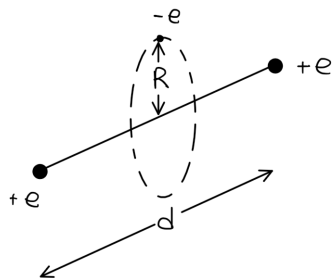


## Esercizio 1

Si consideri un modello semplificato dello ione molecolare  $H_2^+$ . Il sistema è composto da due protoni (carica  $+e$ ) fissati ad una distanza  $d = 1.06 \cdot 10^{-10}$  m tra loro. Un elettrone si muove lungo l'asse mediano tra i due protoni. Si ipotizzi che l'elettrone ruoti su un'orbita circolare di raggio  $R = 0.53 \cdot 10^{-10}$  m attorno all'asse che congiunge i due protoni, mantenendosi esattamente a metà di essi.



Viene richiesto di:

1. Determinare il modulo della forza elettrostatica totale  $F_{\text{tot}}$  esercitata dai due protoni sull'elettrone.
2. Calcolare la velocità  $v_e$  necessaria affinché l'elettrone mantenga l'orbita circolare di raggio  $R$
3. Calcolare l'energia potenziale totale  $U$  della configurazione
4. Calcolare il lavoro necessario per portare l'elettrone dalla sua orbita a distanza infinita

Dati utili:

- $\epsilon_0 = 8.85 \cdot 10^{-12} \text{ C}^2\text{m}^{-2}\text{N}^{-1}$
- $m_e = 9.11 \cdot 10^{-31} \text{ kg}$
- $e = 1.60 \cdot 10^{-19} \text{ C}$

## Soluzioni

1. Poiché  $d/2 = R$ , la distanza  $r$  tra l'elettrone e ciascun protone è  $r = \sqrt{R^2 + (d/2)^2} = R\sqrt{2}$ . La forza totale è la somma delle componenti radiali:

$$F_{\text{tot}} = 2 \cdot \left( \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{e^2}{r^2} \right) \cdot \cos(45^\circ) = \frac{e^2}{4\pi\epsilon_0 R^2 \sqrt{2}} \approx 5.79 \cdot 10^{-8} \text{ N}$$

2. Imponendo l'uguaglianza tra forza centripeta e forza elettrostatica:

$$\frac{m_e v_e^2}{R} = F_{tot} \implies v_e = \sqrt{\frac{F_{tot} R}{m_e}} \approx 1.84 \cdot 10^6 \text{ m/s}$$

3. Somma delle interazioni protone-protone e protone-elettrone:

$$U = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \left( \frac{e^2}{d} - \frac{2e^2}{r} \right) = \frac{e^2}{4\pi\epsilon_0} \left( \frac{1}{d} - \frac{2}{R\sqrt{2}} \right) \approx -3.98 \cdot 10^{-18} \text{ J}$$

4. Dato che il testo era un po' ambiguo ho considerato corretto sia se si è tenuto conto dell'energia cinetica che non.

Il lavoro necessario per portare l'elettrone all'infinito è pari all'opposto dell'energia meccanica totale dell'elettrone:

$$W = - \left( \frac{1}{2} m_e v_e^2 - \frac{2e^2}{4\pi\epsilon_0 r} \right) \approx 4.62 \cdot 10^{-18} \text{ J}$$

Il lavoro necessario per portare l'elettrone all'infinito è pari all'opposto dell'energia potenziale totale dell'elettrone:

$$W = \frac{2e^2}{4\pi\epsilon_0 r} \approx 6.15 \cdot 10^{-18} \text{ J}$$