{e^{\sin x} - 1}$
21. $\sqrt{\ln \frac{\sqrt{x} + \sqrt{1-x}}{\alpha}} \quad (\alpha > 0)$
22. $\sqrt[4]{\ln(\sqrt{2x-1} + \sqrt{1-x})}$

Trovare l'immagine $f(C)$, dove f e C sono

23. $1 - \frac{1}{x} \quad (0, 1)$
24. $\frac{x^2+1}{x^2-1} \quad [2, +\infty)$
25. $\frac{x^2+1}{x^2-1} \quad (1, 2]$
26. $\frac{x^2+1}{x^2-1} \quad \left(\frac{1}{2}, 1\right)$
27. $\ln(e^x + 1) \quad \mathbb{R}$
28. $x^2 + x^{-2} \quad \mathbb{R} - \{0\}$
29. $\ln \frac{x}{x+2} \quad (0, +\infty)$
30. $x^2 + x + 1 \quad \mathbb{R}$
31. $[x^2 + x] \quad [0, 3]$
32. $x + [x] \quad \mathbb{R}$
33. $|x-1| \quad [0, 5]$
34. $\frac{x+|x|}{2} \quad (-2, 2)$

Si calcoli $f^{-1}(C)$ nei casi seguenti:

35. $\ln x \quad [0, 1]$
36. $2x+3 \quad [1, 3]$
37. $x^2+1 \quad [0, 2)$
38. $\sqrt{1+x} \quad (0, 1)$
39. $[x^2+x] \quad [0, 5]$
40. $x + [x] \quad \left\{\frac{5}{2}\right\}$
41. $x + [x] \quad \left\{\frac{3}{2}\right\}$
42. $\frac{x-|x|}{2} \quad (-1, 1)$

Disegnare il grafico delle seguenti funzioni:

43. $|x+1|$
44. $\frac{x+|x|}{2}$
45. $\frac{|x|-x}{2}$
46. $[-x]$
47. $-1 - [-x]$
48. $\{-x\}$
49. $\max(\sin x, \cos x)$
50. $\max(\{x\}, \{-x\})$
51. $\llbracket x \rrbracket = \min(\{x\}, \{-x\})$
52. $[x] + \{-x\}$
53. $[x] - \{x\}$
54. $\{2-x\} + \{x+1\}$
55. $x + \{-x\}$
56. $[x^2]$
57. $\min\left(\frac{1}{x^4}, x^2\right)$
58. $1 + 2 \left[\frac{x}{1+x^2} \right]$
59. $1 + \left[\frac{2x}{1+x^2} \right]$

Trovare l'insieme di definizione e l'espressione della funzione composta $g \circ f$ quando $g(x)$ e $f(x)$ sono le funzioni seguenti:

60. $x^2+x; \frac{x-1}{2x+5}$
61. $\sqrt{1-x^3}; \frac{x^2+1}{x-3}$
62. $\ln(1-x); \frac{4x}{x^2+3}$
63. $\sqrt{\ln x}; \frac{x^2-1}{x}$
64. $\sqrt{\ln x}; \frac{x}{x^2+1}$
65. $\sqrt{e^x-1}; \sin x$
66. $e^{2x}; x^2+1$
67. $\sin x; \sin x$

Trovare l'insieme di definizione delle seguenti funzioni:

68. $\arccos \frac{x-3}{x+1}$

69. $\sqrt{\arctg \frac{x+2}{x}}$

70. $\ln \arcsin(x^2 - 3)$

71. $\arcsin \frac{x-1}{x+1} + \ln(1-x^2)$

72. $\operatorname{tg} \arccos \frac{x}{x+2}$

73. $e^{\sqrt{\ln(1+x)}}$

74. $\arccos \left(1 - \frac{x^2-1}{x}\right)$.

75. Dire quali delle funzioni degli esercizi 68-74 sono invertibili, e in caso di risposta positiva trovare le loro inverse. Esaminare se le funzioni date sono monotone.

76. Se il grafico della funzione $f(x)$ è quello disegnato nella figura 5.4, tracciare il grafico di $[f(x)]$ e di $\{f(x)\}$.

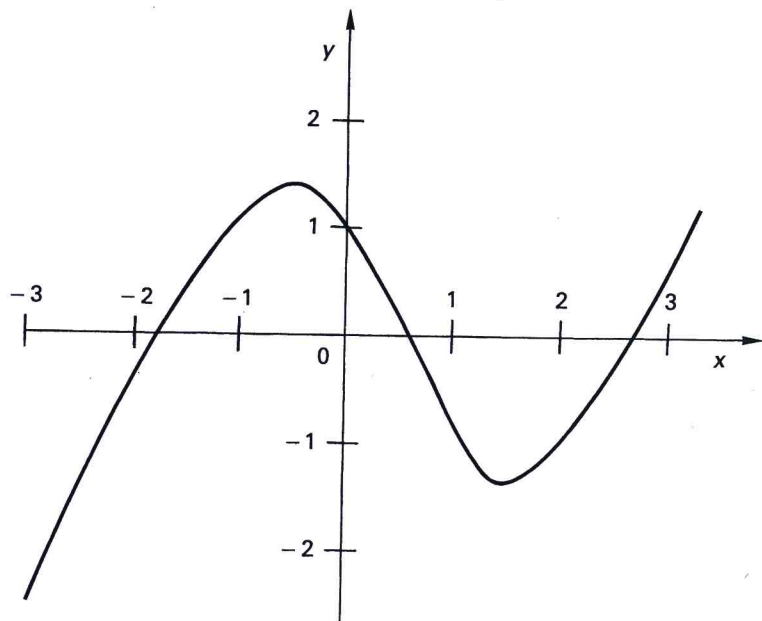


Figura 5.4

Trovare, se esiste, l'inversa delle seguenti funzioni:

77. $\operatorname{arctg} x$

78. $[x] - \{x\}$

79. $[x] + \{-x\}$

80. $x + [x]$

81. $x - |x|$

82. $\frac{x-\alpha}{x+\beta}$

83. $\frac{1}{x}$

84. $2x + |x|$.

Dire se le funzioni in esame sono monotone.

85. La funzione $f(x) = 2x - x^2$ non è iniettiva in $\mathbb{R}$. Trovare un intervallo $[a, b]$ tale che la restrizione di f a tale intervallo sia invertibile, e scrivere la funzione inversa.

86. Dire per quali valori di $\alpha \in \mathbb{R}$ è invertibile la funzione $f(x) = x + \alpha|x|$, e scrivere la funzione inversa. Tracciare un grafico di f e, quando esiste, di f^{-1} .