



UNIVERSITÀ  
DEGLI STUDI  
DI PADOVA

Docente:  
Michele Doro  
[michele.doro@unipd.it](mailto:michele.doro@unipd.it)

# Corso di Fisica STAG 2020/21

## Fluidodinamica – fluidi ideali

# Fluido in movimento



- Tutti i fluidi possono muoversi:
  - Masse di aria
  - Masse di acqua
- Nella parte cinematica e dinamica del punto e del corpo solido, avevamo studiato:
  - **Leggi del movimento** (es. legge oraria)
  - **Causa del movimento** ( $\vec{F} = m\vec{a}$ ,  $\vec{M} = I\vec{\alpha}$ )
  - **Grandezze che hanno comportamento particolare durante il movimento**: energia potenziale, energia cinetica, baricentro
- Con i liquidi atteggiamento è simile, ma lavoreremo con **pressione e densità' e volume**

$I$ : momento  
d'inerzia

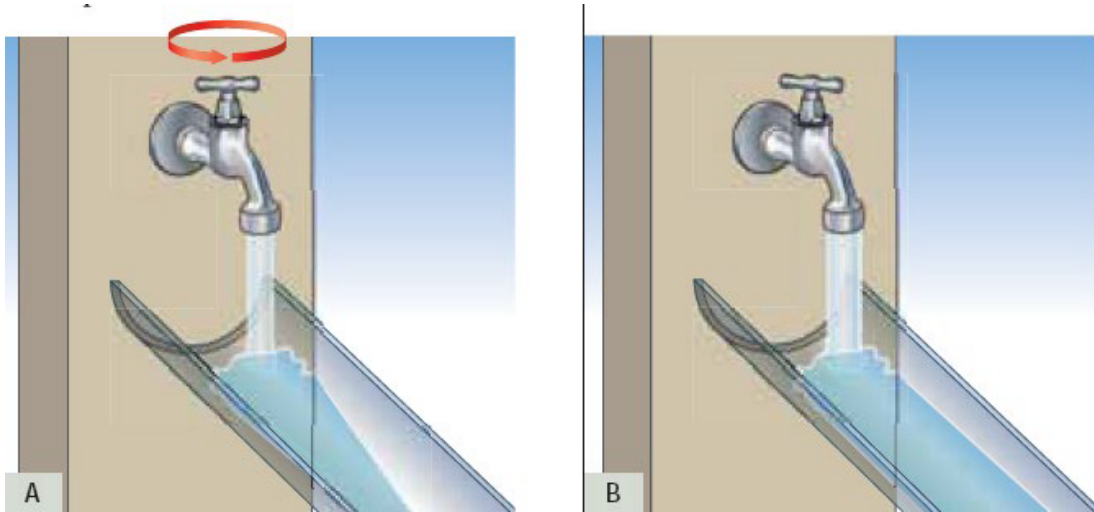
$$\begin{aligned}\vec{L} &= \vec{r} \times \vec{p} \\ \vec{L} &= I\vec{\omega} \\ \vec{M} &= \frac{d\vec{L}}{dt}\end{aligned}$$

$\vec{\omega}$ : velocità  
angolare

$$\vec{\alpha} = \frac{d\vec{\omega}}{dt}$$

accelerazione  
angolare

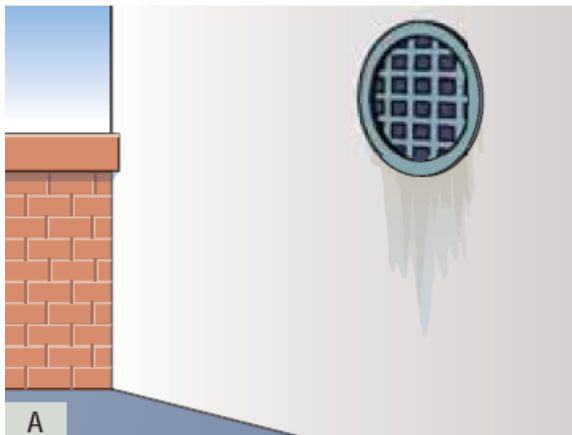
# Corrente



- La corrente di un fluido è il movimento ordinato di un liquido o di un gas.
  - Studieremo solo condizione in cui la **corrente e' stazionaria**
- Mentre nei solidi seguivamo il movimento di tutto un corpo, ora,
  1. **Studiamo un tratto di fluido** in una posizione (acqua sotto il ponte)
  2. **Confronti tra parti diverse del percorso**
- Useremo il concetto di liquido in un "tubo" ma spesso il tubo e' "virtuale" ovvero e' la **superficie virtuale che racchiude il fluido**

# Portata = volume liquido / tempo

► Possiamo visualizzare la sezione trasversale come una grata, messa nella condotta, attraverso la quale passa il fluido.

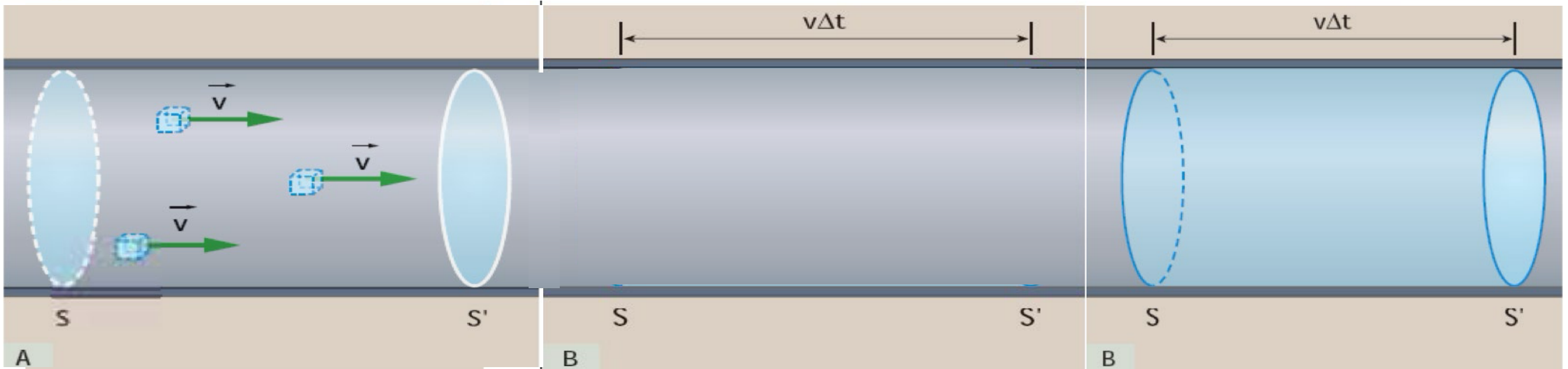


► Per calcolare la portata, misuriamo il volume di fluido che attraversa la sezione in un dato intervallo di tempo.



- La **portata Q** è definita come la **quantità di fluido che passa attraverso una sua sezione (trasversale) per unità di tempo (in 1 sec)**
  - Si misura in  $m^3/s$  oppure  $l/s$  ( $1l = 1dm^3$ ) (volume/secondo)
  - E' il volume che riempirebbe una bacinella se lasciamo aperto il condotto per 1 s
- **Dipende dalla velocità del fluido:** più veloce fluido, maggiore è portata
- Se non ho perdite (o aggiunte) di fluido, la portata e' costante!

# La quantita' e' costante...

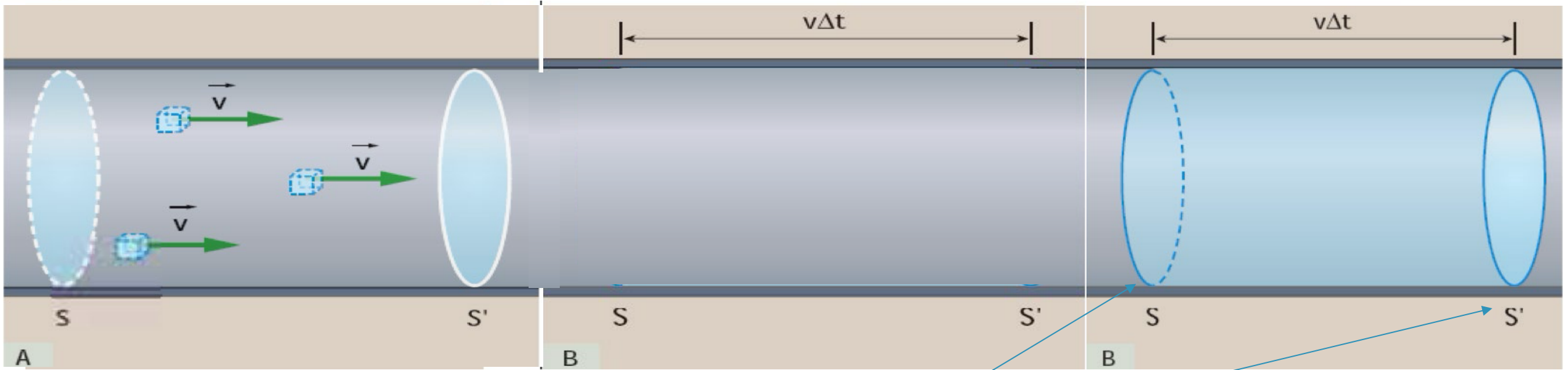


- Nel caso di un fluido in corrente stazionaria a velocita  $v$ , la **massa di fluido** che passa in un tempo  $\Delta t$  attraverso una sezione del tubo S o S' e' quella contenuta nel **cilindro di base S e altezza  $h = v \Delta t$**  (se non c'e' perdita o aggiunta di fluido durante il percorso):

$$m = \rho V = \rho S h = \rho S v \Delta t$$

- Siccome  $Q = \frac{V}{\Delta t}$  allora  $Q = \frac{Sh}{\Delta t} = \frac{Sv \Delta t}{\Delta t} = Sv$  prodotto sezione per velocita'!

# Legge di Leonardo – equazioni di continuità



- La quantità di acqua che passa in due sezioni è la stessa:

$$m_1 = m_2 \rightarrow \rho_1 S_1 v_1 \Delta t = \rho_2 S_2 v_2 \Delta t$$

$$\rightarrow \rho_1 S_1 v_1 = \rho_2 S_2 v_2 .$$

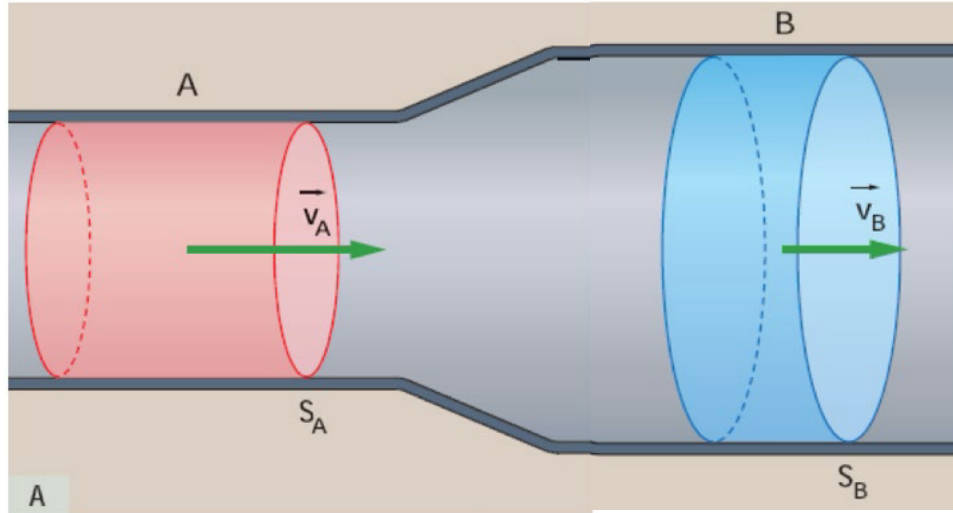
$$S_1 = S_2$$

- Valida nel caso di un fluido (gas e liquido)**

- Nel caso di un liquido  $\rho_1 = \rho_2$  (*incomprimibile*) e quindi la formula si riduce a

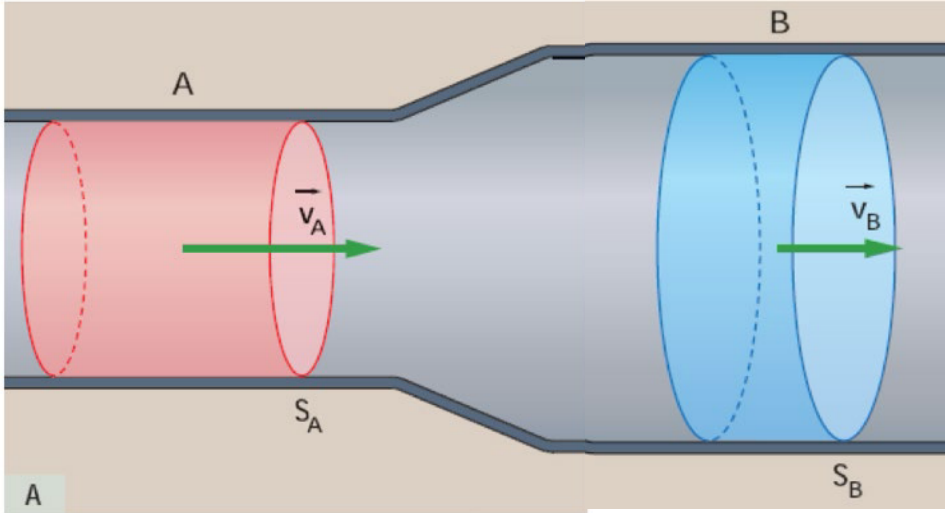
$$S_1 v_1 = S_2 v_2 .$$

# Cambi di sezione



- Cosa succede quando un tubo cambia sezione
  - La superficie  $A$  ha sezione  $S_A$  si muove con velocità  $v_A$  e in 1 sec si sposta di  $\Delta x_A$
  - La superficie  $B$  ha sezione  $S_B$  si muove con velocità  $v_B$  e in 1 sec si sposta di  $\Delta x_B$
- Il movimento si può studiare come se il volume  $A$  andasse in  $B$

# Cambi di sezione



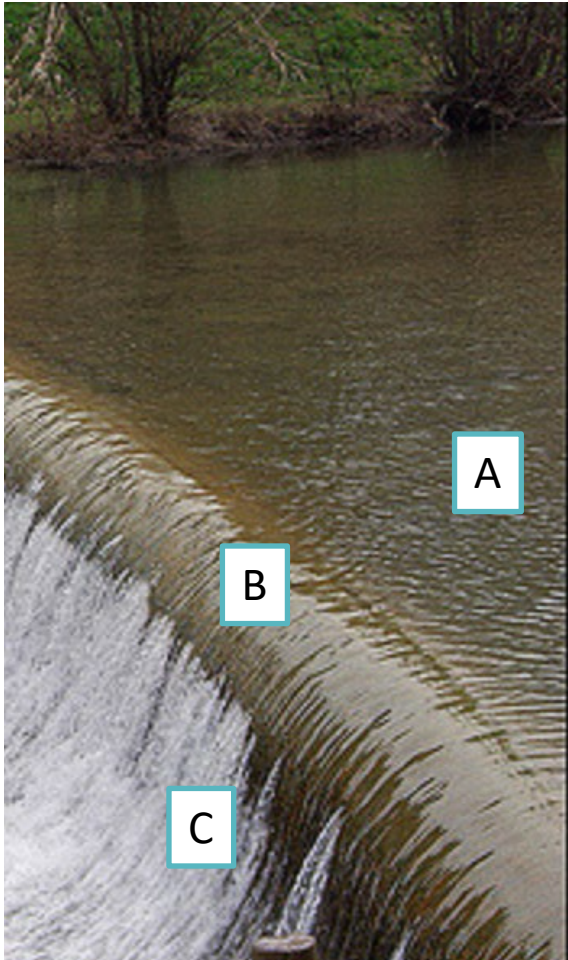
- Cosa succede se il tubo si allarga o restringe?
- La portata e' costante  $Q_1 = Q_2$  e quindi

$$S_A v_A = S_B v_B$$

che dice che la massa di liquido nei due cilindri rosso e blu non cambia

- Ricaviamo  $\frac{S_A}{S_B} = \frac{v_B}{v_A}$  ovvero:
  - Se aumento la sezione, la velocità diminuisce
  - Se diminuisco la sezione, la velocità aumenta

# L'equazione di continuità



$$\frac{S_1}{S_2} = \frac{v_2}{v_1}$$

- La formula dice che la portata del liquido in  $A$ ,  $B$ ,  $C$  è **costante**.
- Attenzione che non c'è bisogno che fluido sia all'interno di un 'tubo', ma vale anche per un "canale"

# Esempio

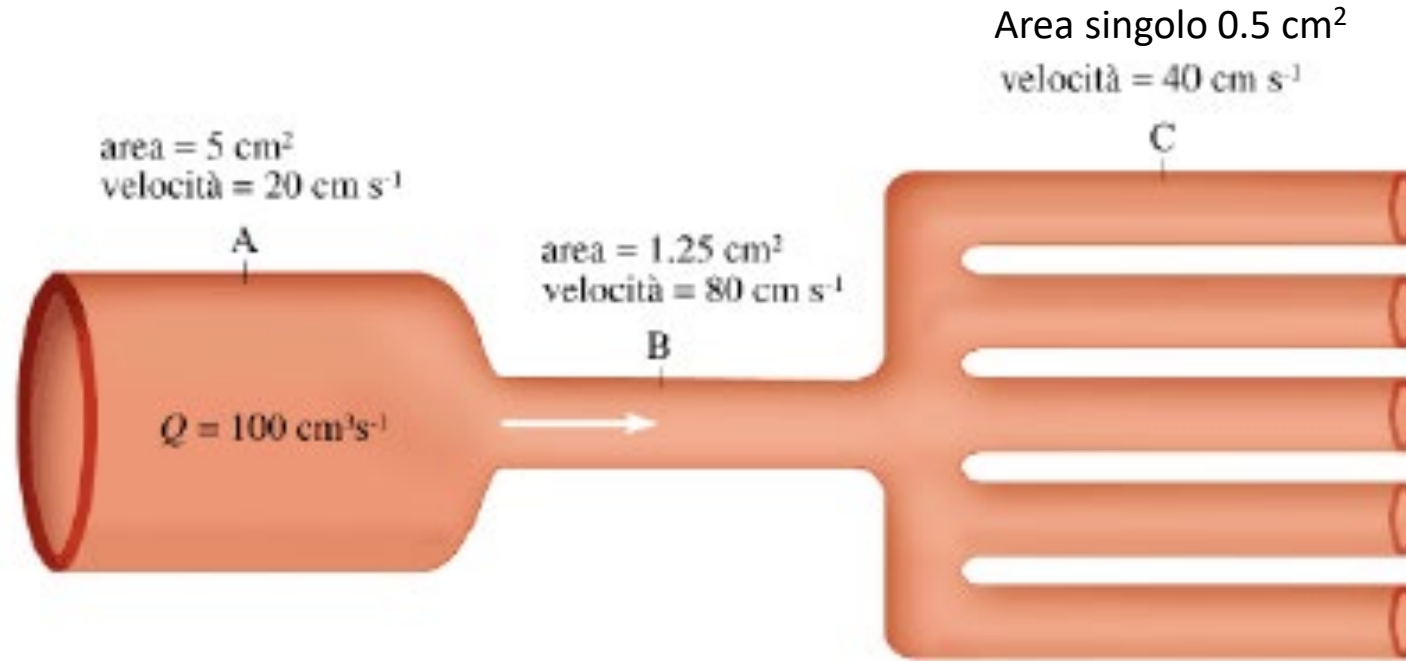


- Quando si annaffia si blocca parzialmente la sezione del tubo con un dito per far sì che l'acqua, uscendo a  $v$  maggiore, arrivi più lontano.
- Quando ci si soffia il naso, si chiude una narice per spingere l'aria su uno dei due buchi (ridurre la sezione a metà) e quindi aumentare la velocità di uscita



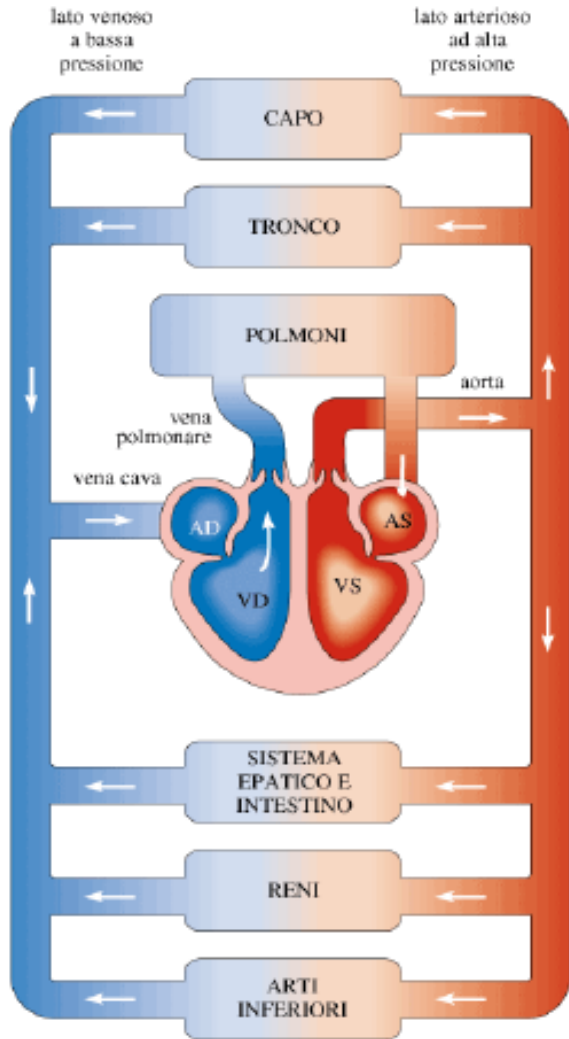
$$S_A v_A = S_B v_B$$

# L'equazione di continuità – sezione totale e diramazione



- Se il condotto si apre in più diramazioni, bisogna considerare la **superficie totale**. In ogni tratto si avrà sempre  $Q = v S$ .
- Nell'ultimo tratto conta la **sezione totale dei canali!**

# Esempio di applicazione al flusso sanguigno



Negli esseri umani il sangue fluisce dal cuore nell'aorta, arterie maggiori, arteriole e poi in miriadi di piccoli capillari.

Il raggio dell'aorta è circa 1.2 cm e il sangue che vi scorre attraverso ha una velocità di circa 40 cm/sec. Un capillare tipico ha un raggio di circa  $4 \cdot 10^{-2}$  cm e il sangue vi scorre attraverso ad una velocità di circa  $5 \cdot 10^{-4}$  m/s. **Stimare quanti capillari vi sono nel corpo.**

$$v_1 A_1 = v_2 A_2 \Rightarrow v_2 N \pi r_{cap}^2 = v_1 \pi r_{aorta}^2 \quad N \text{ è il numero dei capillari}$$

$$N = \frac{v_1}{v_2} \frac{r_{aorta}^2}{r_{cap}^2} = \left( \frac{0.40 \text{ m/s}}{5 \cdot 10^{-4} \text{ m/s}} \right) \left( \frac{1.2 \cdot 10^{-2} \text{ m}}{4 \cdot 10^{-6} \text{ m}} \right)^2 \sim 7 \cdot 10^9$$

# Esercizio



- In giardino ho un rubinetto a cui attacco una pompa di diametro 2cm, apro il rubinetto al massimo.
- Voglio misurare la portata, come faccio?
  - Prendo una bacinella, lascio aperto il rubinetto per 30 secondi, misuro peso (4kg) della bacinella (sottraendo la tara):

$$Q = \frac{V}{t} = \frac{m/\rho}{t} = \frac{4/1000}{30} = 1.3 \cdot 10^{-4} \frac{m^3}{s}$$

- Voglio misurare la velocità dell'acqua nel tubo:
  - Dalla portata  $v = \frac{Q}{S} = \frac{1.3 \cdot 10^{-4}}{\pi(0.01)^2} = 0.4 \frac{m}{s}$
- L'erogatore ha 100 buchi da 1 mm di diametro, a che velocità esce acqua dai buchi?
  - Portata costante quindi  $S_1 v_1 = N S_2 v_2$  ovvero

$$v_2 = \frac{S_1 v_1}{N S_2} = \frac{\pi(0.01^2)(0.1)}{(100)\pi(0.0005)^2} = 1.6 \text{ m/s}$$

DANIELIS BERNOULLI JOH. FIL.

MED. PROF. BASIL.

ACAD. SCIENT. IMPER. PETROPOLITANÆ, PRIUS MATHESIOS  
SUBLIMIORIS PROF. ORD. NUNC MEMBRI ET PROF. HONOR.

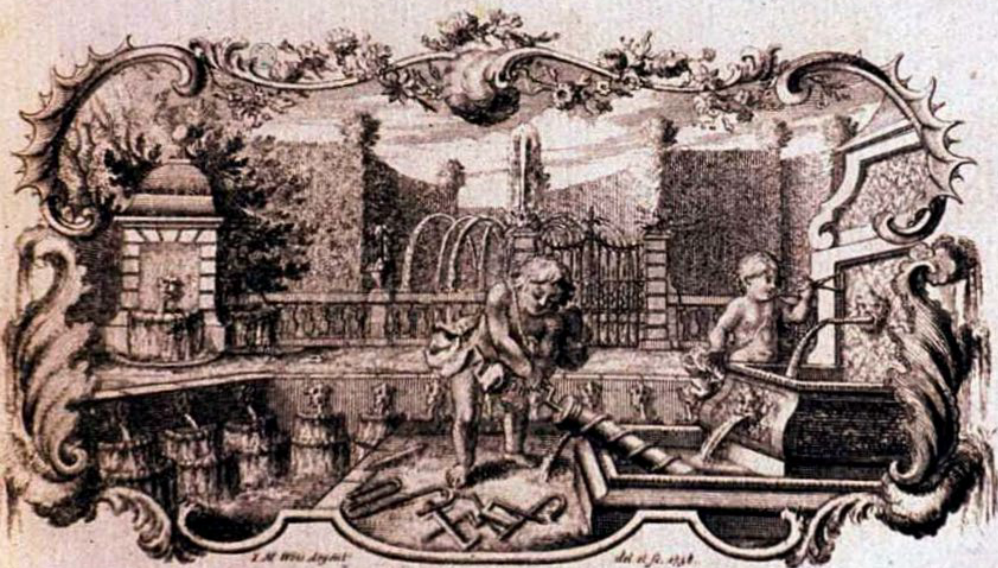
# HYDRODYNAMICA,

SIVE

DE VIRIBUS ET MOTIBUS FLUIDORUM  
COMMENTARIUM.

OPUS ACADEMICUM

AB AUCTORE, DUM PETROPOLI AGERET,  
CONGESTUM,



ARGENTORATI,

Sumptibus JOHANNIS REINHOLDI DULSECKERI,

Anno M D CCXXXVIII.

Typis JOH. HENR. DECKERI, Typographi Basiliensis.

Conservazione energia nei  
fluidi –  
teorema Bernoulli

# The Bernoulli's

*Daniel Bernoulli*

**Jacob Bernoulli**



**Born** 6 January 1655  
Basel, Switzerland

**Died** 16 August 1705 (aged 50)  
Basel, Switzerland

**Johann Bernoulli**

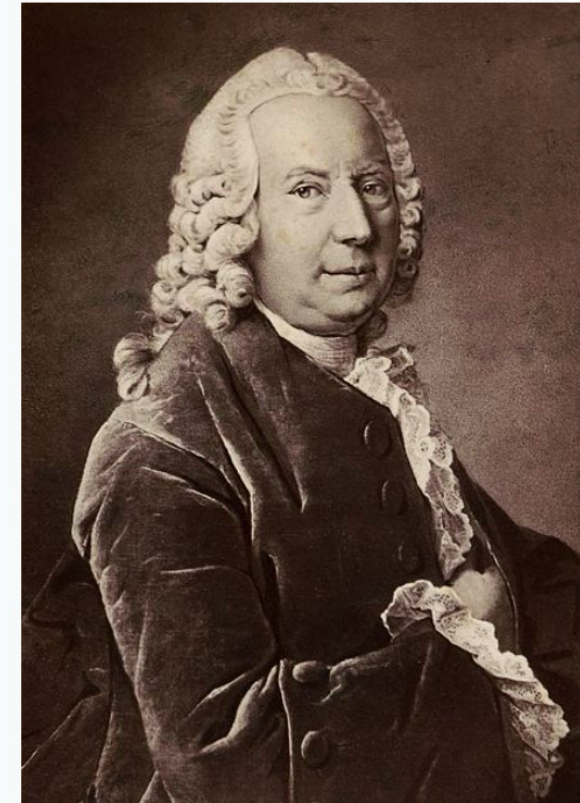


Johann Bernoulli (portrait by [Johann Rudolf Huber](#), circa 1740)

**Born** 6 August 1667  
Basel, Switzerland

**Died** 1 January 1748 (aged 80)  
Basel, Switzerland

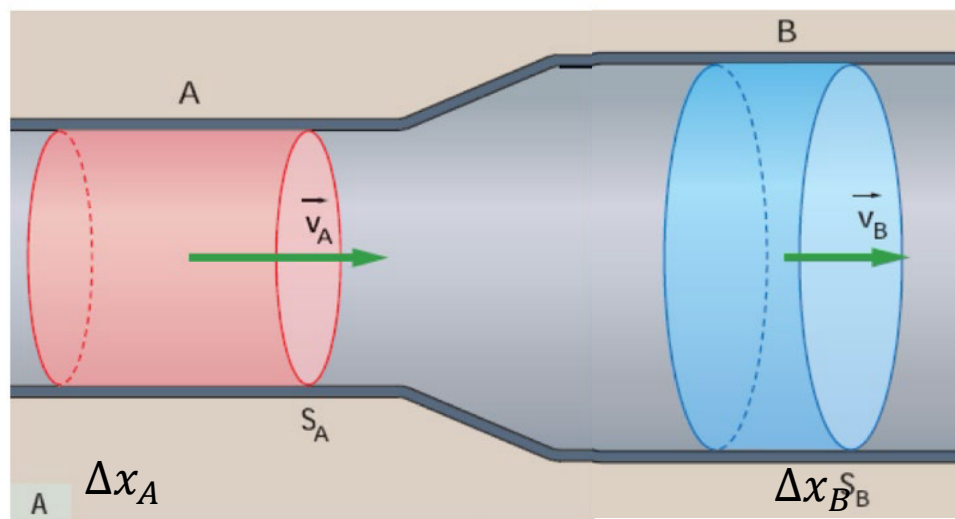
**Daniel Bernoulli**



**Born** 8 February 1700  
Groningen, Dutch Republic

**Died** 27 March 1782 (aged 82)  
Basel, Republic of the Swiss

# Variazione di energia cinetica in un tubo di fluido



Da Meccanica sappiamo che

$$L_{Risultante} = \Delta K < 0$$

quindi e' stato fatto lavoro  
contro delle forze, quali?

- La quantita di liquido in A e in B e' la stessa, ma con velocita' diverse:

$$m_A = m_B = m$$

- Le velocita variano:

$$v_A > v_B \text{ perche } S_A < S_B$$

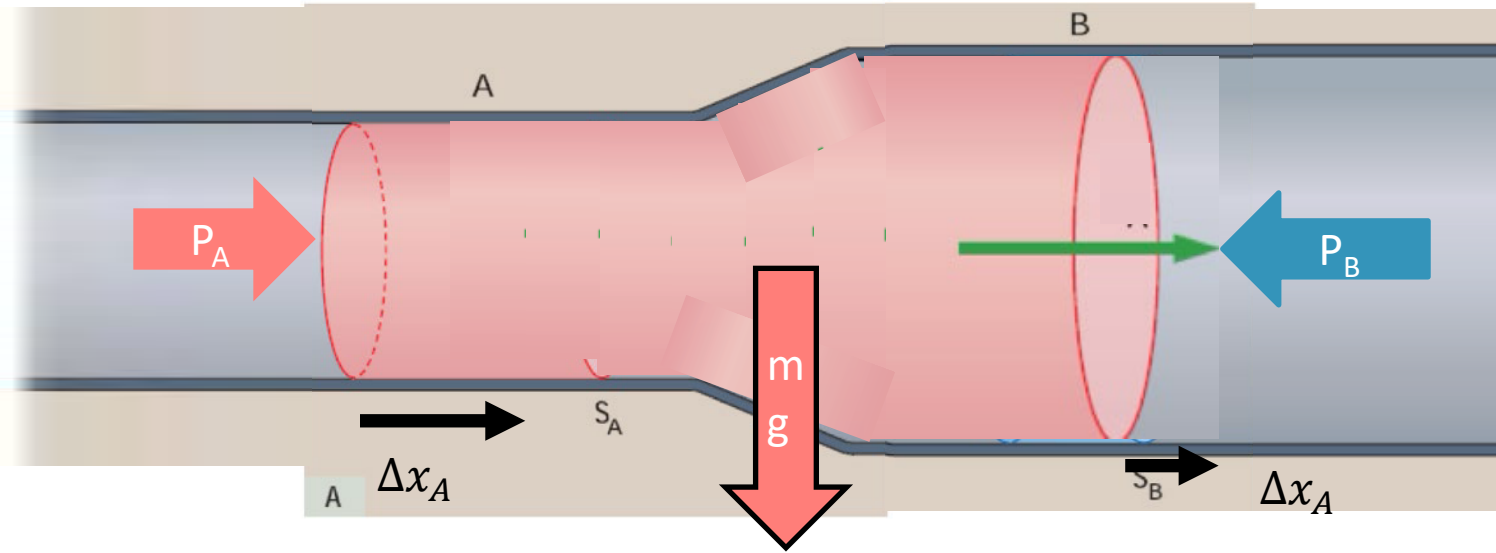
- Si stanno muovendo, quindi si puo' usare lo stesso concetto di energia cinetica visto per i corpi solidi  $E = \frac{1}{2} m v^2$

- Prima :  $K_A = \frac{1}{2} m v_A^2$

- Dopo:  $K_B = \frac{1}{2} m v_B^2$

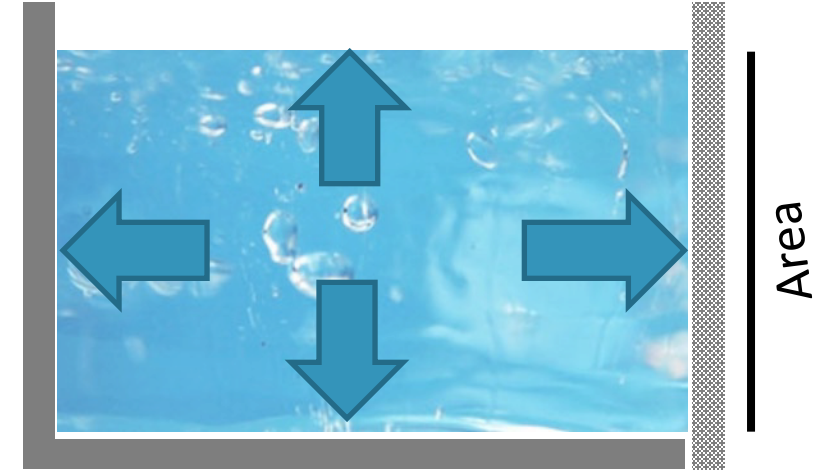
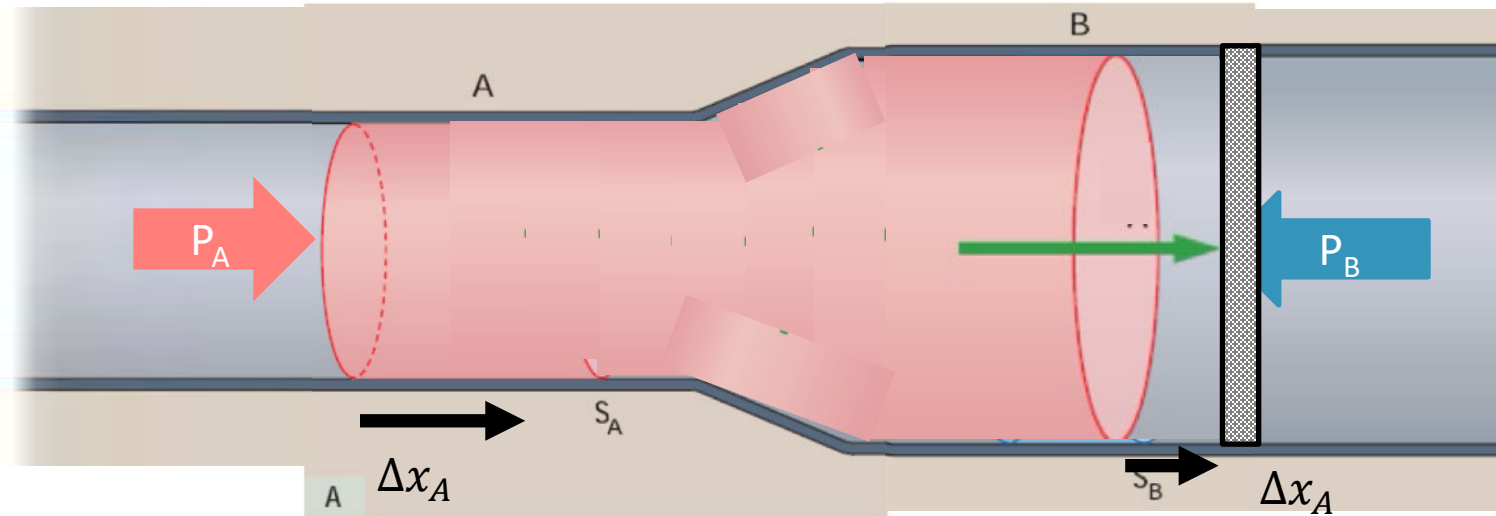
- Quindi  $\Delta K = K_B - K_A < 0$

# Chi causa diminuzione di energia cinetica?



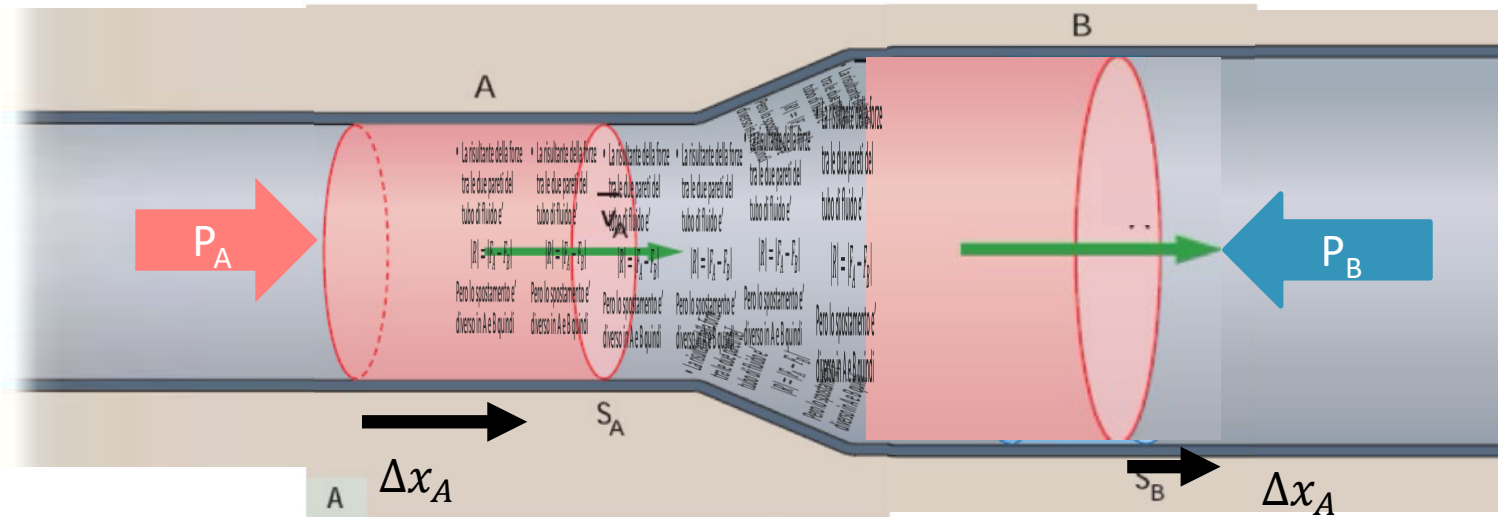
- Attenzione! Siamo nella condizione di fluido stazionario (il movimento continua a non dipendere dal tempo), tuttavia varia da punto a punto
  - Il fatto che ci sia ora movimento implica che una parte della energia può andare in pressione. Vediamo come
- **Forza peso:**  $F_p = mg$ ; e' perpendicolare allo spostamento, quindi  $L_{peso} = 0$
  - **Pressione** potrebbe essere la imputata? E' pur sempre forza/area
  - Le pressioni in  $P_A$  e  $P_B$ . sono uguali o diverse?

# Pressione nel caso fluido non stazionario



- Siccome fluido movimento, possiamo pensare che
  - oltre alla pressione interna che avevamo visto nel caso stazionario
  - Esiste una pressione legata al fatto che il fluido si muove e puo' spingere ulteriormente su una parete ideale

# Lavoro della pressione



- La risultante delle forze tra le due pareti del tubo di fluido e'

$$|R| = |F_A - F_B|$$

Pero lo spostamento e' diverso in A e B quindi

$$L_R = F_A \Delta x_A - F_B \Delta x_B \text{ (ma } F = PA)$$

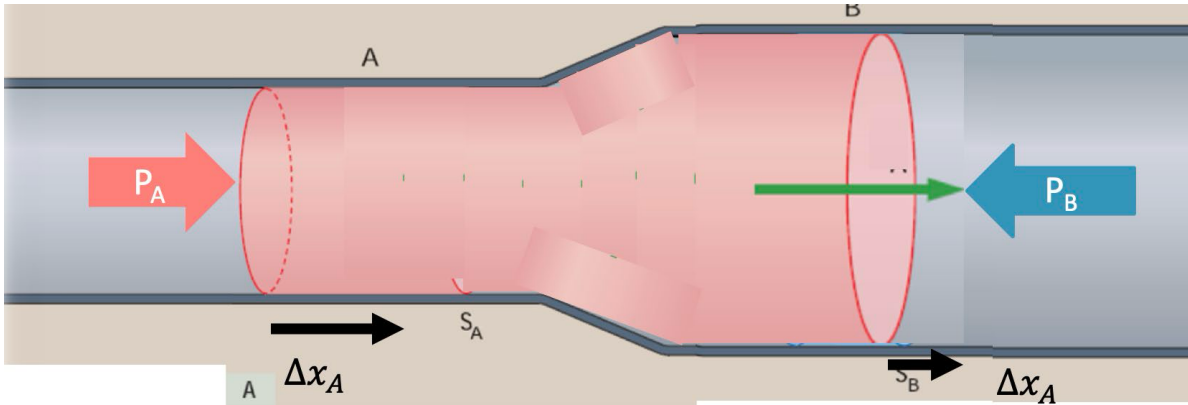
$$P_A S_A \Delta x_A - P_B S_B \Delta x_B \text{ (ma } S \Delta x = V)$$

$$P_A V_A - P_B V_B \text{ (ma } V_B = V_A = V)$$

$$P_A V - P_B V = -\Delta P V$$

lavoro  
risultante

# Una quantita' che si conserva durante il moto



- Abbiamo visto che la variazione di energia cinetica e' associata a variazione di pressione:

$$\Delta K = -\Delta P \cdot V$$

- E sapendo dalla meccanica che:

$$L_R = -\Delta K$$

- Siccome  $\Delta K = K_B - K_A$  e  $\Delta P = P_B - P_A$

allora  $K_B - K_A = -(P_B - P_A)V$

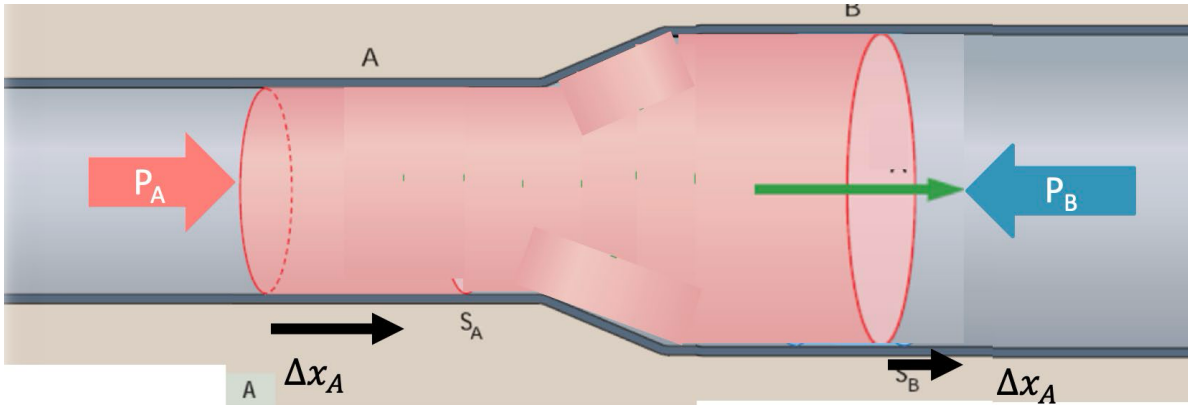
$$K_B + P_B V = K_A + P_A V$$

$$K + P V = \text{cost}$$

$PV$  e' **energia**:

$$\frac{F}{m^2} \cdot m^3 = Fm = J$$

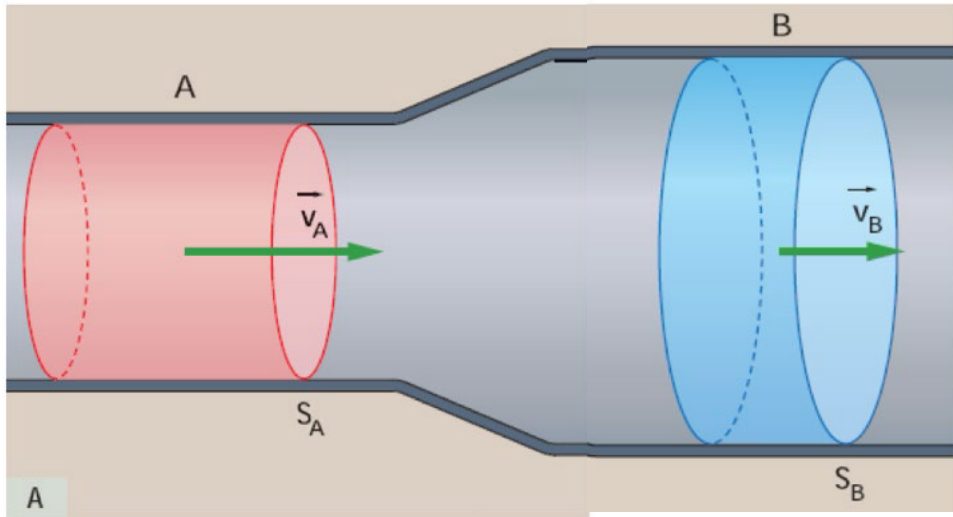
# Attenzione a una cosa!



$$\Delta K < 0 \rightarrow P_A < P_B$$

- Se la sezione si allarga
  - Diminuisce la velocità
  - aumenta la pressione:
- **Contro intuitivo:** invece che spingere “in avanti” sulle pareti, il liquido spinge sulle pareti

# Legge Bernoulli – I parte



*Se  $PV$  e' una energia, allora dividendo per  $V$  ottengo che la pressione  $P$  ha le dimensioni di una **densita' di energia**  $= J/m^3$*

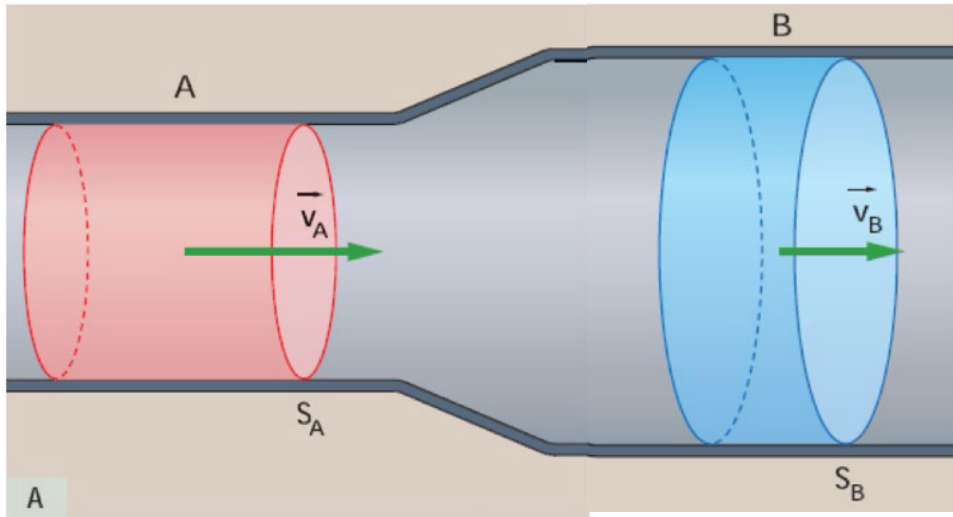
$$P_A V + E_{K,A} = P_B V + E_{K,B}$$

dice che la **somma di energia cinetica più termine  $PV$**  (chiamiamo energia di pressione) è costante (in assenza di attriti) durante lo scorrere di un liquido

- Sappiamo che misurare il volume non e' sempre facile, ma e' più facile la densita  $\rho = m/V$  quindi, **dividendo per  $V$** :

$$P_A + \frac{1}{2} \rho_A v_A^2 = P_B + \frac{1}{2} \rho_B v_B^2$$

# Legge Bernoulli – I parte: variazione sezione



Prima versione della legge di Bernoulli  
(teorema di conservazione della (densità di)  
energia nei fluidi in movimento:

$$P_A + \frac{1}{2} \rho_A v_A^2 = P_B + \frac{1}{2} \rho_B v_B^2$$

Caso particolari:

- Se  $S = \text{cost} \rightarrow v = \text{cost} \rightarrow P = \text{cost}$

$$Q = S_A v_A = S_B v_B$$

$S \text{ cost} \rightarrow v \text{ cost}$

$\uparrow$   
 $S_A = S_B$

# Esercizio



- In giardino ho un rubinetto  $Q = 1.3 \cdot 10^{-4} \text{ m}^3/\text{s}$ 
  - $v_{\text{tubo}} = 0.4 \text{ m/s}$
  - $v_{\text{erogatore}} = 1.6 \text{ m/s}$
- Che pressione nel tubo?



$P_B = 1 \text{ atm}$  *Nel caso  $v_{\text{tubo}} = v_{\text{erog.}}$*   
☞  $S_B = S_A \rightarrow P_A = P_B = 1 \text{ atm!}$

$$P_A + \frac{1}{2} \rho v_A^2 = P_B + \frac{1}{2} \rho v_B^2 \quad v_A = 0.4 \text{ m/s} \quad v_B = 1.6 \text{ m/s}$$

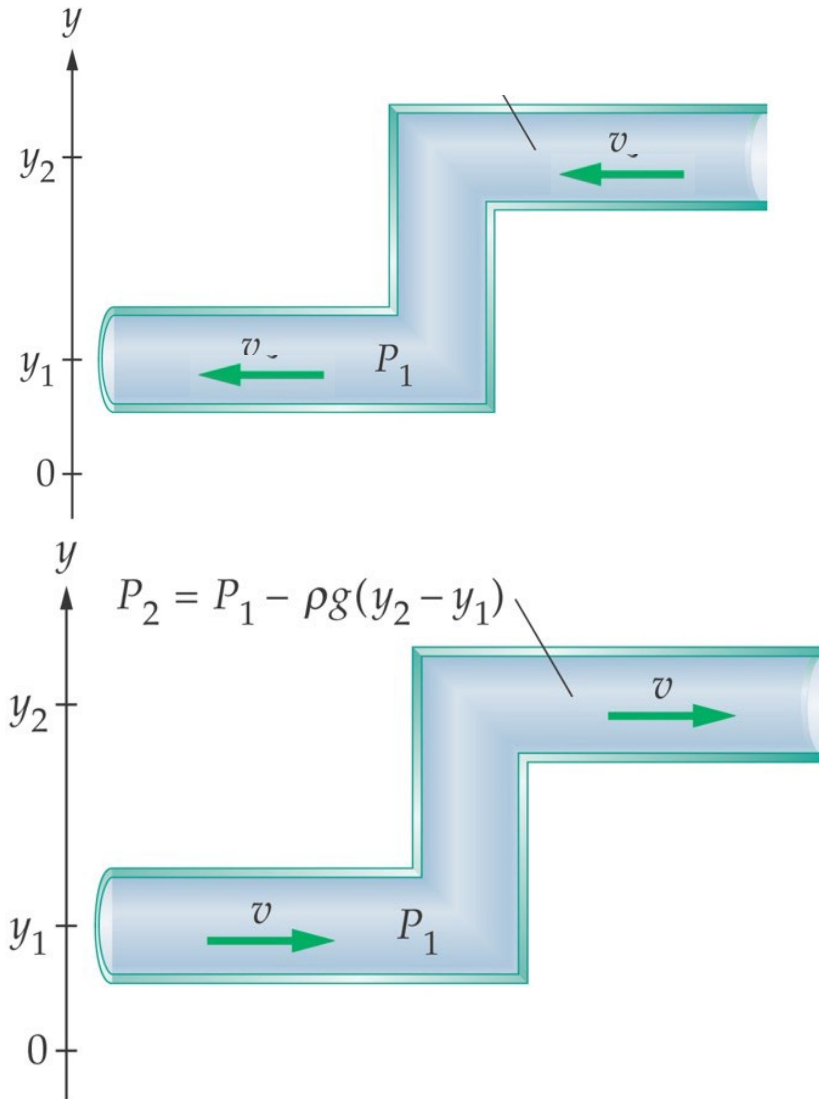
All'uscita l'acqua è a contatto con l'aria, quindi  $P_B = 1 \text{ atm}$

Allora  $P_A - P_B = \frac{1}{2} \rho (v_B^2 - v_A^2)$  con  $\rho_{\text{acqua}} : \rho = 10^3 \text{ kg/m}^3$

$1 \text{ atm} \sim 101325 \text{ Pa} \rightarrow P_A \cong 1.012 \text{ atm}$

## Versione completa Legge Bernoulli

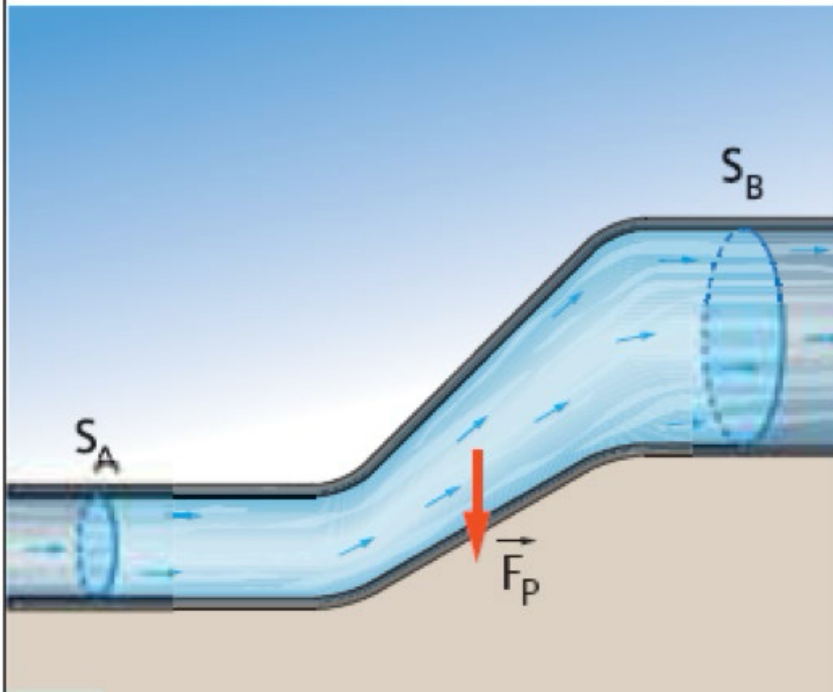
# Legge Bernoulli – II parte: variazione di quota



- Supponiamo adesso di avere un 'tubo' di flusso che fa un salto
  - tubo o canale se fluido va verso basso
  - Tubo chiuso se fluido va in alto
- Se non cambia la sezione,  $v_{basso} = v_{alto}$
- Cambia la pressione?
- Per Stevino  $\Delta P = \rho g h$
- Abbiamo visto che la pressione e' una densita' di energia, ed e' quindi **l'energia potenziale del liquido dovuta alla forza peso:**

$$\Delta U = m g h \rightarrow \Delta P = \frac{m g h}{V} = \rho g h$$

# Teorema di Bernoulli – conservazione energie fluidi

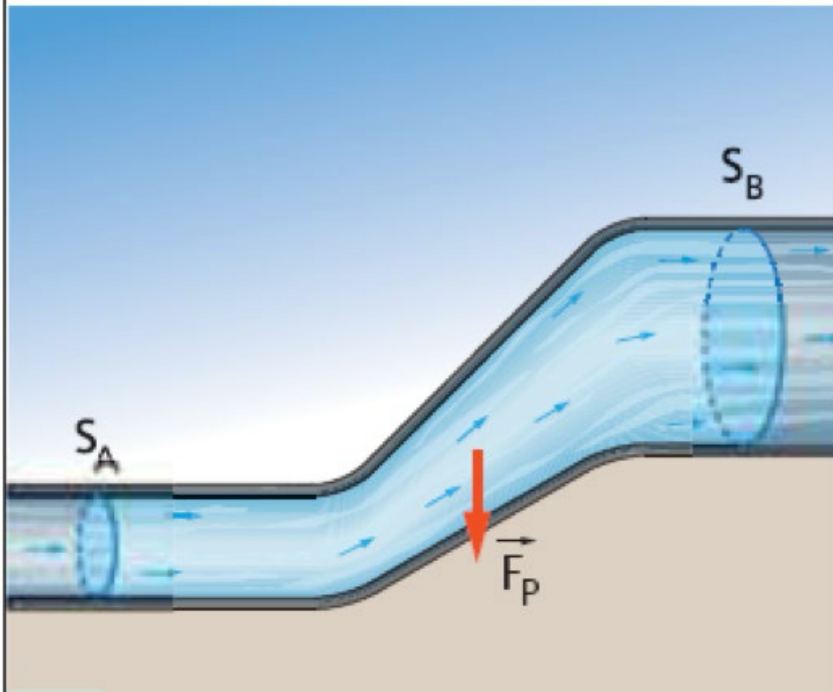


- Per un liquido in corrente stazionaria si può definire una densità di energia meccanica per unità di volume:

$$E = P + \frac{1}{2} \rho v^2 + \rho g h \quad = \text{costante}$$

- In assenza di forze dissipative, questa quantità si conserva
  - $E = \text{cost}$
  - $\Delta E = 0$
- Con questa formula sappiamo calcolare pressione, velocità e dislivelli

# Teorema di Bernoulli – conservazione energie liquidi



Pressione e' densita' volumetrica di energia

- Formula generale della conservazione energia dei liquidi

$$E = P + \frac{1}{2}\rho v^2 + \rho g h = \text{costante}$$

- In assenza di forze dissipative, questa quantita' si conserva
- Casi particolari:

- Tubo orizzontale  $E = P + \frac{1}{2}\rho v^2 = \text{costante}$

- Tubo sezione costante  $E = P + \rho g h = \text{costante}$

# Esempio

In una casa l'acqua calda circola in un impianto di riscaldamento. Se l'acqua viene pompata ad una velocità di 0.5 m/sec attraverso un tubo del diametro di 4.0 cm nello scantinato ad una pressione di 3 atm, quali saranno la velocità di flusso e la pressione in un tubo di 2.6 cm al secondo piano situato 5 m sopra?

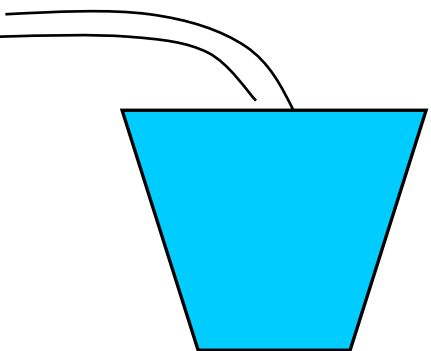
1) Equazione continuità, otteniamo velocità  $v_2 = \frac{v_1 A_1}{A_2} = v_1 \frac{\pi r_1^2}{\pi r_2^2} = \frac{(0.50)(0.020)^2}{(0.013)^2} = 1.2 \text{ m/s}$

2) Per Bernoulli:  $P_1 + \frac{1}{2}\rho v_1^2 + \rho g h_1 = P_2 + \frac{1}{2}\rho v_2^2 + \rho g h_2$  quindi

$$P_2 = P_1 + \frac{1}{2}\rho v_1^2 - \frac{1}{2}\rho v_2^2 + \rho g h_1 - \rho g h_2 = P_1 + \rho g(h_1 - h_2) + \frac{1}{2}\rho(v_1^2 - v_2^2)$$

$$\begin{aligned} &= (3.0 \cdot 10^5 \text{ Nm}^{-2}) + (1.0 \cdot 10^3 \text{ kgm}^{-3})(9.8 \text{ ms}^{-2})(-5.0\text{m}) \\ &\quad + \frac{1}{2}(1.0 \cdot 10^3 \text{ kgm}^{-3})[(0.5 \text{ ms}^{-1})^2 - (1.2 \text{ ms}^{-1})^2] = 2.5 \cdot 10^5 \text{ Nm}^{-2} = 2.5 \text{ atm} \end{aligned}$$

# Esercizio



- Un tubo per l'acqua di 2 cm di diametro viene utilizzato per riempire un secchio da 20 litri. Se occorre un minuto per riempirlo,
  - A) quale è la velocità con cui esce l'acqua dal tubo?
  - B) Se il diametro del tubo è ridotto a 1 cm e con la stessa portata, con che velocità esce l'acqua

- Risposte:

- A: Velocità (usando eq. continuità):  $v = \frac{Q}{A}$ 
  - Sezione del tubo:  $A = \pi \left(\frac{d}{2}\right)^2 = \pi \left(\frac{2}{2}\right)^2 = \pi \text{ cm}^2 = 10^{-4} \pi \text{ m}^2$
  - Portata  $Q = 20 \frac{\text{l}}{\text{min}} = \frac{20 \cdot 10^{-3} \text{ m}^3}{60 \text{ s}} = \frac{3.3 \cdot 10^{-4} \text{ m}^3}{\text{s}} = Av$
- A: Velocità (usando eq. continuità):  $v = \frac{Q}{A} = \frac{3.3 \cdot 10^{-4} \text{ m}^3}{10^{-4} \pi \text{ m}^2} = 1.05 \frac{\text{m}}{\text{s}}$
- B:  $r \rightarrow \frac{r}{2}$  quindi  $A \rightarrow \frac{A}{4}$ ;  $Q = \text{cost}$  quindi  $v = \frac{Q}{A} \rightarrow 4v = 4.2 \frac{\text{m}}{\text{s}}$

# Tubo di Venturi



- Tubo con una strozzatura
- Equazione Bernoulli generale:

$$P + \frac{1}{2}\rho v^2 + \rho gh = cost$$

- Nel nostro caso, tubo orizzontale

$$P + \frac{1}{2}\rho v^2 = cost$$

- Ovvero

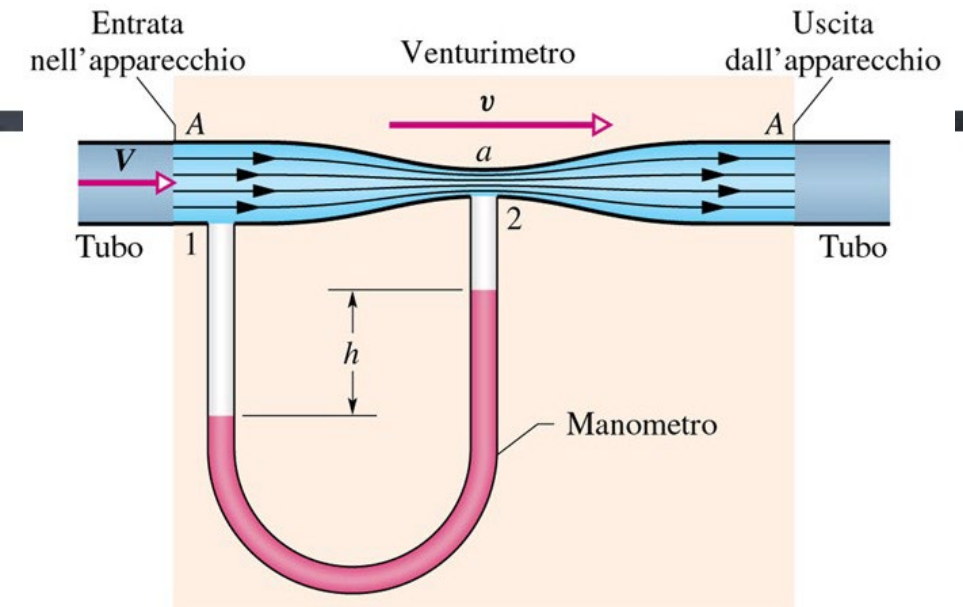
$$P_A + \frac{1}{2}\rho v_A^2 = P_B + \frac{1}{2}\rho v_B^2$$

- Quindi dove c'è la strozzatura  $v_B > v_A$  ma allora  $P_B < P_A$

# Tubo di Venturi

- Tubo con una strozzatura:  
**Misura della velocità di un fluido da una misura di pressione**

- Punto 1: sezione  $A_1$  con pressione  $P_1$
- Punto 2: sezione  $A_2$  con pressione  $P_2$



- La portata è costante, visto che il fluido è incompressibile:  $Q = A_1 v_1 = A_2 v_2$
- Allora  $v_1 = \frac{A_2 v_2}{A_1}$  che se sostituita nella legge di Bernoulli  $P_1 + \frac{1}{2} \rho v_1^2 = P_2 + \frac{1}{2} \rho v_2^2$  da:

$$v_2 = A_1 \sqrt{\frac{2(P_1 - P_2)}{\rho(A_1^2 - A_2^2)}} \rightarrow v_1 = A_2 \sqrt{\frac{2(P_1 - P_2)}{\rho(A_1^2 - A_2^2)}}$$

- E quindi da una differenza di pressione si può determinare la portata

# Tubo Venturi per irrigazione

## Iniettore Fertilizzante Venturi Per Sistemi Irrigazione Goccia Giardino

di [Generico](#)



[1 recensione cliente](#)

Prezzo: **EUR 3,35** Spedizione gratuita.

Tutti i prezzi includono l'IVA.

**Disponibilità immediata.**

Ricevilo entro 6 - 16 mag. con la modalità **Spedizione standard**. [Dettagli](#)

Venduto e spedito da **366 eShop** (20 Giorni di consegna).

- Un tubo di Venturi è un dispositivo che crea un vuoto quando il fluido scorre attraverso di esso. Il fluido che crea il vuoto è conosciuto come fluido motore. Il fluido motore per iniettori di irrigazione è l'acqua di irrigazione stesso. Depressione creata dal tubo di Venturi succhia fertilizzante o chimica in acqua motrice.
- Usato per fertilizzanti e iniezione chimica attraverso sistemi di irrigazione a goccia e sprinkler
- Colore nero
- Materiale: plastica di ingegneria
- Lunghezza totale: Circa. 135 millimetri / 5.3inch

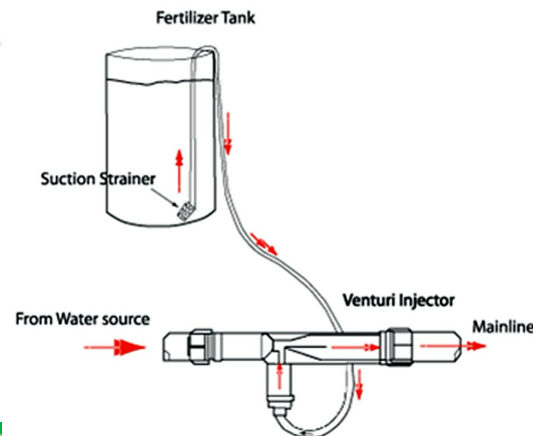
[Segnala informazioni inesatte.](#)

Fertilizzante

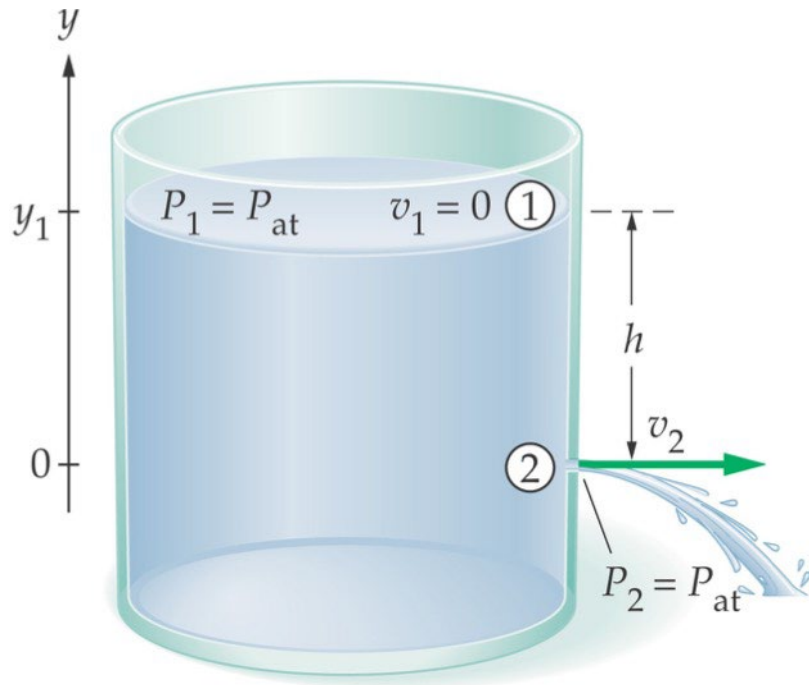


Acqua →

Acqua →

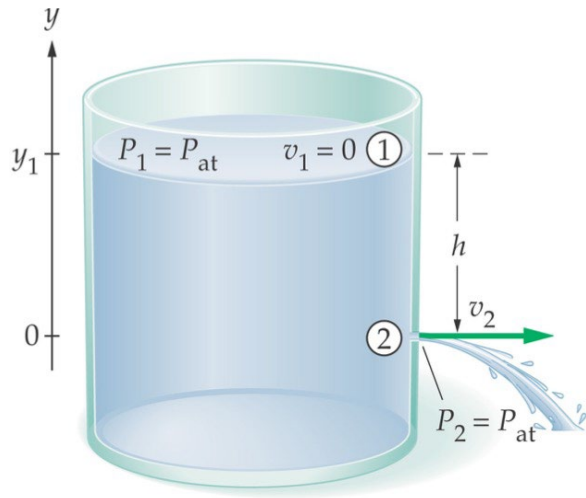


# Conseguenza Bernoulli



- Sappiamo per Stevino che la pressione in (2) e'  $\rho g h$  più grande di quella atmosferica in (1)
- Se facciamo un foro
  - Subito prima uscita:  $E_1 = P_{ATM} + \rho g h$
  - Subito dopo uscita:  $E_2 = P_{ATM} + \frac{1}{2} \rho v_2^2$
  - $E_1 = E_2$  quindi:  $v_2 = \sqrt{2gh}$  : la velocità diminuisce nel tempo con il dislivello
- E quindi diminuisce la distanza alla quale il liquido tocca terra

# Esempio



- Supponiamo foro sia ad altezza  $h = 0.5 \text{ m}$  allora
  - $v_2 = \sqrt{2gh} = \sqrt{2(9.81)(0.5)} = 3.13 \text{ m/s}$
- Se botte posta ad altezza 1m, dove cade liquido?

$$\text{○ } x = v_2 \sqrt{\frac{2h}{g}} = 3.13 \sqrt{\frac{2(1)}{9.81}} = 1.41 \text{ m}$$



# Chiusura

# Concetti chiave

- Se la portata è costante (continuità, ovvero nessuna perdita o aggiunta di fluido), allora c'è una relazione univoca tra velocità e sezione:  $Q=Sv=\text{cost}$
- Studiando l'energia in un fluido, si scopre che oltre al termine cinetico e potenziale, esiste un nuovo termine di energia pari a  $PV$ . Attraverso di quello si può scrivere la equazione di Bernoulli
- In un tubo che si restringe, aumenta velocità e diminuisce pressione

# Termini chiave

---

- Portata
- Equazione di continuità
- Equazione di Bernoulli
- Fluido reale

# Esercizi

- Un tubo da giardino da 2cm di diametro ha una portata  $Q$  di 1.5l/s. Quanto tempo ci metto a riempire un secchio da 27 galloni (1 gallone = 4.55 litri)
  - Lo stesso tubo viene portato fino al secondo piano di una casa, ad un'altezza di 6m. Quanto tempo ci metto a riempire lo stesso secchio?
- Da un fosso con una portata di 7.5 l/s e sezione di  $1\text{m}^2$  parte una diramazione di sezione  $0.1\text{m}^2$ . Le diramazioni sono tutte disposte in orizzontale. Con che velocità fluisce acqua nella diramazione? E nel canale principale dopo la diramazione? Si consideri che la pressione non cambia durante il percorso.
- Ho bisogno di deviare il corso di un fosso per fare dei lavori. Il fosso è profondo 45 cm e largo 1m. L'acqua nel fosso si muove a circa 2m/s. Uso un tubo orizzontale di raggio 10cm. A che velocità scorrerà l'acqua nel tubo?
- Devo svuotare un seminterrato di 100 m<sup>2</sup> riempito da 2 cm di acqua durante un'alluvione. Il seminterrato si trova 2m sotto la superficie. Che pressione deve avere la pompa per portare su l'acqua? Supponendo che svuoti tutta la quantità in 10 minuti, che Potenza ha usato la pompa?

# Approfondimento: Fluidi

## Pressione arteriosa sistemica

Da Wikipedia, l'enciclopedia libera.



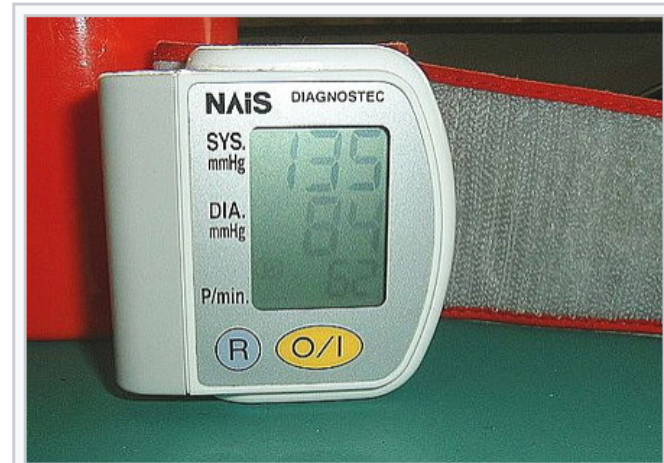
*Le informazioni riportate non sono consigli medici e potrebbero non essere accurate. I contenuti hanno solo fine illustrativo e non sostituiscono il parere medico: [leggi le avvertenze](#).*

La **pressione arteriosa sistemica**, conosciuta anche semplicemente come **pressione arteriosa** è la **pressione** del sangue **arterioso sistemico** misurata a livello del cuore.<sup>[1][2]</sup> Viene espressa in millimetri di colonna di mercurio (mmHg).

La pressione del sangue, intesa come l'intensità della forza che il sangue esercita su una parete del vaso di area unitaria, varia lungo tutto l'apparato vascolare: infatti la pressione arteriosa diminuisce progressivamente dal **ventricolo sinistro** del **cuore** fino alle **arteriole**.

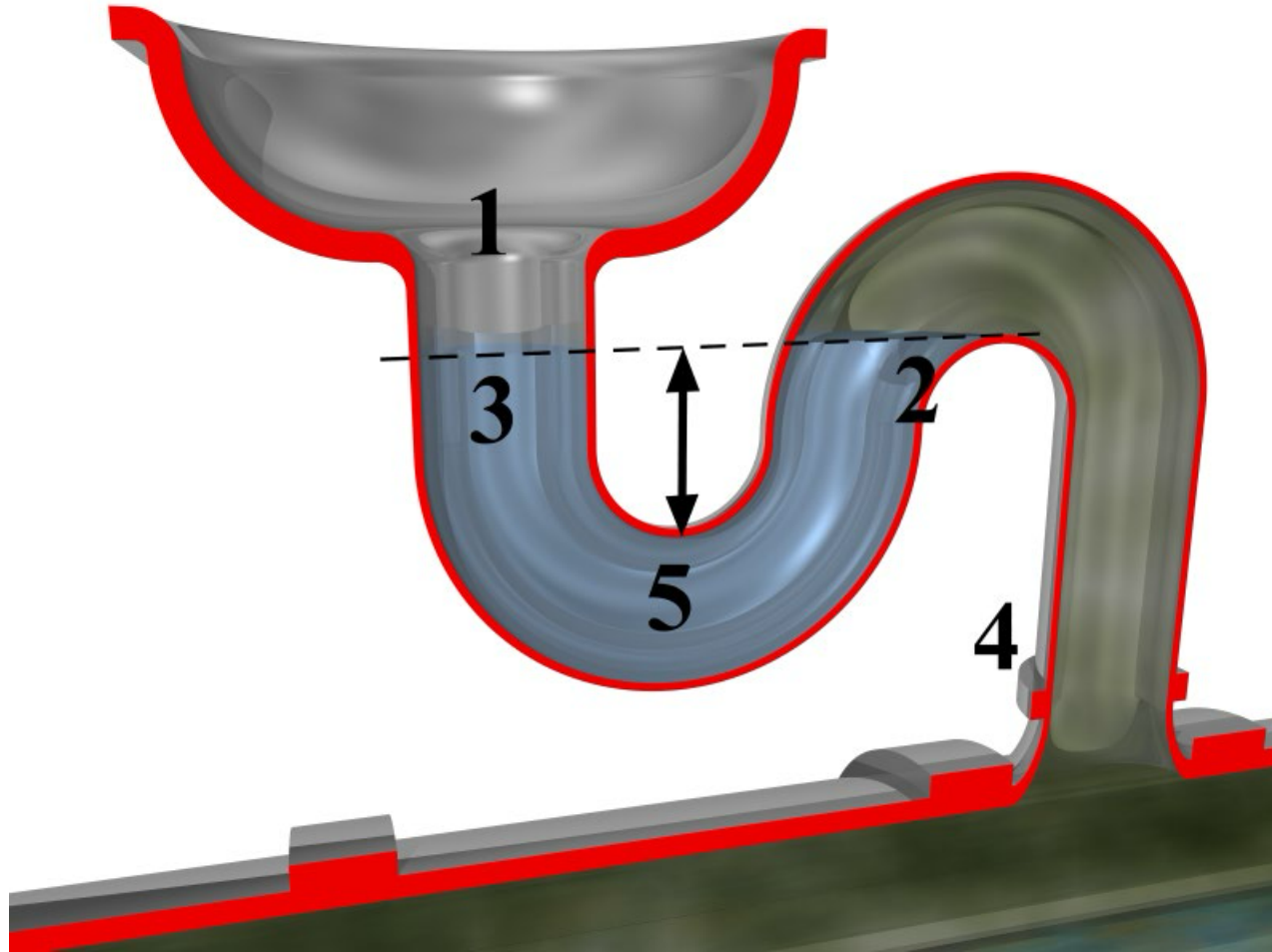
**Indice** [\[nascondi\]](#)

1 [Fisiologia](#)



I valori di pressione massima e minima sul quadrante di un apparecchio per la misurazione della stessa

# Approfondimento: Sifone



---

## Fluidostatica

### Pressione, legge di Stevino, spinta di Archimede.

---

**Problema 1 (Pressione)** : Un pallone da calcio è un po' sgonfio. Posato a terra, la sua superficie di appoggio sul terreno è di  $25 \text{ cm}^2$  e la pressione relativa dell'aria nel pallone vale  $1.8 \times 10^3 \text{ Pa}$ . Qual è la massa del pallone?

$$[m = 4.6 \times 10^2 \text{ g}].$$

**Soluzione** La pressione interna al pallone dell'aria  $P$  sta bilanciando il peso del pallone distribuito sulla sua area d'appoggio,  $F = mg$ . Inoltre sappiamo che  $P = \frac{F}{A}$ . E perciò:

$$P = F/A \rightarrow P = \frac{mg}{A} \rightarrow m = \frac{P \cdot A}{g}, \quad (1)$$

dove si effettua la seguente conversione:  $A = 2.5 \times 10^{-3} \text{ m}^2$ .

**Problema 2 (spinta di Archimede)** : Un geologo vuole determinare la densità di una roccia che ha trovato. La pone su una bilancia e legge il valore di 316 g. Poi appende la roccia a un dinamometro e la immerge in un liquido di densità  $830 \text{ kg/m}^3$ . Il dinamometro misura una forza-peso corrispondente a una massa di 16 g. Quanto vale la densità della roccia?

$$[\rho = 875 \text{ kg/m}^3].$$

**Soluzione** Si può determinare la densità della roccia sfruttando il principio di Archimede, che ci dice che: *un corpo immerso in un fluido riceve una spinta verso l'alto pari al peso del fluido spostato*.

$$F_A = \rho_{\text{liquido}} \cdot g \cdot V_{\text{immerso}} = (m_{\text{aria}} - m_{\text{apparente}}) \cdot g = F_p, \quad (2)$$

dove stiamo supponendo che la roccia sia totalmente immersa nel liquido e, inoltre, la massa apparente è quella misurata nell'immersione.

Da questa equazione si può ricavare  $V_{\text{immerso}}$  e, successivamente  $\rho_{\text{roccia}}$  dalla definizione di densità  $\rho_{\text{roccia}} = \frac{\Delta m}{V_{\text{immerso}}}$ .

**Problema 3 (spinta di Archimede)** : Un cubetto di ghiaccio è immerso in una ciotola d'acqua dolce. La densità del ghiaccio è  $\rho_g = 917 \text{ kg/m}^3$ .

- Quale percentuale del volume totale del cubetto emerge in superficie oltre il livello dell'acqua nella ciotola?
- Il risultato dipende dalle dimensioni del cubetto?

Consideriamo il cubetto immerso in acqua salata ( $\rho_{as} = 1024 \text{ kg/m}^3$ ) invece che dolce. La frazione di cubetto emersa aumenta o diminuisce?

$$[8.3\%, 10.5\%].$$

**Soluzione** Un corpo galleggia quando il peso del corpo è bilanciato dalla spinta di Archimede, cioè dal peso del fluido spostato:

$$\rho_{ghiaccio} \cdot V \cdot g = \rho_{acquadolce} \cdot V_{immerso} \cdot g. \quad (3)$$

Dividendo per  $V \cdot g$ , si ottiene:

$$\frac{\rho_g}{\rho_a} = \frac{V_{imm}}{V}, \quad (4)$$

dove chiaramente  $V$  rappresenta il volume totale del cubetto di ghiaccio. Come si nota, il risultato non dipende dalle sue dimensioni. Per trovare la parte emersa,

$$E = 1 - \frac{\rho_g}{\rho_a}. \quad (5)$$

L'acqua salata ha densità maggiore quindi, per bilanciare lo stesso peso, serve meno volume immerso e, pertanto, più ghiaccio rimane emerso.

**Problema 4 (Legge di Stevino)** : Un addetto deve misurare il livello dell'acqua in una cisterna prima di decidere se è necessario un rifornimento. Un manometro posto sul fondo della cisterna segnala una pressione superiore a quella atmosferica di  $3.7 \times 10^4$  Pa.

- Qual è la profondità dell'acqua nella cisterna?
- Di quanto varierebbe il valore della pressione misurata dal manometro se esso venisse posizionato a 20 cm dal fondo?

$$[h = 3.8m, \Delta P = 2 \times 10^3 Pa].$$

**Soluzione** La pressione misurata dal manometro è misurata rispetto alla pressione atmosferica, ossia è una differenza di pressione  $\Delta P = 3.7 \times 10^4 Pa = P_{fondo} - P_{superficie}$ . Per la legge di Stevino:

$$\Delta P_{fondo-superficie} = \rho \cdot g \cdot h. \quad (6)$$

La nostra incognita è  $h = \frac{\Delta P}{\rho \cdot g}$ .

Per rispondere alla seconda domanda, bisogna solo notare che l'altezza soprastante il liquido è minore, nel caso in cui si spostasse il manometro: la pressione misurata diminuirebbe di

$$\Delta P = \rho \cdot g \cdot \Delta h. \quad (7)$$

**Problema 5 (Legge di Stevino)** : Un sottomarino si trova a 120 m di profondità (densità acqua di mare =  $1030 \frac{kg}{m^3}$ ) e il suo portellone ha forma circolare di raggio 40 cm. Quale forza sarebbe necessaria per aprirlo?

$$[F = 6.1 \times 10^5 N].$$

**Soluzione** L'area di una superficie circolare è  $A = \pi r^2$ . Per aprire il portellone servirebbe esercitare una forza pari a  $F = P \cdot A$ , dove  $P = \rho \cdot g \cdot h$  è data dalla legge di Stevino. Riportando tutto nella formula originale basta calcolare il seguente prodotto:

$$F = \rho \cdot g \cdot h \cdot \pi r^2. \quad (8)$$

**Problema 6 (legge di Stevino)** : Un serbatoio fornisce acqua a un condominio. Il rubinetto di un appartamento chiude il tubo dell'acqua, di sezione  $1.80\text{cm}^2$ , esercitando una forza di  $24.0\text{ N}$  sull'acqua. A quale altezza è situato il serbatoio rispetto al rubinetto?

$$[h = 13.6\text{m}].$$

**Soluzione** La forza necessaria per chiudere il rubinetto è rivolta verso il serbatoio e vale  $F = P \cdot A$ . Per conoscere  $\Delta h$  dobbiamo utilizzare la legge di Stevino che ci dice che la differenza pressione del liquido tra il serbatoio e l'appartamento vale:  $\Delta P = \rho \cdot g \cdot \Delta h$ . Sostituendo la definizione di pressione a partire dalla forza nell'ultima equazione, si ha la formula utile per trovare la nostra incognita, che vale:

$$\Delta h = \frac{F}{A \cdot \rho \cdot g}. \quad (9)$$

**Problema 7 (Spinta di Archimede)** : Un'imbarcazione che ha una massa di  $100\text{ kg}$  può essere schematizzata come una scatola di dimensioni  $1.000\text{m} \times 0.500\text{m} \times 0.500\text{m}$ .

- Qual è il volume di acqua di mare (densità pari a  $1028\text{ kg/m}^3$ ) che ha una massa uguale a quella dell'imbarcazione?
- Per spostare questo volume d'acqua e galleggiare, di quanto deve essere immersa l'imbarcazione?

$$[V = 0.0973\text{m}^3; h = 0.195\text{m}].$$

**Soluzione** La prima richiesta non è altro che trovare il volume d'acqua che l'imbarcazione sposta nel momento in cui verrebbe realmente immersa (per il principio di Archimede). Si può facilmente trovare dalla definizione di densità:

$$V_{acqua} = \frac{m}{\rho_{acqua}}. \quad (10)$$

Per la seconda richiesta, la condizione di galleggiamento impone che

$$F_p = F_A \iff mg = V_{imm} \cdot \rho \cdot g. \quad (11)$$

Troviamo  $V_{imm}$  e alla fine possiamo trovare la profondità di immersione necessaria tramite la formula inversa del volume:  $h = \frac{V}{w \cdot l}$ , facendo le dovute conversioni.

**Problema 8 (spinta di Archimede)** : Un cilindro di massa 100 g e volume  $60.5 \text{ cm}^3$  galleggia in un liquido. La sua altezza totale è 9.75 cm e la parte immersa ha un'altezza di 6.15 cm.

- Qual è la densità del cilindro?
- Qual è la densità del liquido?

$$[\rho_{cil} = 1.65 \times 10^3 \text{ kg/m}^3; \rho_{liq} = 2.62 \times 10^3 \text{ kg/m}^3].$$

**Soluzione** Il volume di un cilindro vale  $V = \pi r^2 h$ . Se imponiamo la condizione di galleggiamento  $F_p = F_A$ , dove

$$F_p = mg = \rho_{cil} \cdot V_{cil,tot} \cdot g, \quad (12)$$

inserendo la definizione di densità; e

$$F_A = \rho_{liq} \cdot g \cdot V_{imm}. \quad (13)$$

Dai dati conosciamo  $V_{tot}$  del cilindro, ma non  $V_{imm}$ . Possiamo tuttavia trovarlo, ricavando la quantità  $\pi r^2$  dalla definizione del volume totale, per poi inserirlo nella formula del volume immerso, insieme all'altezza immersa fornitaci dai dati, cioè:

$$\pi r^2 = \frac{V_{tot}}{h_{tot}} \iff V_{imm} = \pi r^2 \cdot h_{imm} = V_{tot} \cdot \frac{h_{imm}}{h_{tot}}. \quad (14)$$

Possiamo quindi trovare  $\rho_{liq}$  e  $\rho_{cil}$  dalla condizione di galleggiamento:

$$\rho_{liq} = \frac{m}{V_{imm}}; \rho_{cil} = \frac{m}{V_{tot}}. \quad (15)$$

**Problema 9 (Peso apparente)** : Sul fondo di un bacino portuale un palombaro deve spostare un blocco di cemento di 38 kg. Sapendo che la densità del cemento è  $2.2 \cdot 10^3 \text{ kg/m}^3$ , qual è il peso apparente del blocco quando lo si solleva sott'acqua? Qual è la massa dell'acqua spostata dal blocco di cemento?

$$[P_{app} = 2.0 \cdot 10^2 \text{ N}]; [m = 17 \text{ kg}].$$

**Soluzione** Sul blocco agiscono la forza peso  $F_P = mg = \rho_C \cdot V \cdot g$ , diretta verso il basso, e la forza di galleggiamento  $F_A = \rho_a \cdot V \cdot g$ , dove  $\rho_a = 1.0 \cdot 10^3 \text{ kg/m}^3$ , è la densità dell'acqua. La forza di galleggiamento è una spinta verso l'alto che compensa parzialmente la forza peso, in quanto il blocco di cemento è sul fondo (non galleggia, infatti  $\rho_C > \rho_a$ ). Il peso apparente del blocco sarà, quindi:

$$P_{app} = F_p - F_A = mg - \rho_a \cdot g \cdot V_{imm}, \quad (16)$$

dove possiamo calcolare  $V_{imm} = \frac{m}{\rho_C}$  dalla definizione di densità. Per trovare la massa d'acqua spostata dal blocco di cemento basta

$$m_a = \frac{F_A}{g} = \rho_a \cdot V_{imm}. \quad (17)$$

---

## Fluidostatica

### Tensione superficiale, legge di Laplace, capillarità.

---

**Problema 1 (legge di Laplace)** : Quale è la pressione di Laplace per una goccia di mercurio di raggio 1mm?

**Soluzione** Per il mercurio  $\tau = 0.559\text{N/m}$ . Dalla legge di Laplace sappiamo che una goccia di mercurio di raggio 0.001m risente di una certa pressione  $P_{int}$  di poco maggiore rispetto a quella interna:

$$\Delta P = P_{int} - P_{est} = \frac{2\tau}{r} = \frac{2 \cdot 0.559 \text{ N/m}}{0.0001\text{m}} = 1118 \text{ Pa.} \quad (18)$$

**Problema 2 (legge di Laplace)** : Un goccia di liquido, di raggio  $R = 5 \text{ mm}$  e di sovrappressione  $\Delta P = 28 \text{ N/m}^2$ , viene divisa in tante gocce identiche di raggio  $r_i = 1 \text{ mm}$ . Calcolare la tensione superficiale del liquido ed il lavoro necessario per ottenere tutte le gocce più piccole.

**Soluzione** Dalla legge di Laplace

$$\Delta P = P_{int} - P_{est} = \frac{2\tau}{R} \iff \tau = \frac{R \cdot \Delta P}{2} = 7 \cdot 10^{-2} \text{ N/m.} \quad (19)$$

Per trovare il numero di gocce identiche contenute nel raggio  $R$  bisogna:

$$n = \frac{V_{tot}}{V_i} = \frac{4/3\pi R^3}{4/3\pi r_i^3} = \left(\frac{R}{r_i}\right)^3 = 125.$$

In questo modo, sfruttando la definizione di tensione superficiale possiamo ottenere il lavoro necessario affinché si formino tutte le gocce più piccole:

$$\tau = \frac{L}{\Delta A} \iff L = \tau \cdot \Delta A, \quad (20)$$

dove  $\Delta A$  rappresenta la variazione di area tra la forma originale (di raggio  $R$ ) e quella delle piccole gocce (di raggio  $r_i$ ), ossia:

$$\Delta A = A_{fin} - A_{in} = n \cdot (4\pi r_i^2) - (4\pi R^2) = 1.25 \cdot 10^{-3} \text{ m}^2.$$

E perciò:  $L = 2.8 \cdot 10^{-5} \text{ J}$ .

**Problema 3 (legge di Laplace)** : L'estremità di un tubo è immersa in acqua ad una profondità  $h = 20 \text{ m}$ . In esso è pompato un gas con una pressione  $P_i = 2.979 \cdot 10^5 \text{ Pa}$  e all'estremità del tubo si formano delle bollicine che risalgono in superficie. Si osserva che all'inizio le bollicine hanno raggio  $R_i = 0.15 \text{ mm}$ . Calcolare la tensione superficiale gas-acqua. Spiegare brevemente quando le bollicine si romperanno. Si assuma che la pressione esterna all'acqua sia  $P_0 = 1.015 \cdot 10^5 \text{ Pa}$ .

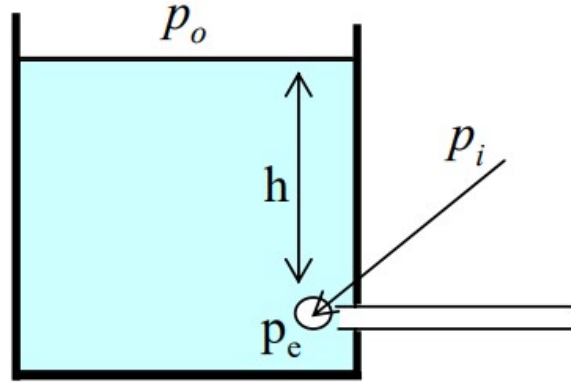


Figure 1: Schema.

**Soluzione** Per rispondere alla prima domanda usiamo la legge di Laplace

$$\Delta P = P_{int} - P_{est} = \frac{2\tau}{R} \iff \tau = \frac{R \cdot \Delta P}{2}, \quad (21)$$

dove  $P_{int}$  lo abbiamo dai dati, e per determinare  $P_{est}$  dobbiamo usare la legge di Stevino:

$$P_{est} = P_0 + \rho gh. \quad (22)$$

Dopo aver inserito i numeri,  $\tau = 0.03 \text{ N/m}$ .

Per rispondere alla seconda domanda dobbiamo fare la semplice considerazione per cui quando la pressione interna risulta maggiore di quella esterna più la forza di superficie allora si ha la rottura effettiva delle bollicine:

$$P_{int} > P_{est} + \frac{2\tau}{R}. \quad (23)$$

**Problema 4 (tensione superficiale)** : Un insetto è posato sulla superficie di un bacino d'acqua, la cui tensione superficiale ammonta a  $0.073 \text{ N/m}$ . Determinare la massa massima dell'insetto sopportata dalla superficie dell'acqua. Si approssimi l'insetto ad una sfera di densità pari a quella dell'acqua, inoltre l'insetto copre un perimetro pari alla circonferenza massima della sfera e la tensione superficiale è applicabile perpendicolarmente al pelo dell'acqua.

**Soluzione** Dati del problema:

- Tensione superficiale dell'acqua:  $= 0.073 \text{ N/m}$
- Densità dell'insetto (uguale a quella dell'acqua):  $\rho = 1000 \text{ kg/m}^3$

Approssimiamo l'insetto come una sfera. Il perimetro che interagisce con la tensione superficiale è la circonferenza massima della sfera, ovvero:

$$P = 2\pi R$$

La forza verso l'alto dovuta alla tensione superficiale è:

$$F_{\text{tensione}} = \tau \cdot P = \tau \cdot 2\pi R$$

La forza peso è:

$$F_{\text{peso}} = mg$$

Condizione di equilibrio:

$$mg = \tau \cdot 2\pi R \quad (1)$$

Il volume della sfera è:

$$V = \frac{4}{3}\pi R^3$$

Poiché  $\rho = \frac{m}{V}$ , otteniamo:

$$\frac{m}{\rho} = \frac{4}{3}\pi R^3 \quad \Rightarrow \quad R = \left( \frac{3m}{4\pi\rho} \right)^{1/3} \quad (2)$$

Sostituendo (2) in (1):

$$mg = \tau \cdot 2\pi \left( \frac{3m}{4\pi\rho} \right)^{1/3}$$

Dividiamo per  $g$ :

$$m = \frac{2\pi\tau}{g} \left( \frac{3m}{4\pi\rho} \right)^{1/3}$$

Eleviamo al cubo entrambi i membri:

$$m^3 = \left( \frac{2\pi\tau}{g} \right)^3 \cdot \left( \frac{3m}{4\pi\rho} \right)$$

Dividendo entrambi i membri per  $m$ :

$$m^2 = \left( \frac{2\pi\tau}{g} \right)^3 \cdot \left( \frac{3}{4\pi\rho} \right)$$

Infine:

$$m = \sqrt{\left( \frac{2\pi\tau}{g} \right)^3 \cdot \left( \frac{3}{4\pi\rho} \right)}$$

Inserendo i numeri:

$$m = \sqrt{\left( \frac{2\pi \cdot 0.073}{9.81} \right)^3 \cdot \left( \frac{3}{4\pi \cdot 1000} \right)}$$

$$m \approx 0.00016 \text{ kg} = 0.16 \text{ g}$$

**Problema 5 (capillarità)** : Determinare l'innalzamento dovuto alla capillarità in un tubo di vetro di diametro  $d = 4 \cdot 10^{-3} \text{ cm}$  con un estremo immerso in acqua. Si assuma l'angolo di raccordo sia uguale a zero e che la tensione superficiale dell'acqua sia  $\tau = 7.12 \cdot 10^{-2} \text{ N/m}$ .

**Soluzione** Basta usare l'espressione

$$h = \frac{2\tau \cos(\alpha)}{\rho g r}, \quad (24)$$

ricordando che  $\alpha = 0$  e  $r = d/2$ . Il risultato è 0.726m.

**Problema 6 (capillarità)** : Un capillare di raggio 0.1 mm è immerso in una vaschetta contenente un dato liquido. Determina quanto "sale" il liquido in questione nel capillare, se si tratta di:

- acqua, con un angolo di contatto  $\theta = 0$
- mercurio, con un angolo di contatto  $\theta = 180$ .

**Soluzione** L'altezza  $h$  raggiunta dal liquido in un capillare è data dalla formula:

$$h = \frac{2\tau \cos(\theta)}{\rho g r}. \quad (25)$$

Conoscendo la tensione superficiale di acqua e mercurio, rispettivamente  $\tau_a = 0.073 \text{ N/m}$  e  $\tau_m = 0.435 \text{ N/m}$ , ottengo  $h_a = 14.9 \text{ cm}$ ,  $h_m = -6.5 \text{ cm}$ , infatti per l'acqua le forze di adesione sono più grandi di quelle di coesione, perciò il liquido sale nel capillare. Mentre per il mercurio vale l'esatto contrario, ossia il liquido scende nel capillare.

**Problema 7 (capillarità)** : Calcolare l'innalzamento  $h$  dell'acqua per effetto della capillarità tra due superfici piane di vetro distanti fra loro 0.11 mm e poste verticalmente. Si assuma per il contatto acqua-vetro una tensione superficiale di 0.072 N/m ed un angolo di contatto di  $0^\circ$ .

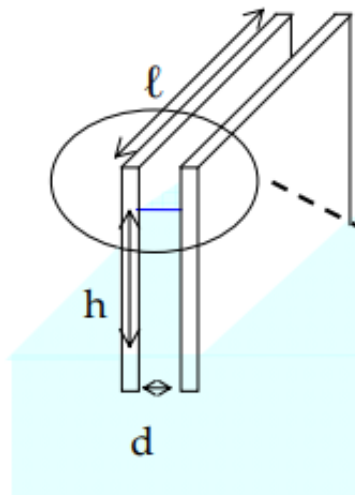


Figure 2: Schema.

**Soluzione** L'equilibrio si raggiunge quando la forza di tensione superficiale bilancia il peso della colonna di liquido risalita tra le lastre. La forza di tensione agisce lungo le due superfici di contatto (una per ogni lastra), ed è proporzionale alla lunghezza verticale delle lastre (che si assume unitaria per semplicità), quindi:

$$F_{\text{tensione}} = 2\tau \cos \theta$$

Il peso della colonna d'acqua innalzata tra le due lastre (di spessore  $d$  e larghezza unitaria) è:

$$F_{\text{peso}} = \rho g h \cdot d$$

Ponendo  $F_{\text{tensione}} = F_{\text{peso}}$ :

$$2\tau \cos \theta = \rho g h d \iff h = \frac{2\tau \cos \theta}{\rho g d}$$

Inserendo i numeri,  $h = 0.133m$

**Problema 8 (capillarità)** : Un liquido di densità  $0.98 \text{ kg/dm}^3$  risale su un capillare di diametro  $0.15\text{mm}$  per  $0.98\text{m}$ . La tensione superficiale del liquido è  $0.37 \text{ N/m}$ . Quale sarà l'angolo di attacco del menisco al capillare?

**Soluzione** Per un tubo capillare circolare, l'altezza di risalita del liquido è data da:

$$h = \frac{2\tau \cos \theta}{\rho g r}$$

Dove:

- $r = \frac{d}{2}$  è il raggio del capillare
- $\theta$  è l'angolo di contatto da determinare

Ricaviamo  $\cos \theta$ :

$$\cos \theta = \frac{h \rho g r}{2\tau}$$

Sostituendo i numeri:

$$r = \frac{1.5 \times 10^{-4}}{2} = 7.5 \times 10^{-5} \text{ m}$$

$$\cos \theta = \frac{(0.98)(980)(9.81)(7.5 \times 10^{-5})}{2 \cdot 0.37}$$

$$\cos \theta \approx \frac{(0.98 \cdot 980 \cdot 9.81 \cdot 7.5 \times 10^{-5})}{0.74} \approx \frac{0.707}{0.74} \approx 0.955$$

$$\theta = \cos^{-1}(0.955) \approx 17.3^\circ$$

---

## Fluidodinamica

**Fluidi ideali: legge di Leonardo, legge di Bernoulli.**

---

**Problema 1** : Un tubo da giardino da 2 cm di diametro ha una portata di 1.5 l/s. Quanto tempo ci metto a riempire un secchio da 27 galloni (1 gallone = 4.55 litri)? Lo stesso tubo viene portato fino al secondo piano di una casa, ad un'altezza di 6 m. Quanto tempo ci metto a riempire lo stesso secchio?

**Soluzione** : Volume del secchio:  $27 \cdot 4.55 = 122.85$  litri.

Tempo di riempimento:  $t = \frac{122.85}{1.5} = 81.9 \text{ s} \approx 82 \text{ s}$ .

Caso con sollevamento a 6 m:

Energia potenziale:  $\Delta E = mgh = 122.85 \cdot 9.81 \cdot 6 \approx 7233 \text{ J}$ .

Potenza necessaria:  $P = \frac{7233}{82} \approx 88.2 \text{ W}$ .

Se il tubo mantiene 1.5 l/s, il tempo resta 82 s. In pratica, la portata potrebbe diminuire, ma se resta costante, il tempo non cambia.

**Problema 2** : Da un fosso con una portata di 7.5 l/s e sezione di 1 m<sup>2</sup> parte una diramazione di sezione 0.1 m<sup>2</sup>. Le diramazioni sono tutte disposte in orizzontale e si osserva che nella diramazione fluisce una portata di 1 l/s. Con che velocità fluisce l'acqua nella diramazione? E nel canale principale dopo la diramazione? Si consideri che la pressione non cambia durante il percorso.

**Soluzione** : La portata totale è:

$$Q_{\text{totale}} = 7.5 \text{ l/s} = 0.0075 \text{ m}^3/\text{s}$$

La portata nella diramazione è:

$$Q_d = 1 \text{ l/s} = 0.001 \text{ m}^3/\text{s}$$

Sezione diramazione:  $A_d = 0.1 \text{ m}^2$ , quindi:

$$v_d = \frac{Q_d}{A_d} = \frac{0.001}{0.1} = 0.01 \text{ m/s}$$

La portata restante nel canale principale è:

$$Q_p = Q_{\text{totale}} - Q_d = 0.0075 - 0.001 = 0.0065 \text{ m}^3/\text{s}$$

Sezione canale principale:  $A_p = 1 \text{ m}^2$ , quindi:

$$v_p = \frac{Q_p}{A_p} = \frac{0.0065}{1} = 0.0065 \text{ m/s}$$

**Problema 3** : Ho bisogno di deviare il corso di un fosso per fare dei lavori. Il fosso è profondo 45 cm e largo 1 m. L'acqua nel fosso si muove a circa 2 m/s. Uso un tubo orizzontale di raggio 10 cm. A che velocità scorrerà l'acqua nel tubo?

**Soluzione** : Area fosso:  $A_1 = 0.45 \cdot 1 = 0.45 \text{ m}^2$ ,  $v_1 = 2 \text{ m/s}$ .

Portata:  $Q = A_1 v_1 = 0.45 \cdot 2 = 0.9 \text{ m}^3/\text{s}$ .

Area tubo:  $A_2 = \pi r^2 = \pi(0.1)^2 = 0.0314 \text{ m}^2$ .

Velocità nel tubo:  $v_2 = Q/A_2 = 0.9/0.0314 \approx 28.7 \text{ m/s}$ .

**Problema 4** : Devo svuotare un seminterrato di 100 mq riempito da 2 cm di acqua durante un'alluvione. Il seminterrato si trova 2 m sotto la superficie. Che pressione deve avere la pompa per portare su l'acqua? Supponendo che svuoti tutta la quantità in 10 minuti, che potenza ha usato la pompa?

**Soluzione** : Volume acqua:  $V = 100 \cdot 0.02 = 2 \text{ m}^3$ .

Massa:  $m = 2000 \text{ kg}$ .

Pressione richiesta (idrostatica):  $P = \rho gh = 1000 \cdot 9.81 \cdot 2 = 19620 \text{ Pa}$ .

Energia potenziale:  $E = mgh = 2000 \cdot 9.81 \cdot 2 = 39240 \text{ J}$ .

Tempo: 10 min = 600 s.

Potenza:  $P = E/t = 39240/600 = 65.4 \text{ W}$ .

**Problema 5** : La figura 3 mostra come il flusso di acqua che esce da un rubinetto si

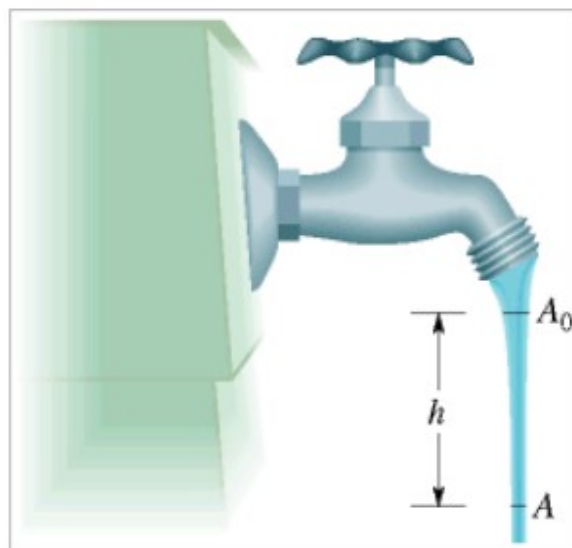


Figure 3: Schema

restringe man mano che si scende. Le aree in gioco sono  $A_0 = 1.2 \text{ cm}^2$  e  $A = 0.35 \text{ cm}^2$ . I 2 livelli sono separati da una distanza verticale pari ad  $h = 45 \text{ mm}$ . Qual'è il flusso di volume (cioè la portata  $Q$ ) che esce dal rubinetto?

**Soluzione** Sappiamo che vale la conservazione della portata:

$$A_0 v_0 = A v$$

e l'equazione di Bernoulli tra i due punti (stesso livello):

$$v^2 = v_0^2 + 2gh$$

Risolvendo per  $v_0$ :

$$v_0 = \sqrt{\frac{2ghA^2}{A_0^2 - A^2}}$$

Sostituendo i valori numerici (con  $h = 0.045$  m,  $g = 9.8$  m/s<sup>2</sup>,  $A_0 = 1.2$  cm<sup>2</sup> = 0.00012 m<sup>2</sup>,  $A = 0.35$  cm<sup>2</sup> = 0.000035 m<sup>2</sup>):

$$v_0 = \sqrt{\frac{2 \cdot 9.8 \cdot 0.045 \cdot (0.000035)^2}{(0.00012)^2 - (0.000035)^2}} \approx 0.286 \text{ m/s} = 28.6 \text{ cm/s}$$

Il flusso di volume è:

$$Q = A_0 v_0 = 1.2 \text{ cm}^2 \cdot 28.6 \text{ cm/s} = 34.3 \text{ cm}^3/\text{s}.$$

# Approfondimento: Pozzi artesiani

