

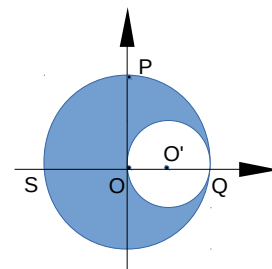
**I Problema (Gauss)** Un minatore scava una galleria dalla superficie terrestre ( $R_{\text{Terra}} = 6 \cdot 10^6 \text{ m}$ ) fino a raggiungere un punto P che dista dal centro della terra  $R' = 0.8 R$ . Misurata su di una bilancia tarata sulla superficie terrestre, la massa del minatore risulta  $m=60 \text{ Kg}$ . Che massa leggerebbe sulla medesima bilancia il minatore appena giunto in P ? (si tratti la terra come una sfera in cui la massa e' uniformemente distribuita)

**II Problema (Gauss)** In un modello dell'atomo di idrogeno ispirato alla MQ, l'elettrone si muove cosi' velocemente nelle vicinanze del protone che il suo contributo al campo elettrico totale e' equivalente a quello di una "nube" di carica a simmetria radiale distribuita secondo la legge  $\rho(r) = \rho_0 e^{-2r/a_0}$ , dove  $a_0 = 0.53 \cdot 10^{-10} \text{ m}$  e' il raggio di Bohr e  $r$  la distanza dal centro del sistema, identificato con la posizione del protone.

- 1) Calcolare il valore di  $\rho_0$  in modo che la carica complessiva della nube eguagli quella dell'elettrone.
- 2) Trovare l'espressione analitica del campo elettrico prodotto dalla nube elettronica in funzione di  $r$ , calcolando il valore per  $r=a_0$ .
- 3) Calcolare il campo complessivo, cioe' includendo il contributo del protone, per  $r=a_0$ .

**III Problema (Gauss)** In una sfera cava di raggio  $R=0.16 \text{ m}$  e' stata depositata uniformemente una carica  $Q=3.5 \cdot 10^{-8} \text{ C}$  (zona ombreggiata in figura). La cavit' vuota e' una sfera di raggio  $R'=R/2$ , il centro  $O'$  della cavit' sta ad una distanza  $d = OO' = R/4$  dal centro  $O$  del sistema. Il segmento  $OO'$  definisce l'asse delle ascisse. Calcolare

- 1) La densita'  $\rho$  di carica elettrica
- 2) La differenza di potenziale tra il punto O e il punto Q(R,0).
- 3) La differenza di potenziale tra O e S(-R,0).
- 3) Le componenti  $E_x, E_y$  del campo elettrico nel punto P di coordinate (0,R).



(Suggerimento : il sistema e' equivalente a quello formato da due sfere piene, una di carica positiva e raggio  $R$ , centrata in  $O$ , e una di carica negativa, di raggio  $R'$  e densita'  $\rho' = -\rho$ , centrata in  $O'$ )

**IV Problema (rotore)** : Un disco rigido di raggio  $R$  e' posto in rotazione con velocita' angolare costante  $\vec{\omega} = \omega_0 \vec{u}_z$  attorno ad un asse passante per il centro del disco e perpendicolare al piano  $(x,y)$  in cui giace il disco. Definito il campo delle velocita' di punti del disco  $\vec{v} = \vec{v}(x,y)$ , dimostrare che  $\vec{\nabla} \times \vec{v} = 2\vec{\omega}$ .

**V Problema (dipolo)** : Il campo elettrico in una regione dello spazio e' dato dalla sovrapposizione di un campo uniforme,  $\vec{E}_U = E_0 \vec{u}_z$ , e del campo  $\vec{E}_D$  prodotto da un dipolo di momento  $\vec{p} = p \vec{u}_z$ ,  $\vec{E} = \vec{E}_U + \vec{E}_D$ . Provare che esiste una superficie equipotenziale sferica, centrata nel centro del dipolo, calcolando i valori del raggio  $R$ , del campo  $E(R)$  e del potenziale  $V(R)$ .

(Suggerimento : in corrispondenza alla superficie equipotenziale sferica, il campo deve essere radiale)