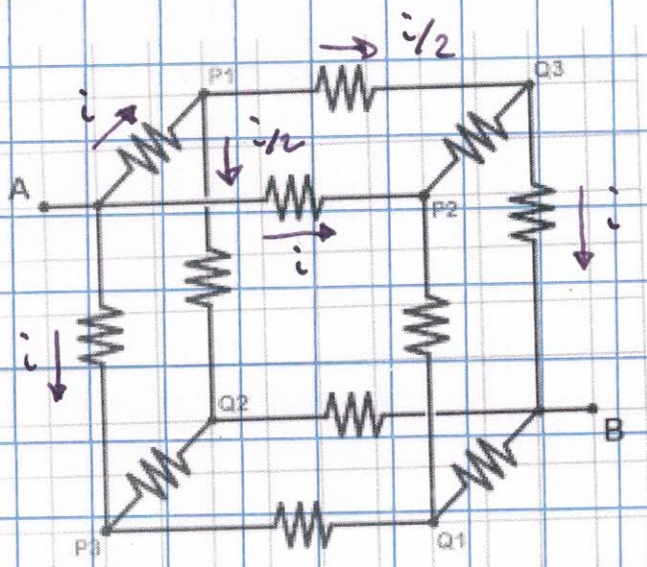


Cubo di resistenze



Per calcolare la resistenza equivalente risultante fra i punti A e B applichiamo un $\Delta V = V_A - V_B$ e valutiamo le correnti che scorrono nei vari rami.

Chiamiamo i la corrente che fluisce nel ramo A-P1. Per simmetria questa è la corrente che fluisce anche nei rami A-P2 e A-P3. Quindi $i_{\text{tot}} = 3i$

Nei rami P1-Q3 e P2-Q2 scorrono correnti $i/2$ (poiché ~~per~~ ancora per simmetria tra i 2 rami)

Infine nei rami Q3-B, Q1-B, Q2-B scorrono ancora correnti i . Seguiamo il percorso A-P1-Q3-B, si ha:

$$\Delta V = Ri + R \cdot \frac{i}{2} + Ri = \frac{5R}{2} \cdot i = \frac{5}{6} R i_{\text{tot}}$$

$$\Rightarrow \Delta V = R_{\text{eq}} i_{\text{tot}} \Rightarrow R_{\text{eq}} = \frac{5}{6} R$$

Energia di una sfera uniformemente carica e raggio classico dell'elettrone

In generale ~~per~~ il lavoro per far attraversare ad una carica dq un potenziale V è pari a

$$dW = V dq$$

Per calcolare l'energia (elettrostatica) necessaria per costruire una sfera di raggio R uniformemente carica con densità di carica ρ immaginiamo di depositare ~~particelle~~ da $r = \infty$ dei sottili strati di carica fino a formare la sfera.

Il potenziale all'esterno di una sfera uniformemente carica sappiamo essere coulombiano, uno ~~strato~~ guscio sferico di raggio r e spessore dr ha carica totale

$$dq = \rho d\tau = \rho 4\pi r^2 dr$$

quindi

$$dW = V dq = k \frac{q(r)}{r} dq$$

$$\text{con } q(r) = \frac{4}{3}\pi r^3 \cdot \rho$$

$$\text{quindi } dW = k \cdot \frac{4\pi r^2}{3} \cdot \rho \cdot 4\pi r^2 \rho dr = k \frac{16\pi^2}{3} r^4 \rho^2 dr$$

Per la sfera completa:

$$\begin{aligned} W &= \int_0^R k \frac{16\pi^2}{3} \rho^2 r^4 dr = k \frac{16\pi^2}{3} \rho^2 \cdot \frac{1}{5} R^5 = k \left(\frac{4}{3}\pi R^3 \right)^2 \rho^2 \cdot \frac{3}{5} \\ &= \frac{3}{5} k \frac{Q^2}{R} = U_e \end{aligned}$$

Questa è l'energia elettrostatica di una sfera uniformemente carica ($\Rightarrow q_{\text{tot}} = Q$) di raggio R .

Notiamo che questo ~~calcolo~~ integrale non è altro che

$$U_e = \int pV d\tau$$

Un altro modo per calcolare la energia di un sistema di cariche come la sfera uniformemente carica è ricordare che $u_e = \frac{\epsilon_0}{2} E^2$ è la densità di energia legata al campo e quindi calcolare

$$U_e = \frac{\epsilon_0}{2} \int E^2 d\tau$$

dove il volume di integrazione ora è tutto lo spazio e non solo dove $p \neq 0$.

Vediamo:

$$E(r) = \begin{cases} k \frac{q}{r^2} & \text{per } r \geq R \\ k \frac{q}{R^3} r & \text{per } r \leq R \end{cases}$$

$$\begin{aligned} \text{Quindi } U_e &= \frac{\epsilon_0}{2} \left[\int_0^R \left(\frac{kq}{R^3} r \right)^2 r^2 \cdot 4\pi r^2 dr + \int_R^\infty \left(\frac{kq}{r^2} \right)^2 \frac{1}{r^4} \cdot 4\pi r^2 dr \right] \\ &= \frac{k^2 q^2 \epsilon_0}{2} \cdot 4\pi \left[\int_0^R \frac{r^4}{R^6} dr + \int_R^\infty \frac{dr}{r^2} \right] = \frac{k^2 q^2}{2} \left[\frac{R^5}{R^6} \cdot \frac{1}{5} + \frac{1}{R} \right] = \\ &= \frac{k^2 q^2}{2} \cdot \frac{6}{5} \frac{1}{R} = \frac{3}{5} \frac{k q^2}{R} \end{aligned}$$

Il raggio classico dell'elettrone $\bar{r}$ è una costante fisica che ha le dimensioni di una lunghezza e che si ricava uguagliando la U_e di una sfera (tralasciando la costante numerica $\frac{3}{5}$) alla energia a riposo di una particella $E = m_e c^2$.

Nel caso dell'elettrone ~~usiamo~~ scriviamo

$$U_e = k \frac{e^2}{r_e} = m_e c^2 \Rightarrow$$

$$r_e = k \frac{e^2}{m_e c^2} = 2.818 \cdot 10^{-15} \text{ m}$$

N.B. Queste non sono le dimensioni dell'elettrone, che ad oggi $\bar{r}$ è considerato una particella elementare priva di sottostuttura e dimensioni.

Sperimentalmente si vede che $\bar{r}$ l'elettrone ha dimensioni inferiori a $\sim 10^{-18} \text{ m}$.