

2.30. Calcolare il modulo dei seguenti numeri complessi:

1. -1
4. $\frac{1-2i}{i-2}$
7. $1 - \frac{i}{i-1}$
10. $\frac{i}{i+1} + \frac{i-2}{i-1}$
2. $1-2i$
5. $(i-1)(i+1)(1-3i)$
8. $i(1+i)^2$
11. $(2i-1)^3$
3. $i(2i-3)$
6. $\frac{i}{2i-3}$
9. $1+i+i(1+2i)$
12. $\frac{i}{(i+1)(2i-1)}$

2.31. Mettere in forma esponenziale i seguenti numeri complessi:

1. $1+i$
4. i
7. $\frac{1+i}{1-i}$
10. $\frac{2^8}{(-\sqrt{6}-i\sqrt{2})^5}$
2. $3-3i$
5. -1
8. $(1+i)(2-2i)$
11. $\frac{1}{(1-i)^2} - i$
3. 2
6. $i(1+i)$
9. $\frac{i(i-1)}{(1+i)^2}$
12. $\frac{1-i}{i}$

2.32. Dimostrare che se z è un numero complesso con $|z|=1$, si ha

$$\left| \frac{3z-i}{3+iz} \right| = 1.$$

2.33. Calcolare le seguenti radici:

1. $\sqrt{i}$
5. $(1+i)^{-\frac{3}{2}}$
2. $\sqrt[3]{-1}$
6. $\sqrt{-1-i}$
3. $\sqrt{2-2i}$
7. $\sqrt{\frac{1+i}{i}}$
4. $\sqrt[4]{1+i\sqrt{3}}$
8. $\sqrt[3]{i-\sqrt{3}}$

2.34. Risolvere le seguenti equazioni:

1. $z^2 + 3iz + 4 = 0$
6. $z + i\bar{z}^2 + 2i = 0$
2. $z^2 + 2iz + 3 = 0$
7. $z^3\bar{z} + 3z^2 - 4 = 0$
3. $z^2 + 2z + 1 - i = 0$
8. $z^2 + |z|^2 = 1 + 2i$
4. $z|z| - 2z - i + 1 = 0$
9. $z^3\bar{z} = 2i$
5. $z^4 = |z|^2 + 2$

3.1. Verificare che la somma $\mathbf{x} + \mathbf{y}$ verifica le seguenti proprietà:

- (i) $\mathbf{x} + \mathbf{y} = \mathbf{y} + \mathbf{x}$,
- (ii) $(\mathbf{x} + \mathbf{y}) + \mathbf{z} = \mathbf{x} + (\mathbf{y} + \mathbf{z})$,
- (iii) $\exists \mathbf{0} : \mathbf{x} + \mathbf{0} = \mathbf{x}$,
- (iv) $\exists -\mathbf{x} : \mathbf{x} + (-\mathbf{x}) = \mathbf{0}$.

3.2. Verificare che si ha:

- (i) $t(\mathbf{x} + \mathbf{y}) = t\mathbf{x} + t\mathbf{y}$;
- (ii) $(t+s)\mathbf{x} = t\mathbf{x} + s\mathbf{x}$;
- (iii) $0 \times \mathbf{x} = \mathbf{0}$;
- (iv) $(-1) \times \mathbf{x} = -\mathbf{x}$.

3.3. Calcolare la norma dei seguenti vettori:

1. $(1, -1)$
3. $(a, 2a, -a)$
5. (a, a^2)
2. $(0, 1, 2)$
4. $2(1, -1) + 3(-2, 1)$
6. $(1, 0, -2, 2)$

Definizione. Si dice che $x, y \in \mathbb{R}^n$ sono *ortogonali* se il loro prodotto scalare è 0.

3.4. Dire se i seguenti vettori di $\mathbf{R}^3$ sono ortogonali a $(1, 0, 1)$:

1. $(-1, 2, 2)$
3. $(0, 1, 0)$
5. $(1, 1, 1)$
2. $(1, -2, -1)$
4. $(-2, 1, 2)$

3.5. Trovare i vettori di $\mathbf{R}^3$ ortogonali a $(1, 1, 0)$.

3.6. Trovare i vettori di $\mathbf{R}^3$ ortogonali sia a $(1, 1, 1)$ che a $(1, 0, 1)$.

3.7. Calcolare le distanze tra le seguenti coppie di punti in $\mathbf{R}$:

1. $1, 3$
4. $5, -\sqrt{2}$
2. $-\frac{1}{3}, \frac{1}{3}$
5. a, a^2
3. $-1, -4$
6. $|1+h|, h$