

Riflessione / Trasmissione di onde in una corda tesa



densità lineare μ $\mu' = m^2 / \mu$

cosa succede quando onda tras. arriva alla congiunzione ($x=0$)

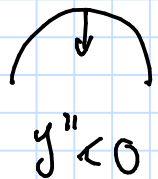
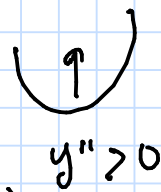
distorsione $y(x, t)$ risp equilibrio $y=0$

legge del moto
 $ma = F$

$$\mu \frac{\partial^2 y}{\partial t^2} = T \frac{\partial^2 y}{\partial x^2}$$

$T =$ tensione
sin(A)
che(B)

↓
 y'' richiama



velocità $v(x) = \sqrt{\frac{T}{\mu(x)}} = \begin{cases} v/k & (A) \\ v/k' & (B) \end{cases}$

cambia improvvisamente in $x=0$

- onde piane a ω data, poi Fourier...
- ω è la stessa in (A) e (B)

- onda piana: $y = a e^{i(kx - \omega t)}$
incidente

- aggiungiamo comp. riflessa e trasmessa

$$y = a \left\{ \begin{array}{l} e^{i(kx - \omega t)} \\ t e^{i(k'x - \omega t)} \end{array} + r e^{i(-kx - \omega t)} \right.$$

... stessa eq. onda verso $-x$ stessa (k)

$k' > 0$, mezzo (B)

- condizioni di continuità $\left. \begin{array}{l} y \text{ continua} \\ y' \text{ continua} \end{array} \right\}$

y' è continua perché $\frac{\partial^2}{\partial x^2}$ nell'eq onde
(varia anche per onde e.m.)

- imponiamo continuità ($x=0$)

$$\begin{array}{l} y: \\ y': \end{array} \quad \left\{ \begin{array}{l} 1 + r = t \\ k(1 - r) = k' t \end{array} \right.$$

(Δt = coeff. non tempo)

$$\text{sol: } \left\{ \begin{array}{l} r = \frac{k - k'}{k + k'} = \frac{1 - n}{1 + n} \\ t = \frac{2k}{k + k'} = \frac{2}{1 + n} \end{array} \right.$$

nota: a) $|r| < 1$

b) segno di r

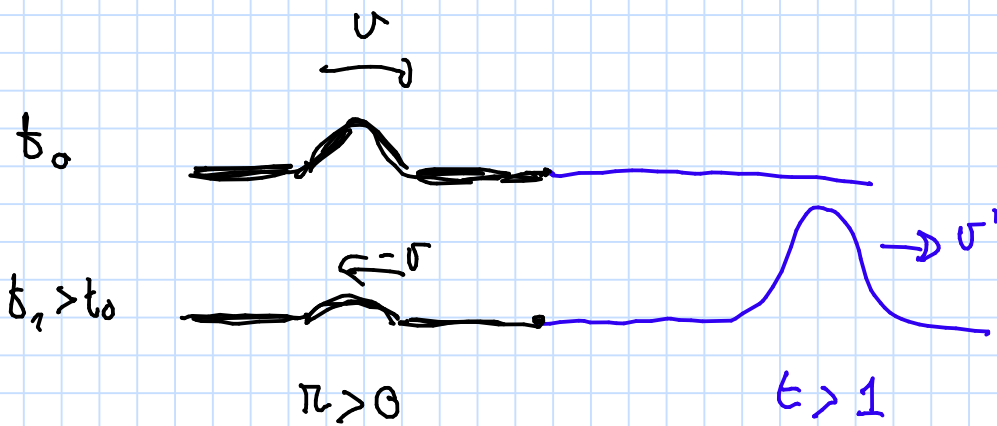
$$r < 0 \quad \text{se} \quad n < 1$$

$$r > 0 \quad \text{se} \quad n > 1$$

c) $t > 1$ se $n < 1$

caso $m < 1$

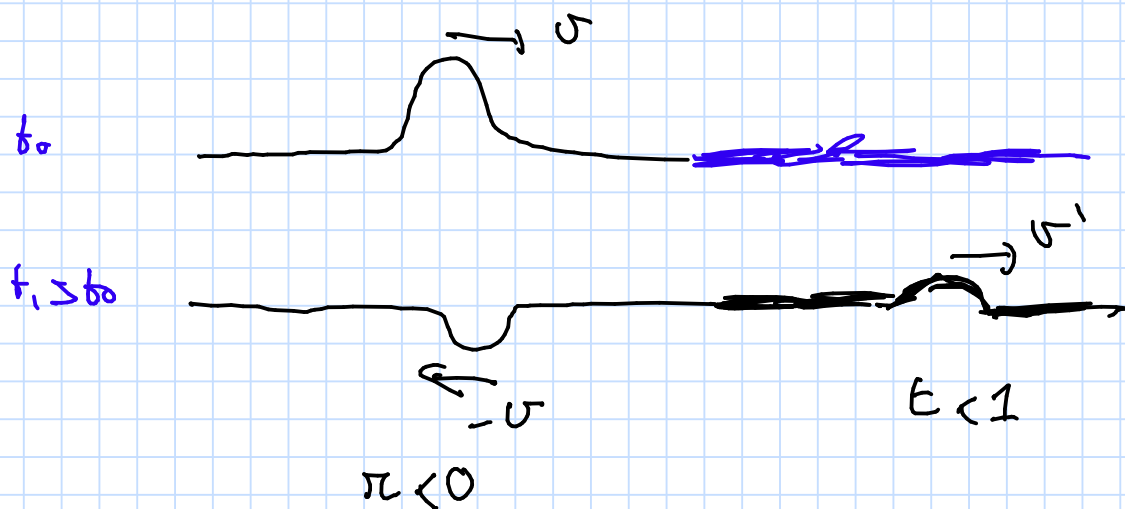
corda grossa $\rightarrow$ sottile
(A) (B)



passaggio a corda sottile
amplifica la perturbazione

caso $m > 1$

corda sottile $\rightarrow$ grossa

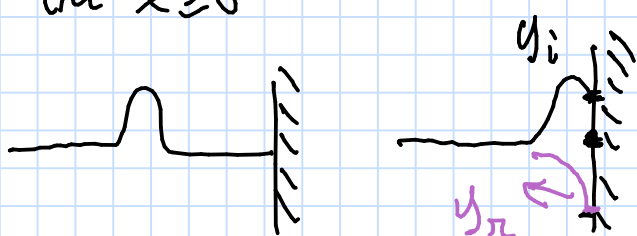


$\pi < 0$ sensato

passiamo a limite $\begin{cases} \mu' = m^2 \mu \rightarrow \infty \\ v' \rightarrow 0 \end{cases}$ (muro fisso)

$\Rightarrow$ c'è solo riflessione

onda riflessa e incidente devono annullarsi
in $x=0$



$$y_i + y_r = 0 \text{ in } x=0$$

$y_i = f(kx - \omega t) = -y_r(-kx - \omega t)$ sono
opposte, non y_r forma verso $-x$

energia non si disperde

$$P_i = P_r + P_t \quad (*)$$

potenza incidente P rifl. P trasm.

$$P_i = v u = v \frac{1}{2} \mu (a\omega)^2$$

↑
densità
ene
media

$$P_r = v \frac{1}{2} \mu (r a\omega)^2 = r^2 P_i$$

$$P_t = v' \frac{1}{2} \mu' (t a\omega)^2 = \left(\frac{v}{v'}\right) \frac{1}{2} (\mu m^2) t^2 (a\omega)^2$$

$$= m t^2 P_i$$

$$\begin{cases} P_r = R P_i \\ P_t = T P_i \end{cases} \quad \begin{cases} R = r^2 \\ T = m t^2 \end{cases}$$

coeff. di
riflessione
e trasmissione
della potenza

$$(*) \Rightarrow \boxed{1 = R + T}$$

analogia con onde e.m.

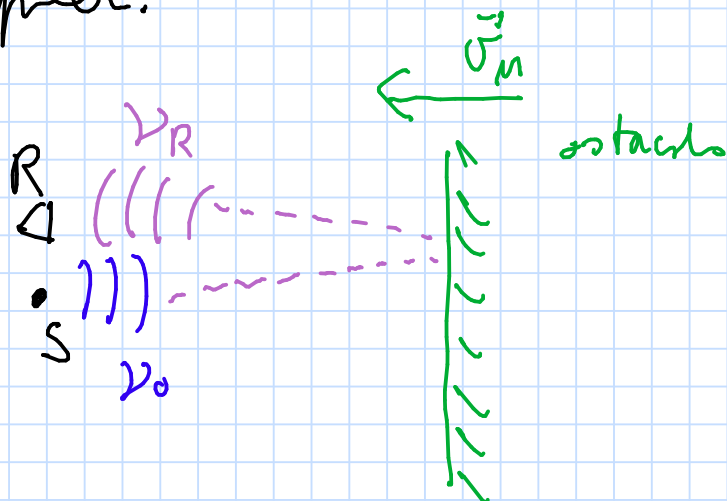
- m : indice di rifrazione relativo $m_{12} = m = \frac{m_2}{m_1}$

- $y \Rightarrow \vec{E}$

$$P = \frac{1}{2} E \vec{E}_{max} v$$



Doppler:



nu_0 = 500 Hz

v = 343 m/s

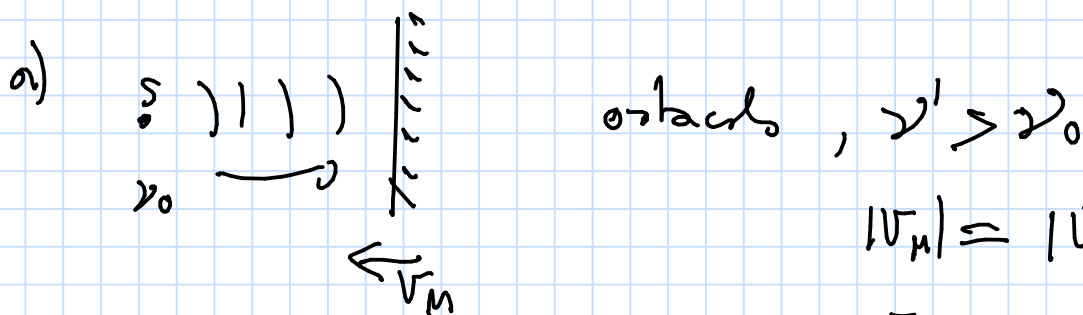
v_M = 36 km/h

nu_R = ?

formula

← buon senso

$$\nu_R = \frac{v \pm v_R}{v \mp v_S} \nu_0$$

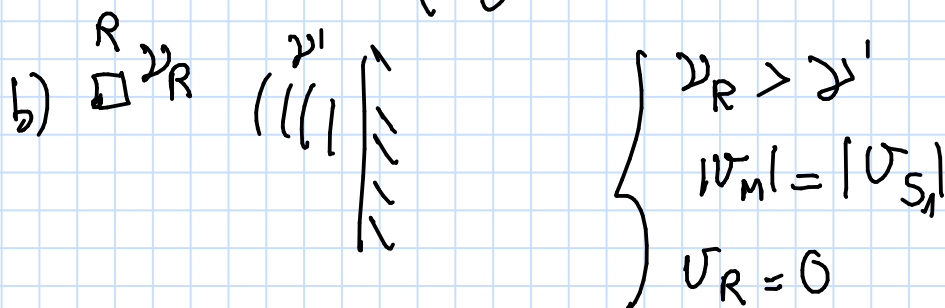


$|v_M| = |v_R|$

$v_S = 0$

b.s.

$$\nu' = \left(\frac{v + v_M}{v} \right) \nu_0$$



$$\left\{ \begin{array}{l} \nu_R > \nu' \\ |v_M| = |v_S| \\ v_R = 0 \end{array} \right.$$

← $|v_M| = 10 \text{ m/s}$

b.s.

$$v_R = \frac{v}{v - v_M} \nu' = \dots = \frac{353}{333} \nu_0$$

è aumentata di 6%