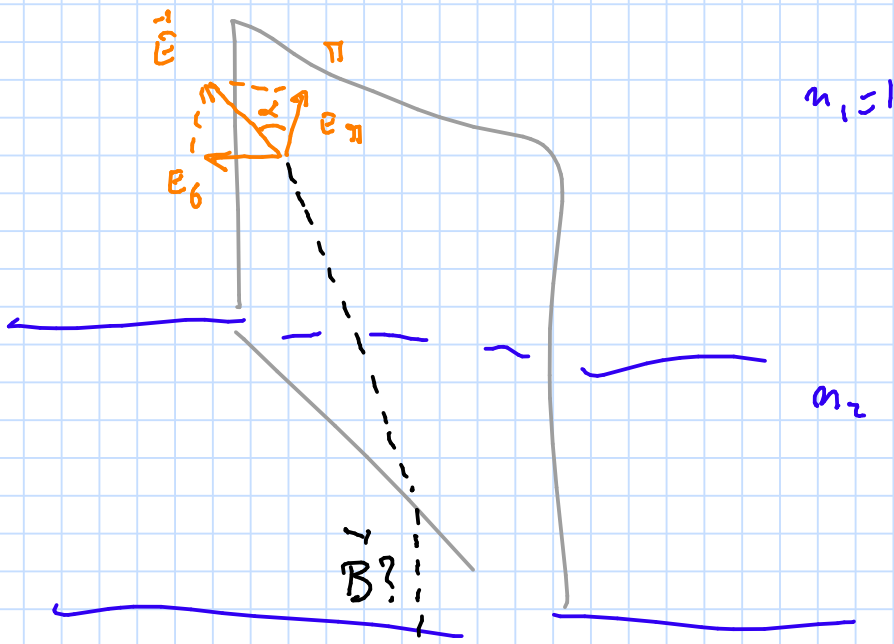


continuum esercizio



Fresnel: $B_{t\pi}, E_{t\sigma} \Rightarrow E_t \Rightarrow B_t$

$$I_i = \frac{1}{2Z_0} E_i^2 \Rightarrow E_i = \sqrt{2Z_0 I_i} = 476 \text{ V/m}$$

$$E_{i\pi} = \cos 30^\circ E_i = 412 \text{ V/m}$$

$$E_{i\sigma} = \sin 30^\circ E_i = 238 \text{ V/m}$$

$$\alpha = \frac{\cos \theta_2}{\cos \theta_1} = 1.04$$

$$\beta = \frac{n_2}{n_1} = n_2 = 1.52$$

$$B_{t\pi} = t_\pi E_{i\pi} = \frac{2}{1+\beta} E_{i\pi} = 322 \text{ V/m}$$

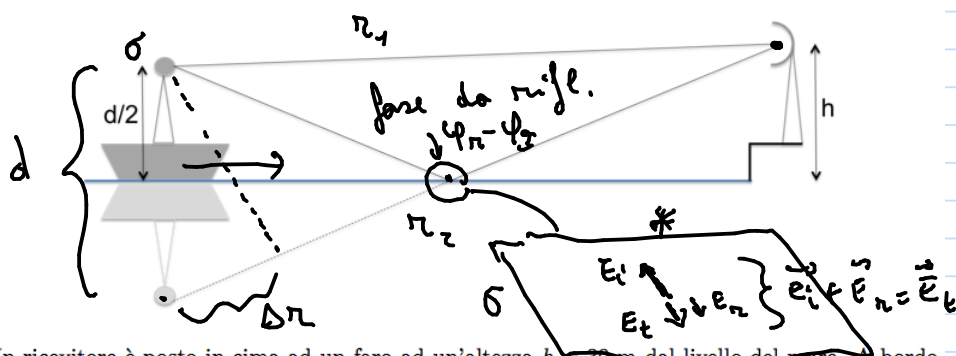
$$B_{t\sigma} = t_\sigma E_{i\sigma} = \frac{2}{1+\alpha\beta} E_{i\sigma} = 185 \text{ V/m}$$

$$B_t = \sqrt{B_{t\pi}^2 + B_{t\sigma}^2} = 371 \text{ V/m} \Rightarrow B_t = \frac{E_t}{c/n_2} = \frac{n_2 E_t}{c} = 1.88 \mu\text{T}$$

3) intensità nel dielettrico:

conosciamo $B_t \Rightarrow I_t = \frac{1}{2} \frac{n_2}{Z_0} E_t^2 = 278 \text{ W/m}^2$

$\frac{1}{2}$: onda monochrom.



Un ricevitore è posto in cima ad un faro ad un'altezza $h = 30$ m del livello del mare. A bordo di una nave al largo che si sta avvicinando al faro è installato, ad un'altezza $d/2 = 15$ m dal livello del mare, un emettitore di onde e.m. sferiche polarizzate orizzontalmente di frequenza $\nu = 5.95$ GHz. Il segnale prodotto dall'emettitore interferisce con la sua componente riflessa dalla superficie del mare ($n = 1.33$) nel punto in cui viene rivelato e misurato dal ricevitore.

a) Quanto vale la differenza di fase $\varphi_R - \varphi_I$ tra l'onda incidente sulla superficie del mare e la corrispondente onda riflessa? Giustificare sinteticamente la risposta. È lecito trattare la riflessione nell'approssimazione di onda piana.

b) Quando la nave si trova ad una distanza $L = 2.1$ km dal faro, il rivelatore misura un massimo di intensità. A che distanza L' dal faro si trova la nave quando il rivelatore misura il massimo di intensità immediatamente successivo? La figura è un implicito suggerimento.

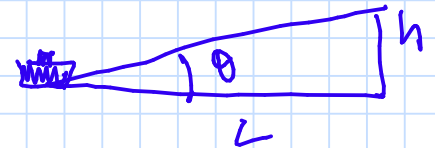
c) Nelle condizioni del punto precedente, calcolare la variazione relativa di intensità, $\Delta I/I = (I' - I)/I$, del segnale sul ricevitore nel passaggio dal primo massimo di intensità al successivo.

(a) da (*) : $\varphi_R - \varphi_I = \pi$

$$\begin{aligned} \delta &= K(r_2 - r_1) + (\varphi_R - \varphi_I) \\ &= \frac{2\pi}{\lambda} \Delta r + \pi \\ &= \frac{2\pi}{\lambda} d \sin \theta + \pi \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} &= \frac{2\pi}{\lambda} d \frac{h}{L} + \pi \\ \delta &= \pi \left(\frac{2h}{\lambda L} d + 1 \right) \end{aligned}$$

$$\sin \theta \approx \tan \theta = \frac{h}{L}$$



(b) conoscendo δ
 $L = 2.1$ km c'è max, qual è m corrisp.?

$$\begin{aligned} \lambda &= \frac{c}{\nu} \quad , \quad \text{dist. tra sorgenti} = \frac{d}{2} + \frac{d}{2} = d \\ &= \frac{3 \cdot 10^8 \text{ m/s}}{5.95 \cdot 10^9 \text{ s}^{-1}} = 5 \text{ cm} \end{aligned}$$

max interf. per $\delta = 2m\pi$

$$2m\pi = \pi \left(\frac{2h}{\lambda L} d + 1 \right) \Rightarrow m = 9$$

avvicina : $L' < L \Rightarrow m' = m + 1 = 10$

immediatamente
 succes.

$$L' = \frac{1}{m' - \frac{1}{2}} \frac{h d}{\lambda} = 1880 \text{ m}$$

$$(c) \quad \frac{\Delta I}{I} = \frac{I' - I}{I}$$

$$\begin{array}{l} I' \text{ in } L' \\ I \text{ in } L \end{array}$$

$\frac{R_0}{\lambda} \approx 1$ in buona approssimazione.

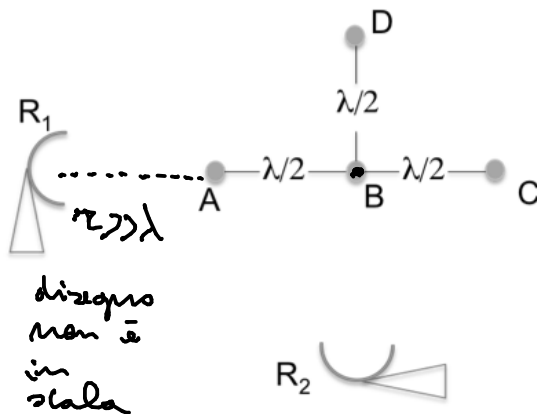
$$I \approx I_1 \sim \left(\frac{1}{L}\right)^2$$

$$I' \sim \left(\frac{1}{L'}\right)^2$$

I_1 di una sorgente
puntuale sono onde sferiche

$$\frac{\Delta I}{I} = \frac{\left(\frac{1}{L'}\right)^2 - \left(\frac{1}{L}\right)^2}{\left(\frac{1}{L}\right)^2} = \left(\frac{L}{L'}\right)^2 - 1 = 0.249$$

I da L a L' è variata di 25%.



Quattro sorgenti identiche e coerenti di onde e.m. sferiche monocromatiche, che emettono in fase alla lunghezza d'onda λ onde polarizzate lungo l'asse z , sono poste (si veda la figura di destra) nei seguenti punti del piano (xy) : $A : (x_A = -\lambda/2, y_A = 0)$; $B : (x_B = 0, y_B = 0)$; $C : (x_C = \lambda/2, y_C = 0)$; $D : (x_D = 0, y_D = \lambda/2)$. Due rivelatori R_1 e R_2 si trovano rispettivamente sul semiasse negativo delle x e sul semiasse negativo delle y , a grande ma identica distanza $r \gg \lambda$ da B . Si sfrutti l'ipotesi precedente per: (i) identificare con un singolo valore E_0 l'ampiezza massima, nei punti dove si trovano i due rivelatori, del campo elettrico generato separatamente da ciascuna delle quattro sorgenti; (ii) trascurare correzioni di ordine $(\lambda/r)^2$ o superiore nel calcolo delle fasi. Le risposte ai quesiti vanno giustificate con formule esplicite.

- (a) Quale dei due rivelatori riceve il segnale di maggiore intensità media?
- (b) Quale dei due rivelatori riceve il segnale di maggiore intensità media, ammesso che ce ne sia uno, nel caso in cui la sorgente B sia spenta e le altre tre siano accese?
- (c) Quale dei due rivelatori riceve il segnale di maggiore intensità media, ammesso che ce ne sia uno, nel caso in cui la sorgente D sia spenta e le altre tre siano accese?
- (d) Quale dei due rivelatori è in grado di stabilire se la sorgente B è spenta e le altre tre sono accese oppure la sorgente D è spenta e le altre tre sono accese?

$$(a) R_1: E_{10} = \left| E_0 \left(\underset{\textcircled{A}}{e^{ik(r-\frac{\lambda}{2})}} + \underset{\textcircled{B}}{e^{ikr}} + \underset{\textcircled{C}}{e^{ik(r+\frac{\lambda}{2})}} + \underset{\textcircled{D}}{e^{ik\sqrt{r^2+\frac{\lambda^2}{4}}}} \right) \right|$$

$$\Rightarrow E_0 \underbrace{|e^{ikr}|}_1 \left[\underbrace{e^{-ik\frac{\lambda}{2}}}_{k=\frac{2\pi}{\lambda} \Rightarrow e^{-i\pi} = -1} + 1 + e^{ik\frac{\lambda}{2}} + 1 \right]$$

$$\sqrt{r^2 + \frac{\lambda^2}{4}} = r \left(1 + \frac{\lambda^2}{4r^2} \right)^{\frac{1}{2}} \simeq r \left(1 + \frac{1}{2} \frac{\lambda^2}{r^2} \right) \simeq r$$

trascuriamo sequendo
indicazioni

$\Rightarrow B$ e D hanno circa lo stesso effetto su R_1

$$\Rightarrow E_0 [-1 + 1 - 1 - 1] = 0$$

- (
- (
- (
- (
- (
- (, n
- (
- (
- (

$$\cup R_z$$

$R_2: \quad E_0 \left(e^{ik_1 r} + e^{ik_2 r} + e^{ik_3 r} + e^{ik \left(r + \frac{\Delta}{2} \right)} \right)$
(A) (B) (C) (D)
↑
trascuriamo
ancora
 $\sim \frac{1}{r^2}$
 $\frac{1}{r^2}$

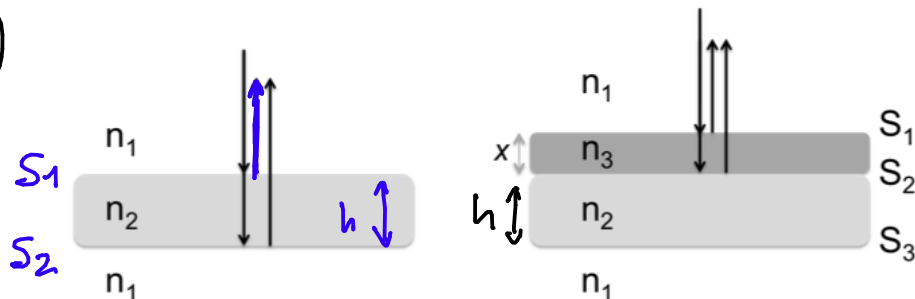
$$E_0(1 + 1, 1 - 1) = 2E_0$$

$$R_1 \quad I_1 = 0$$

$$R_2 \quad I_2 = 4 I_0$$

E_0, I_0 da
ningda zoq.

(F)



Un fascio di luce di lunghezza d'onda $\lambda = 550 \text{ nm}$ incide normalmente su una sottile lamina di silicio a facce piane e parallele di spessore h ed indice di rifrazione $n_2 = 3.4$. La lamina è immersa in aria, il cui indice di rifrazione può essere approssimato con $n_1 = 1$.

(a) Esprimere la differenza di fase $\Delta\phi_0$ tra la luce riflessa dalla prima e dalla seconda faccia della lamina in funzione di n_2 , λ e h .

Sulla lamina viene steso un sottile strato di monossido di silicio di spessore x ed indice di rifrazione $n_3 = 1.45$. Siano S_1 , S_2 e S_3 le superfici di separazione tra aria e monossido di silicio, monossido di silicio e silicio e silicio ed aria rispettivamente. Trascurando la componente riflessa in S_3 , la percentuale di intensità luminosa riflessa risulta:

$$R = R_1 + R_2 + 2\sqrt{R_1 R_2} \cos \Delta\phi_1$$

con $R_1(n_1, n_3)$ ed $R_2(n_2, n_3)$ coefficienti di riflessione in S_1 e S_2 rispettivamente; $\Delta\phi_1$ è la differenza di fase tra la luce riflessa in S_1 e S_2 .

(b) Calcolare il minimo valore x_m dello spessore dello strato di monossido di silicio affinché la percentuale di intensità riflessa sia minima.

Per $x = x_m$ calcolare:

(c) il corrispondente valore R_m di R ;

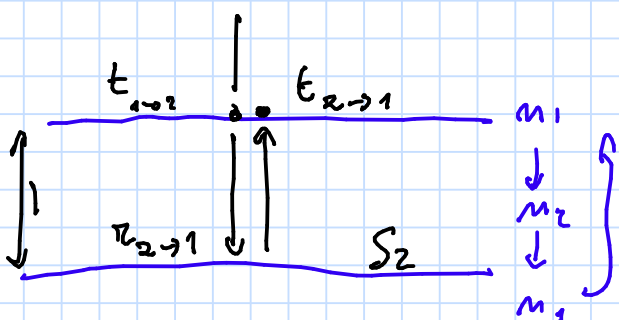
(d) il valore di n_3 per cui, con i valori dati di n_1 e n_2 , si avrebbe $R_m = 0$.

incidenza normale:

$n_1 \rightarrow n_2$

$$r = \frac{1 - \frac{n_2}{n_1}}{1 + \frac{n_2}{n_1}} < 0$$

$\Rightarrow$ fase π accumulata dal campo riflesso in S_1



$$t_{1 \rightarrow 2}, t_{2 \rightarrow 1} > 0$$

$$r_{2 \rightarrow 1} > 0$$

non intro. fasi

non c'è fase aggiunta da riflessione in S_2

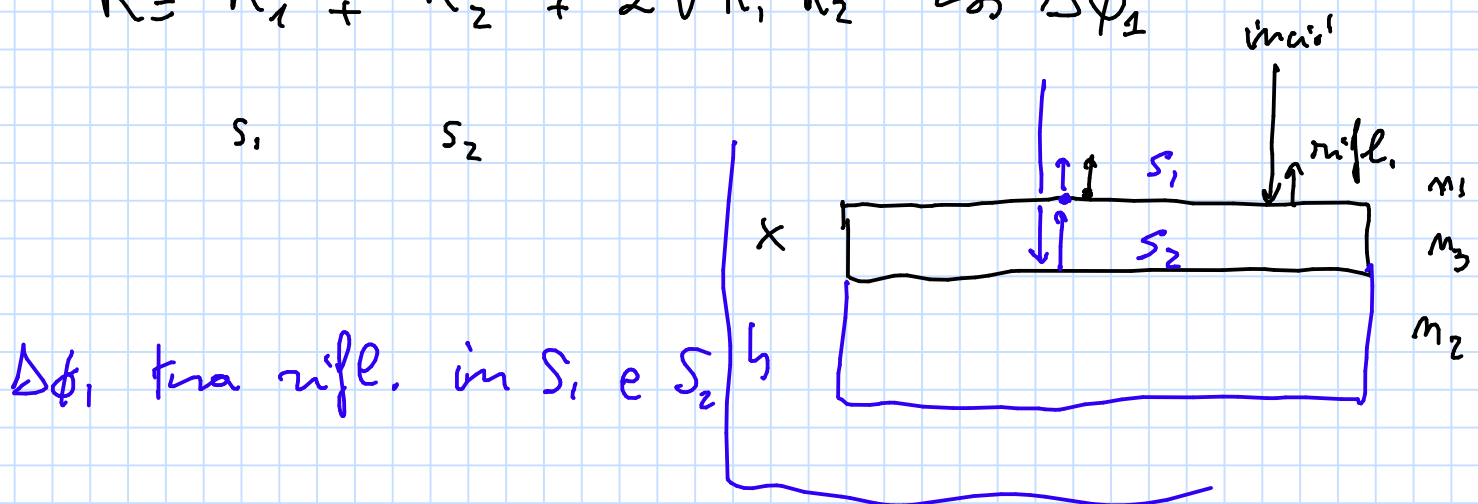
$$\Delta\phi_0 = k_2 \cdot 2h + \pi = \frac{2\pi}{\lambda_2} \cdot 2h + \pi = \frac{4\pi}{\lambda} \frac{n_2 h}{\lambda} + \pi$$

↑
riflessione in S_1

caso con n_3
percentuale di luce riflessa

$$R = R_1 + R_2 + 2\sqrt{R_1 R_2} \cos \Delta\phi_1$$

S_1 S_2



$\Delta\phi_1$ tra rifl. in S_1 e S_2

(b) $x_{\min}$ minimo tale che la luce rifl. sia minima

la luce rifl. in S_1 direttamente accumula fase π ($n_1 < n_3$ come prima)

la stessa fase π viene accumulata da luce trasmessa in n_3 e riflessa in S_2 ($n_3 < n_2$)

$\Rightarrow \Delta\phi_1$ solo da differenza di cammino ottico

$$\Delta\phi_1 = k_3 \cdot 2x = \frac{4\pi n_3 x}{\lambda} \quad (\text{mod. } 2\pi)$$

spessore minimo
quando $\Delta\phi_1 = \pi$

$$x_{\min} = \frac{\lambda}{4n_3} = \frac{\lambda_3}{4} = 94.8 \text{ nm}$$

si minimizza spessore perché

$$\left. \begin{array}{l} n_1 < n_3 \\ n_3 < n_2 \end{array} \right\}$$

con $X = X_M = X_{\min}$

cosa vale $R_m = R$?

$$R_1 = \left(\pi_{1 \rightarrow 3} \right)^2 = \left(\frac{m_1 - m_3}{m_1 + m_3} \right)^2 = 0.0337$$

$$R_2 = \left(\pi_{3 \rightarrow 1} \right)^2 = \left(\frac{m_3 - m_1}{m_3 + m_1} \right)^2 = 0.162$$

$$R_m = R_1 + R_2 + 2\sqrt{R_1 R_2} \cos \Delta\phi_1$$

$\underbrace{\cos \Delta\phi_1}_{=-1 \text{ nel minimo}}$

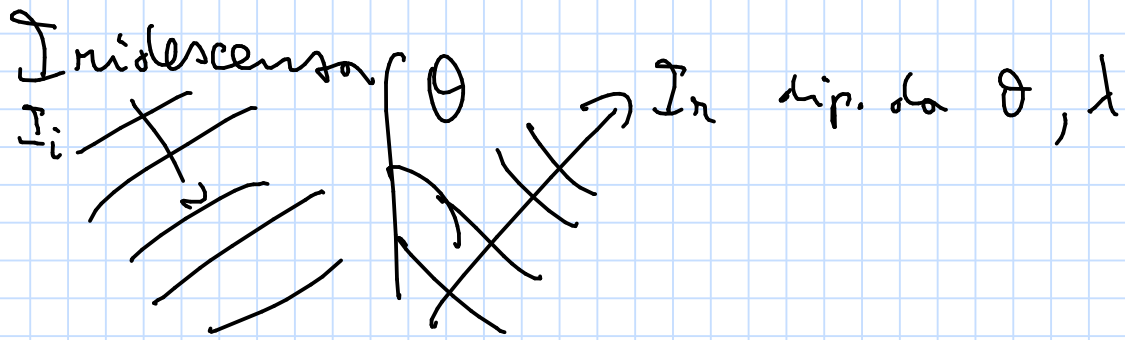
$$R_m = R_1 + R_2 - 2\sqrt{R_1 R_2}$$

$$= 0.0477$$

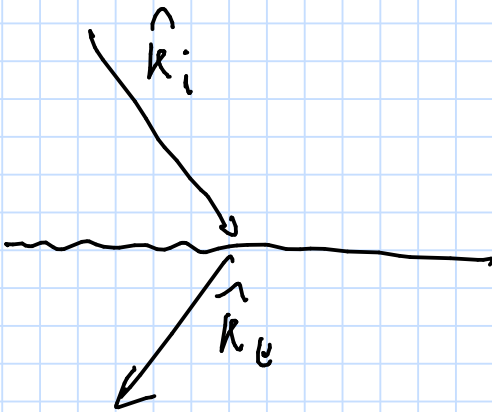
(d) con che m_3 si avrebbe $R_m = 0$?

$\Downarrow$
 se $\frac{m_3}{m_1} = \frac{m_2}{m_3} \Rightarrow R_1 = R_2$ e quindi
 R_m è minimizzato
 ($R_m = 0$)

$$m_3 = \sqrt{m_1 m_2} = 1.84$$



superficie
strutturata
(2) ali parallele



$$\beta = \frac{n_2}{n_1} < 0$$

da interferenza