

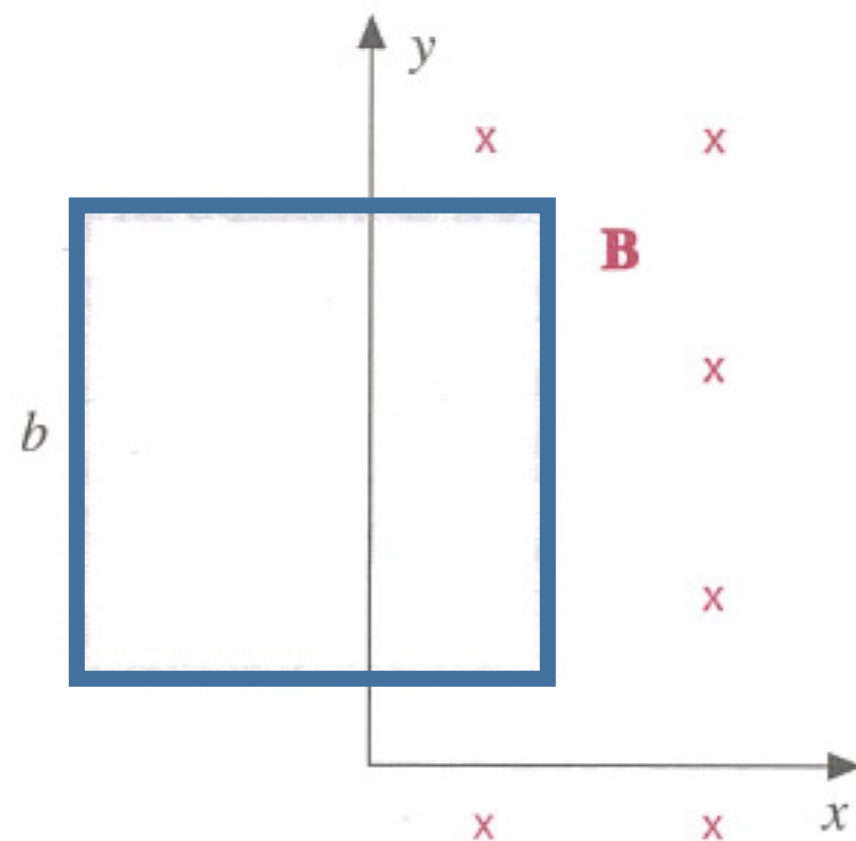
Esercizi

Ex induzione magnetica

Calcolo di A:

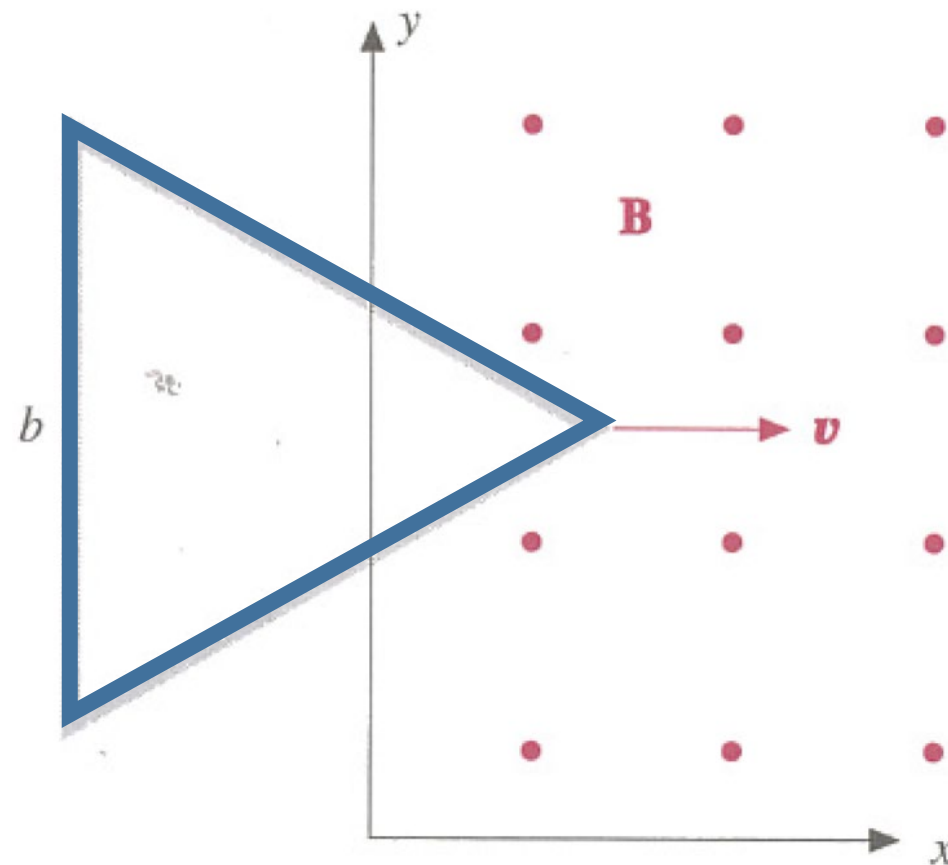
- di un tubo
- di un solenoide rettilineo

10.2 Una spira conduttrice quadrata, di lato $b = 20$ cm, massa $m = 4$ g, resistenza $R = 25 \Omega$, si muove senza attrito sul piano x, y con velocità costante $v_0 = 4 \cdot 10^{-2}$ m/s. Per $x \geq 0$ esiste un campo magnetico uniforme e costante di valore $B = 0.5$ T e la spira entra in questa regione all'istante $t = 0$; il verso del campo è indicato in figura. Calcolare la velocità v_1 raggiunta dalla spira dopo $t_1 = 2.9$ s sapendo che in quell'istante la spira è ancora soltanto parzialmente inserita nel campo, l'energia dissipata nel circuito fino al tempo t_1 , la velocità v_2 con cui la spira si muove dopo essere entrata completamente nel campo magnetico, l'istante t_2 in cui viene raggiunta la velocità v_2 , la carica q che circola nella spira durante l'intero processo.



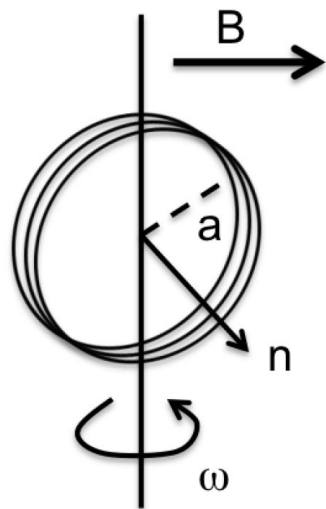
Ex. 10.2 MNV

Un circuito a forma di triangolo equilatero di lato $b = 20$ cm, massa $m = 10$ g e resistenza $R = 0.5 \Omega$, si muove con velocità costante $v_0 = 5$ m/s lungo l'asse x . Nel semipiano $x \geq 0$ esiste un campo magnetico $B = 0.8$ T uniforme e costante, perpendicolare al piano contenente il circuito, mentre per $x < 0$ $B = 0$. Calcolare la velocità della spira in funzione della distanza x percorsa dal vertice dall'istante $t = 0$ in cui inizia ad entrare nel campo magnetico, la velocità v_1 con cui la spira continua il suo moto una volta entrata completamente nel campo magnetico, la carica q che percorre il circuito nell'intero processo.



Ex. 10.3 MNV

Problema C



Si consideri il circuito chiuso costituito da una bobina di $N = 150$ spire di raggio $a = 8\text{ cm}$, resistenza $R = 75\,\Omega$ e auto-induttanza $L = 10\text{ mH}$. Come nella figura centrale, la bobina può ruotare attorno ad un suo diametro posto lungo l'asse z e perpendicolare ad un campo magnetico uniforme e costante $\vec{B} = B \vec{u}_x$, con $B = 0.8\text{ T}$. Si assuma che la bobina sia mantenuta in moto rotatorio uniforme con legge oraria $\theta(t) = \omega t - \pi/2$, dove $\omega = 25\text{ (rad) s}^{-1}$ e θ è l'angolo orientato che il versore $\vec{n}$ normale al piano della bobina forma con il campo magnetico $\vec{B}$.

(a) Indicata con $I(t)$ la corrente che circola nella bobina nel verso convenzionalmente associato a $\vec{n}$, se ne determinino i seguenti valori: il valor medio $\langle I(t) \rangle$ su un periodo o su un tempo molto lungo rispetto a questo, il valore massimo I_{max} , il valore I_1 assunto all'istante $t_1 = 6\pi/\omega$.

(b) Per mantenere la bobina in rotazione uniforme, su di essa agisce una coppia di forze di momento M_z rispetto all'asse di rotazione: si calcoli M_z all'istante $t_2 = \pi/\omega$.

Nel rispondere ad entrambe le domande, si assumano svaniti tutti gli effetti transitori.

Spira rotante

Sia dato un lungo filo rettilineo di sezione circolare di raggio a percorso da corrente di densità j uniforme sulla sezione.

- Calcolare il campo $\vec{A}$ (potenziale vettore) fuori dal filo.
 - Hint: usare l'analogo del campo elettrostatico
- Derivare il campo $\vec{B}$

Campo A di un filo

- Procediamo questa volta al contrario. Supponiamo di conoscere $\vec{B} = (0,0,B_0)$ e di voler ricavare $\vec{A}$ (di solito il calcolo di $\vec{A}$ e' propedeutico a quello del campo $\vec{B}$)

Scriviamo

$$\vec{B} = \nabla \times \vec{A} \quad (*)$$

Per componenti e cerchiamo delle soluzioni semplici per $\vec{A}$.

$$\begin{array}{ll} A_x = -\frac{B_0}{2}y & A_x = 0 \\ \bullet S_1: A_y = \frac{B_0}{2}x & S_2: A_y = B_0x \\ A_z = 0 & A_z = 0 \end{array}$$

E' immediato verificare che questi due campi soddisfano entrambi la (*).

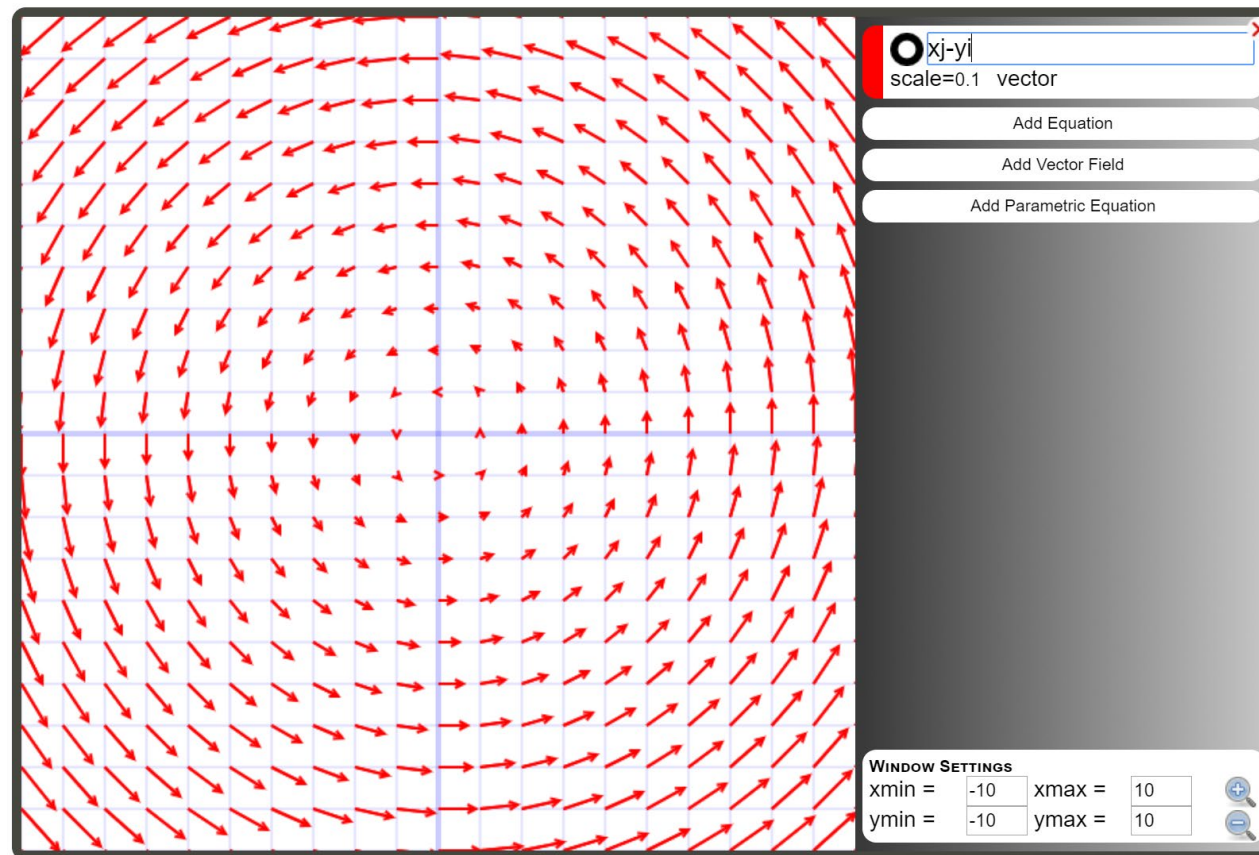
Ma il campo di S1 e quello di S2 non sono lo stesso campo

Campo A di un B uniforme

Ma il campo $\vec{A}$ di S_1 e quello di S_2 non sono lo stesso campo

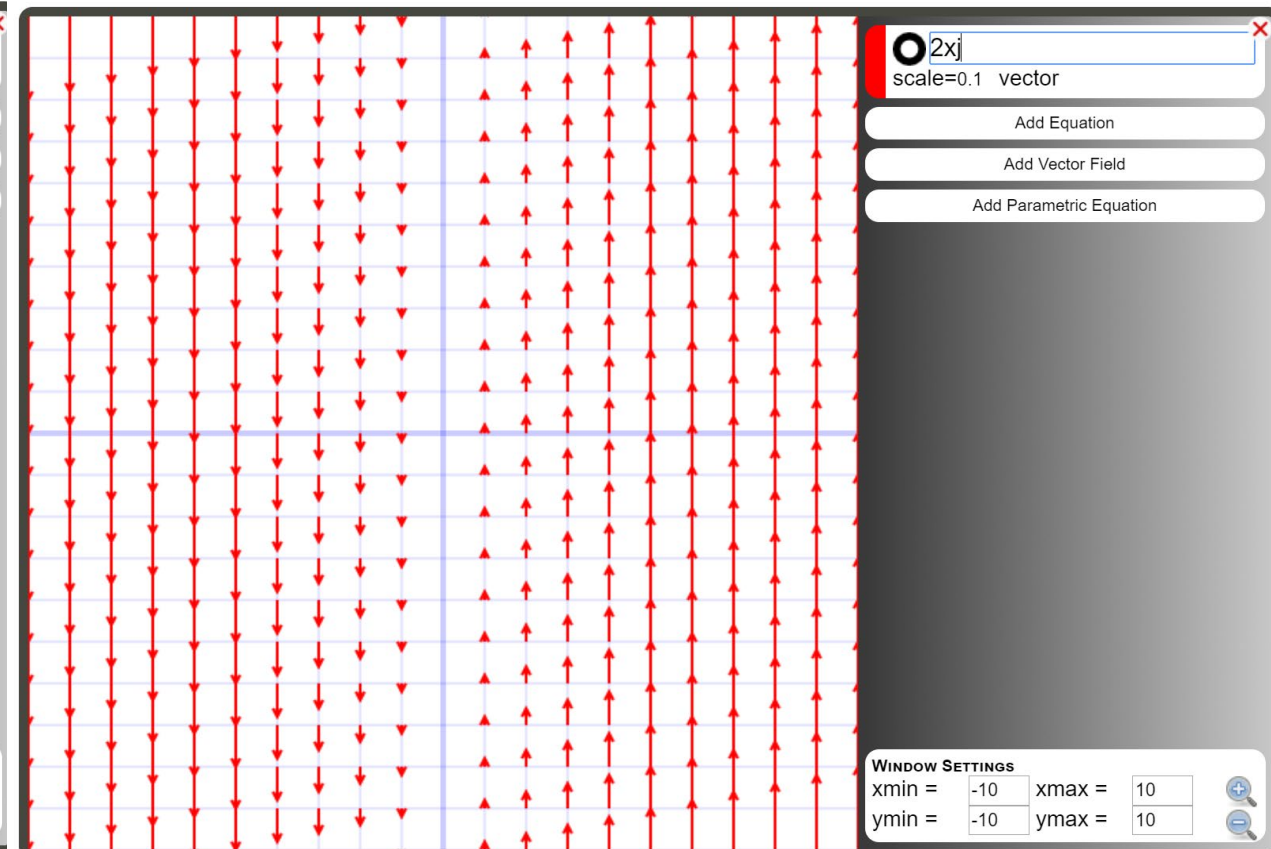
<https://kevinmehall.net/p/equationexplorer/#%5B-10,10,-10,10%5D&v%7Cxj%7C0.1>

7



EQUATIONEXPLORER

©2016 KEEGAN MEHALL AND KEVIN MEHALL



EQUATIONEXPLORER

©2016 KEEGAN MEHALL AND KEVIN MEHALL

Campo A di un B uniforme

Ma il campo $\vec{A}$ di S1 e quello di S2 non sono lo stesso campo

In generale infatti due campi $\vec{A}_1$ e $\vec{A}_2$ che soddisfano $\vec{B} = \nabla \times \vec{A}$ stanno in relazione

$$\vec{B} = \nabla \times \vec{A}_1 = \nabla \times \vec{A}_2 \Rightarrow \nabla \times (\vec{A}_1 - \vec{A}_2) = 0$$

Il campo $\vec{A}_1 - \vec{A}_2$ ha rotore nullo sempre, si puo' quindi scrivere come

$$\vec{A}_1 - \vec{A}_2 = \nabla \psi$$

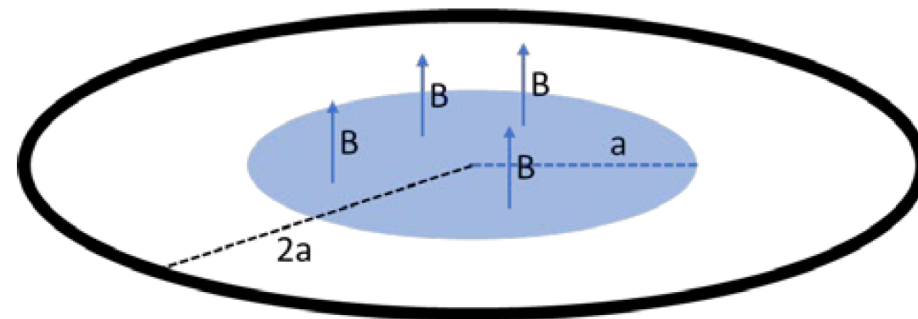
Con ψ campo scalare.

Campo A di un B uniforme

Cognome e Nome: _____ Matr.: _____

Svolge: ☐ Campi ☐ Onde ☐ Relatività ☐ Teoria**Elettromagnetismo (8pt)**

Una spira circolare di raggio $2a=20\text{ cm}$ e resistenza totale $R=25\ \Omega$ è posta in una regione dove c'è un campo magnetico $B_0=5\text{ T}$ parallelo all'asse della spira e confinato nella regione circolare di raggio a come in figura. Il campo magnetico viene portato a $B_f=0\text{ T}$ in un intervallo di tempo di $\Delta t=5\text{ s}$.



- 1) Calcolare l'intensità media della corrente che fluisce attraverso la spira in questo intervallo.
- 2) Se il campo B varia linearmente durante l'intervallo Δt , calcolare il campo elettrico E sulla spira.

La spira circolare viene ora sostituita da un sottile anello circolare sempre di raggio $2a$ costituito di materiale dielettrico. L'anello è caricato in modo uniforme in modo da avere una densità di carica lineare $\lambda=0.2\text{ C/m}$. Il campo magnetico B viene ora riportato al valore $B_0=5\text{ T}$ con una legge lineare:

$$B(t) = \begin{cases} \alpha t & \text{per } t \in [0, B_0/\alpha] \\ B_0 & \text{per } t > B_0/\alpha \end{cases}$$

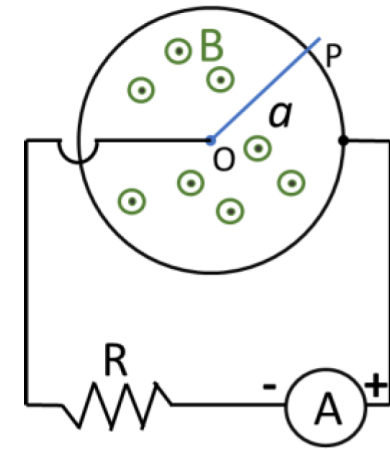
- 3) Calcolare il momento angolare trasferito sull'anello ΔL (ricorda che se τ è costante, $\Delta L = \tau \Delta t$).
- 4) Se la spira fosse stata invece costituita di materiale superconduttore e avesse avuto un coefficiente di autoinduzione $L=6 \cdot 10^{-7}\text{ H}$, quale sarebbe la corrente attraverso la spira per $t > B_0/\alpha$ (con $i(0)=0\text{ A}$).

Cognome e Nome: _____ Matr.: _____

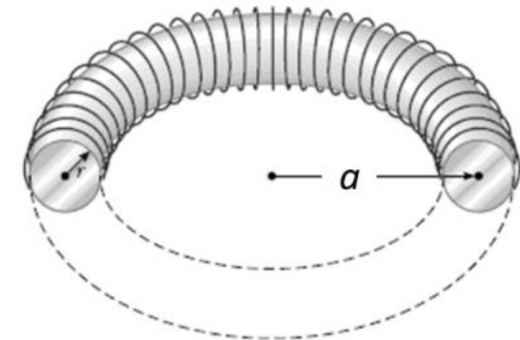
Svolge: ☐ Campi ☐ Onde ☐ Relatività ☐ Teoria

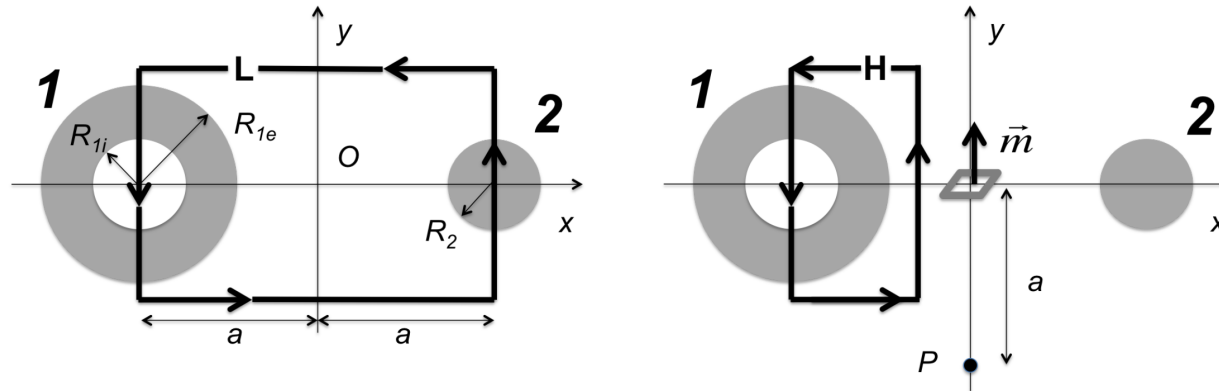
Cognome e Nome: (vicino davanti) _____ (vicino a sx) _____

Sia dato un circuito come in figura. Il tratto di conduttore OP di lunghezza $a=20\text{cm}$ è vincolato ad un estremo al centro del circuito circolare e connesso ad esso tramite un contatto strisciante (senza attrito) all'altro estremo. Il circuito è chiuso tramite un amperometro **A** e l'intero circuito ha una resistenza totale pari a $R=12\Omega$. Il conduttore OP è mantenuto in rotazione a velocità angolare costante $\omega=5\text{rad/s}$ (antioraria) da un motorino. Tutto è immerso in un campo magnetico $B=1.25\text{T}$ uniforme e uscente dal foglio.



- 1) Calcolare la corrente misurata da **A**, tenere conto della polarità di **A** indicata in figura.
- 2) Calcolare il momento torcente τ applicato dal motorino per mantenere in rotazione il conduttore OP (può essere utile ricordare che $P=\tau\omega$, P è la potenza).
- 3) Calcolare la carica totale che fluisce attraverso **A** dopo che il tratto OP abbia coperto un angolo giro.
- 4) Si consideri ora un solenoide toroidale ancora di raggio a con $N=500$ spire di sezione con raggio $r=2\text{cm}$ (vedi figura). Calcolare l'energia immagazzinata nel solenoide se esso è percorso da una corrente $i'=5\text{A}$. (Volume toroide: $V=2\pi a \cdot \pi r^2$)





Due conduttori cilindrici 1 e 2, paralleli all'asse z e convenzionalmente orientati come tale asse, hanno assi separati da una distanza $2a$ e sono percorsi rispettivamente dalle correnti I_1 e I_2 , uniformemente distribuite nelle rispettive sezioni. Il conduttore 1 è cavo, con raggio interno $R_{1i} = 0.5 \text{ cm}$ e raggio esterno $R_{1e} = 1.0 \text{ cm}$. Il conduttore 2 è pieno ed ha raggio $R_2 = 0.5 \text{ cm}$. La circuitazione del campo magnetico $\vec{B}$ lungo la linea L in figura 2 vale $\Lambda_L \equiv \oint_L \vec{B} \cdot d\vec{l} = 0$. Quella lungo la linea H vale $\Lambda_H \equiv \oint_H \vec{B} \cdot d\vec{l} = -1.885 \times 10^{-6} \text{ T m}$. Il modulo della forza per unità di lunghezza tra i due conduttori vale $F/l = 2.5 \times 10^{-5} \text{ N/m}$. Determinare:

- (a) la densità di corrente j_1 nel conduttore cavo (proiettata lungo l'asse z);
- (b) il modulo B_1 del campo magnetico sull'asse del conduttore cavo;
- (c) il modulo B_O del campo magnetico nel punto O in figura 2, equidistante dagli assi dei conduttori.

Nel punto O viene posta una piccola bobina compatta formata da $N = 30$ spire di area $S = 1.0 \text{ mm}^2$, percorsa da una corrente $I = 300 \text{ mA}$ e con il momento di dipolo magnetico $\vec{m}$ parallelo e concorde all'asse y . Determinare:

- (d) il lavoro W_O compiuto contro le forze del campo da una forza esterna che ruota la bobina in O fino ad orientare $\vec{m}$ nella direzione e nel verso dell'asse x ;
- (e) il lavoro W_P compiuto contro le forze del campo da una forza esterna che dapprima trasla la bobina dal punto O al punto P , che si trova sul semiasse negativo delle y a distanza a da O , e poi la ruota in P fino ad allineare $\vec{m}$ con l'asse x .