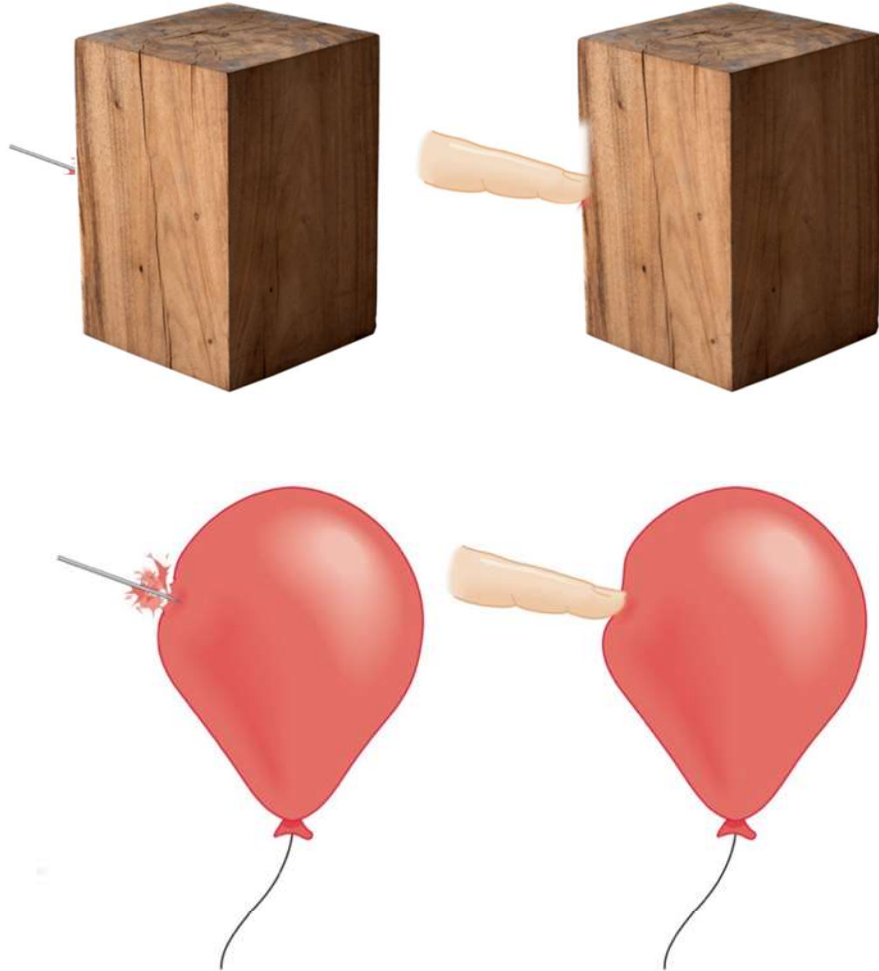




Pressione esterna e idrostatica (interna)

Forza → pressione



- Se spingiamo un blocco di legno con un chiodo o con un dito, l'effetto sul blocco di legno non cambia molto, il blocco si sposta
- Ma cosa succede se spingiamo un palloncino con un chiodo?
- Non conta solo la forza, ma la forza e la superficie su cui agisce la forza → pressione

$$P = \frac{\text{forza}}{\text{superficie}} = \frac{N}{m^2} = \text{Pascal}$$

Forza e pressione

- A parità di forza, a seconda dell'area su cui viene applicata, l'effetto cambia

► con le racchette affonda poco, perché il suo peso si distribuisce sulla superficie della racchetta.

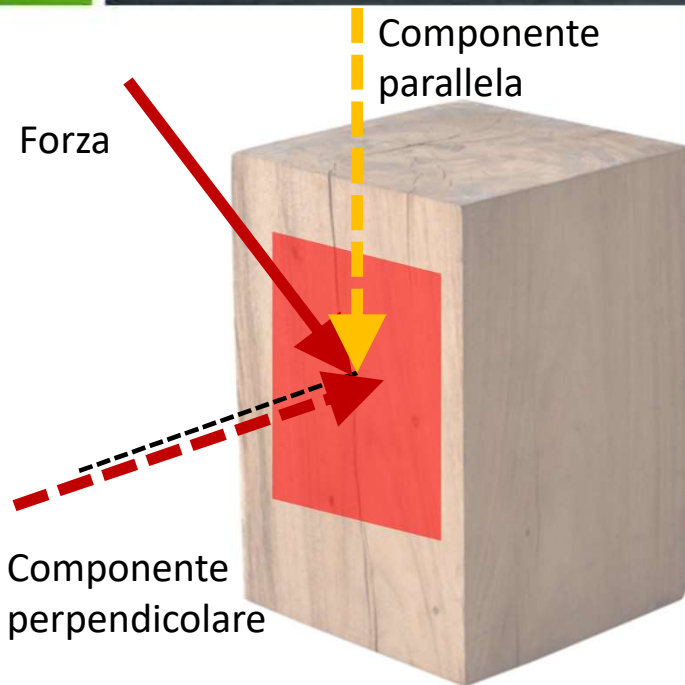


► Se ha solo le scarpe, affonda di più, perché la superficie di appoggio è decisamente minore.



$$P = \frac{mg}{area}$$

Forza perpendicolare



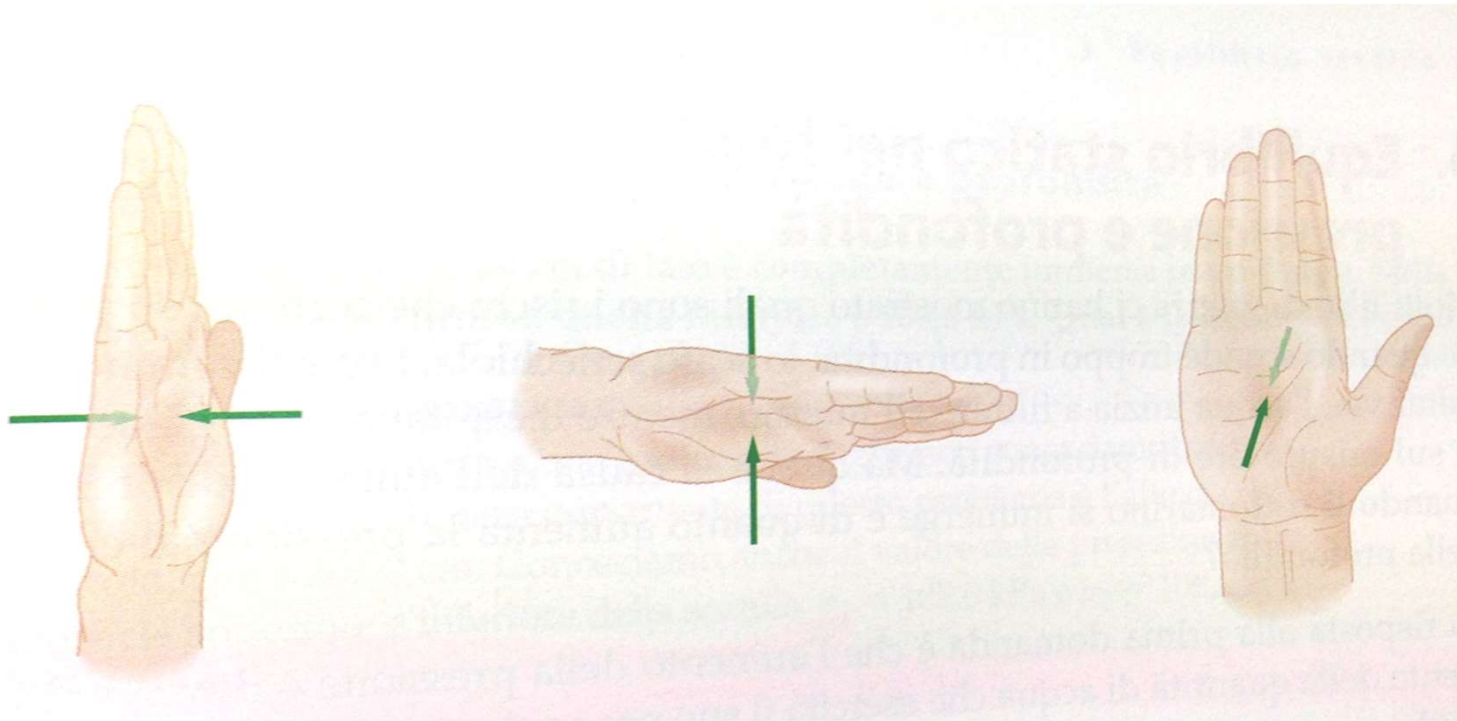
- Se esercitiamo una forza parallelamente alla superficie, non “spingiamo” niente
- Solo la componente perpendicolare della forza “spinge”

- Quindi per pressione si intende sempre

$$P = \frac{\text{forza perpendicolare}}{\text{superficie}}$$

- Quindi **la pressione** non è una **grandezza** vettoriale ma **scalare**

Pressione non ha direzione

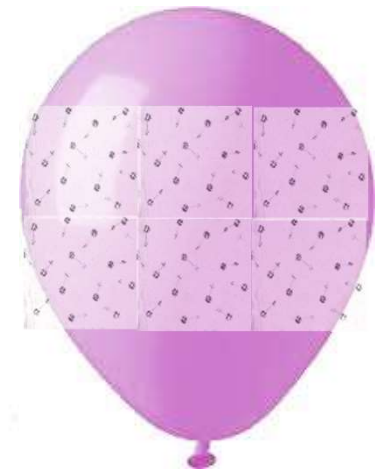


- La pressione dell'aria non ha direzione, ha un valore in un punto

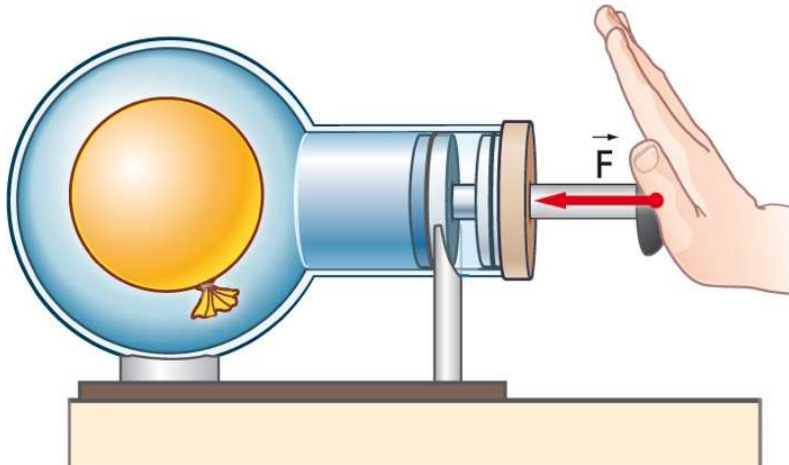
La pressione di un fluido



- Quando riempiamo un palloncino di aria o di acqua (fluidi), si gonfia in maniera più o meno sferica:
 - la pressione spinge da tutte le parti
- La pressione è unica al suo interno*
- Ma cosa è che generare la pressione del fluido?
 - Le molecole di gas si agitano a grande frequenza: i loro urti determinano pressione interna
 - Pressione è isotropica perché urti sono casuali e in ogni direzione

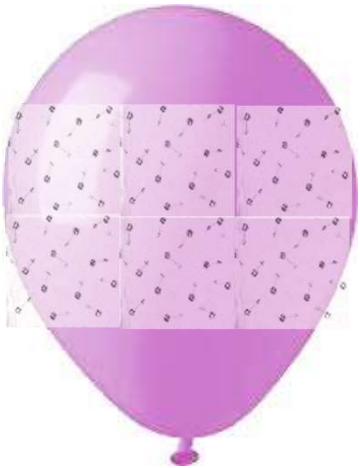


Principio di Pascal



- Un aumento nella pressione in un punto **di** un fluido confinato, viene trasmesso anche ad ogni punto del contenitore.
 - Nell'esempio a fianco, se aumento pressione aria esterna al palloncino, il palloncino si rimpicciolisce ma rimane sferico

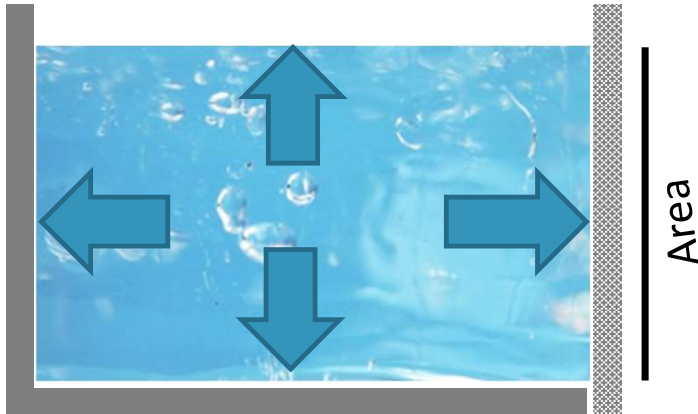
Palloncini e pentole – temperature e pressione



- La pressione che si genera nel palloncino è lo stesso fenomeno che avviene nella pentola a pressione
 - Atomi e molecole di gas che si agitano
- Vedremo più avanti nel corso, che questa agitazione è detta **agitazione termica**, ed è legata alla temperatura
 - Intuiamo già che **maggior temperatura, maggiore pressione**
- se non ci fossero le il gas si disperderebbe --> pressione è anche legata al volume del contenitore (questo vale solo per gas)
 - Pressione per i gas e per liquidi ha effetti in parte diversi

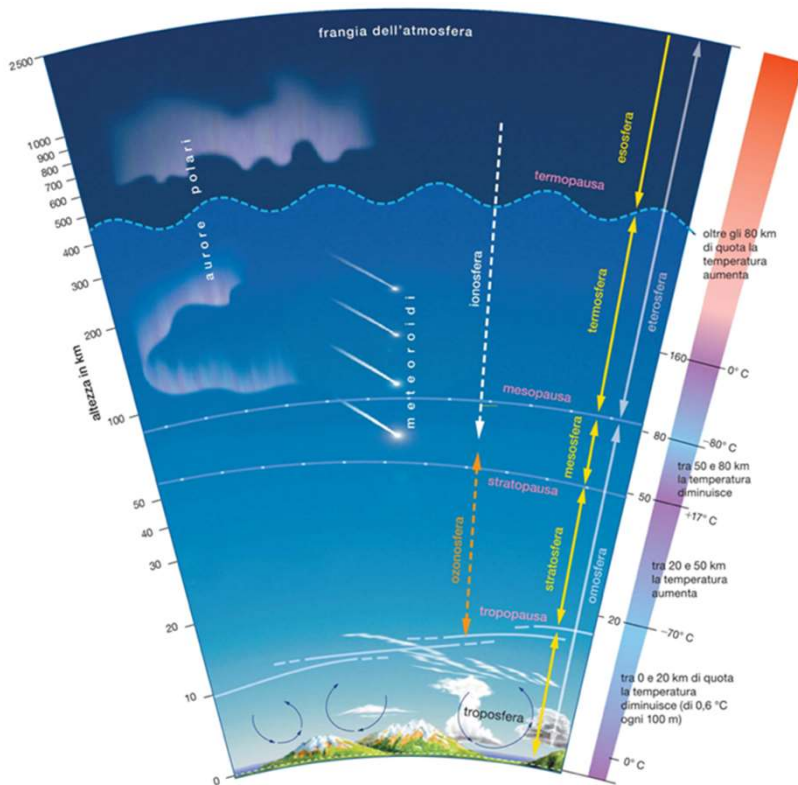


Pressione di un liquido

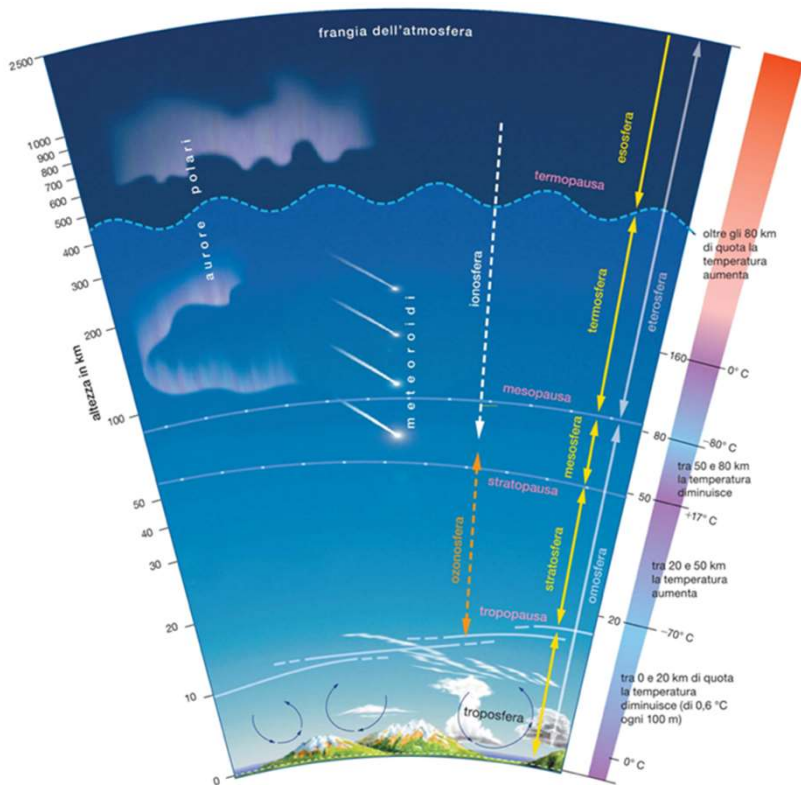


- Per i gas è facile immaginare la pressione perché le molecole sono libere di muoversi, nei liquidi sono solo libere di scorrere
- Come immaginiamo la pressione di un liquido?
 - La spinta del liquido sulla parete destra
 $P = F/A$
 - è la forza/area con cui si muoverebbero le parti di acqua se la parete mobile fosse tolta

Pressione atmosferica



- Attorno a noi in questo momento c'è aria (fluido) ad un certa pressione
- Questo valore è detto Pressione atmosferica, essa può variare
 - Da zona a zona
 - Da momento a momento
 - Periodi dell'anno
 - Altezza rispetto al mare
- Si definisce un valore standard di riferimento pari a
$$p_{at} = 1,01 \cdot 10^5 \text{ Pa} = 101 \text{ kPa}$$
$$1 \text{ bar} = 10^5 \text{ Pa} \approx 1 P_{at}$$
- Cosa genera pressione? perché varia?



- Abbiamo visto che le particelle di un gas se non hanno un volume che le trattiene, tendono a scappare via
- Cosa trattiene le molecole di aria sulla terra?
 - La forza di gravità
- Però le molecole in alto vengono accelerate verso il basso, e cadono. Si fermano nella loro caduta perché vengono respinte dalla pressione
 - $P_{atmosferica} = \frac{Pes_{colonna-aria-sopra}}{m^2}$
- La pressione **in un gas** è quindi la “spinta” ad espandersi

Bottiglia piena bottiglia vuota



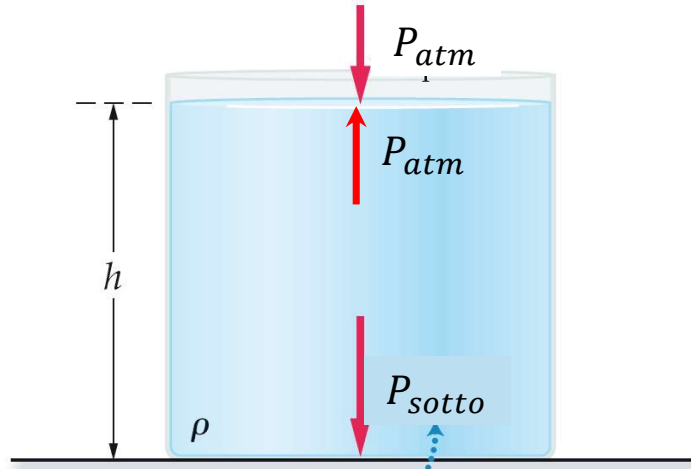
- Se abbiamo in zaino una bottiglia di acqua mezza vuota, e scendiamo di quota, la bottiglia si gonfia o si sgonfia? perché?
 - Pressione interna rimane costante
 - Pressione esterna aumenta
 - La bottiglia si comprime
- E se c'è liquido?
- Esiste anche una formula matematica per calcolare la pressione atmosferica in atmosfere (P) in funzione dell'altezza in metri (m): $P = 0.9877 \frac{m}{100}$

Altitudine in metri	Percentuale di 1 atm
1 000	88,6
2 000	78,5
4 000	60,8
6 000	46,5
8 000	35,0
10 000	26,0
15 000	11,5
20 000	6,9
30 000	1,2
48 500	0,1
69 400	0,01



Differenza di pressione a quote diverse di un fluido: Legge Stevino

Differenze di pressione all'interno del liquido



Sulla superficie superiore del bicchiere, dalla parte esterna, c'è la P_{atm} .

Siccome la superficie del liquido (detta superficie libera) sta ferma, allora la pressione del liquido sulla superficie interna deve essere uguale a P_{atm}

- La pressione nel fondo del bicchiere sara' uguale? No, perché si aggiungere' il peso del liquido nel bicchiere

$$F = mg = \rho V g = \rho A h g$$

$$P_{liquidofondo} = F/A = \rho h g$$

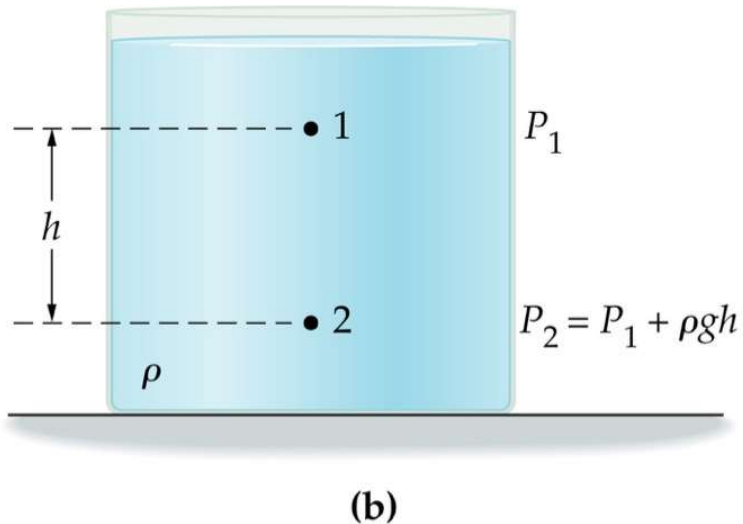
- Non dipende dall'area del bicchiere!!

- Quindi la pressione sul fondo sarà:

$$P_{fondo} = P_{atm} + \rho h g$$

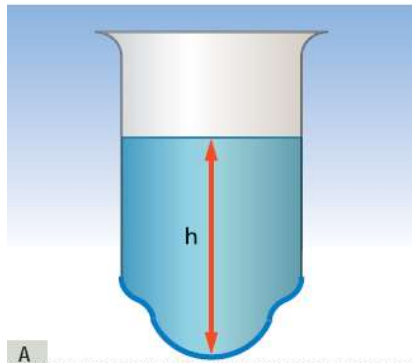
$$\Delta P_{fondo-superfici} = \rho h g$$

Legge di Stevino

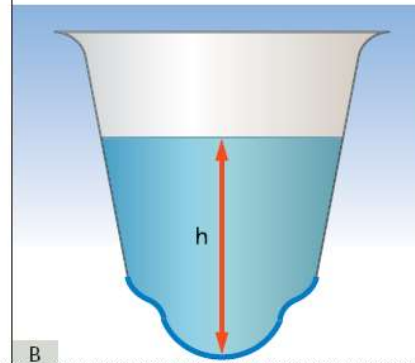


Prendiamo tre recipienti di forma diversa, chiusi alla base da una membrana di gomma:

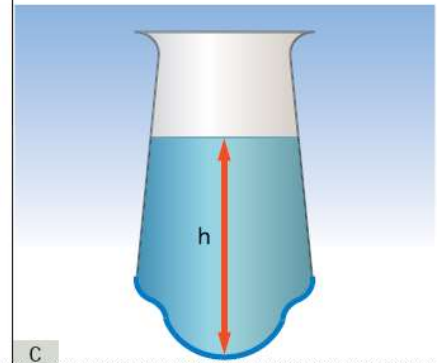
► Se versiamo dell'acqua la membrana si gonfia per la pressione esercitata dal peso dell'acqua.



► Se l'acqua raggiunge la stessa altezza h nei tre vasi le tre membrane si gonfiano allo stesso modo.



► Ciò significa che la pressione alla base dei tre recipienti ha lo stesso valore.



- Se prendiamo un fluido immerso in un cambio di forza peso, allora la pressione tra due punti ad altezze diverse del liquido è
$$\Delta P = \rho gh$$
- Ovvero
 - $P(\text{basso}) = P(\text{alto}) + \rho gh$
 - La pressione aumenta all'aumentare della profondità

Esempio

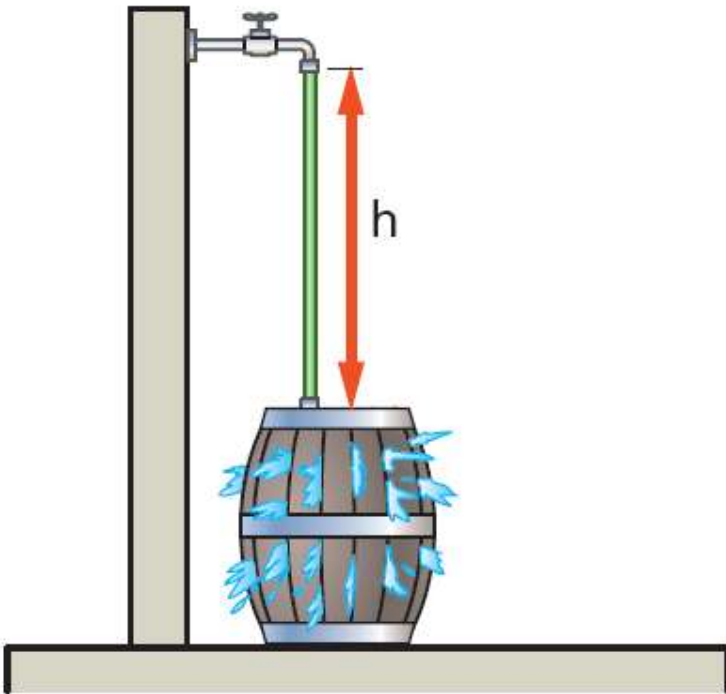


- Qual è la pressione della colonna d'acqua a cui è sottoposto un sub che si trova a una profondità di 4 metri?

$$\begin{aligned} p &= \rho g h \\ &= \left(9,8 \frac{\text{N}}{\text{kg}} \right) \times \left(1,03 \times 10^3 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \right) \times (4,0 \text{ m}) \\ &= 4,0 \times 10^4 \text{ Pa} \end{aligned}$$

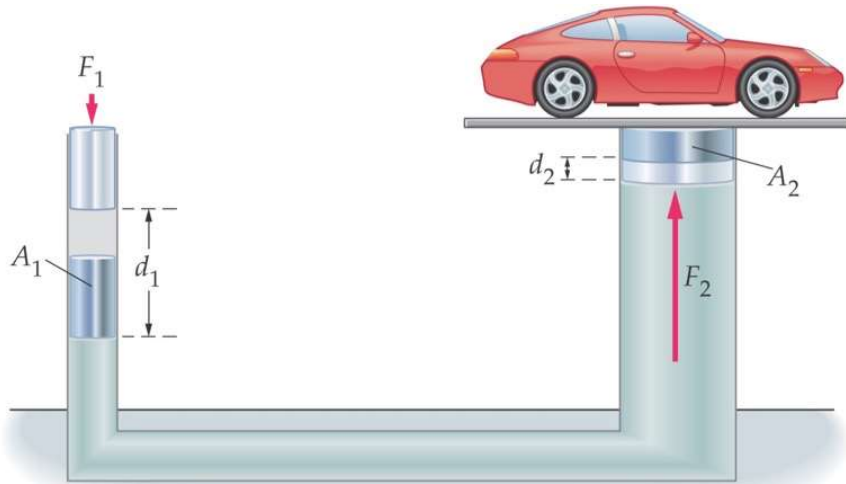
Notare che, alla pressione dovuta alla colonna d'acqua, bisogna aggiungere la pressione atmosferica che agisce sulla superficie del mare, quindi pressione totale : $p = 4 \times 10^4 + 1.01 \times 10^5 \text{ Pa} = 1.05 \times 10^5 \text{ Pa}$

Paradosso idrostatico – botte di Pascal



- Conseguenza diretta della legge di Stevino
- Si consideri una botte riempita d'acqua, la cui pressione sul fondo sia di poco inferiore a quella limite di sopportazione della botte stessa.
- Se al di sopra della botte (naturalmente chiusa) si pone un tubo sottile e lo si riempie progressivamente d'acqua, raggiunta una quota limite la pressione del fluido provoca la rottura della botte.
- *Ponendo tubi di diametri sempre maggiori e di svariate forme, si noterà che la botte non arriverà a rompersi se non quando il fluido raggiunge la quota limite precedentemente determinata.*

Martinetto idraulico



- Per il principio di Pascal, la pressione in un punto del fluido si trasmette (velocemente) in tutti i punti del fluido

- Come alzo la macchina?

- Macchina: $F_{car} = mg = P_{car}A_2$

- Ma valgono:

$$A_1 = \frac{A_2}{100}$$

$$P_{car} = P_{martinetto} = P$$

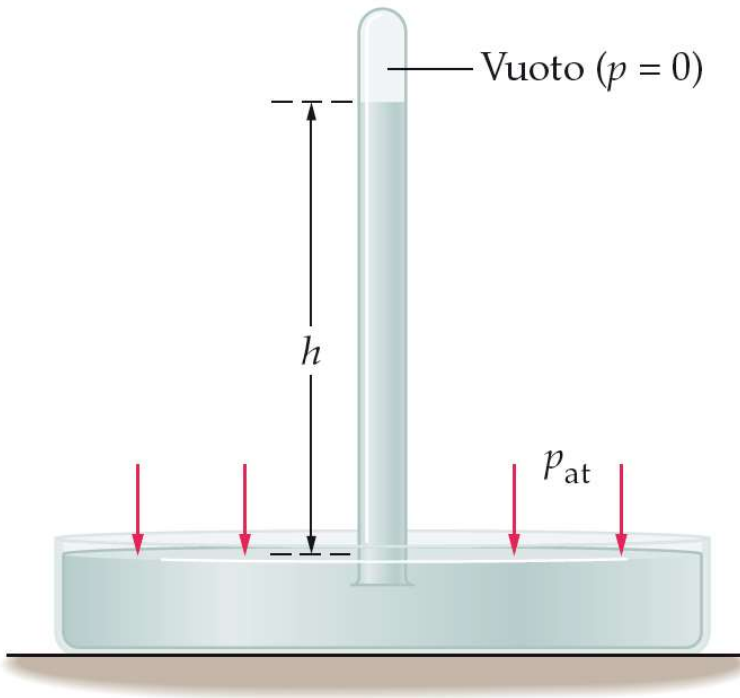
- Allora

$$F_{martinetto} = PA_1 = P \frac{A_2}{100} = \frac{mg}{100}$$

- Riducendo la sezione di un fattore 100, per alzare un'auto mi serve una forza 100 volte inferiore al suo peso!



Barometro di torricelli

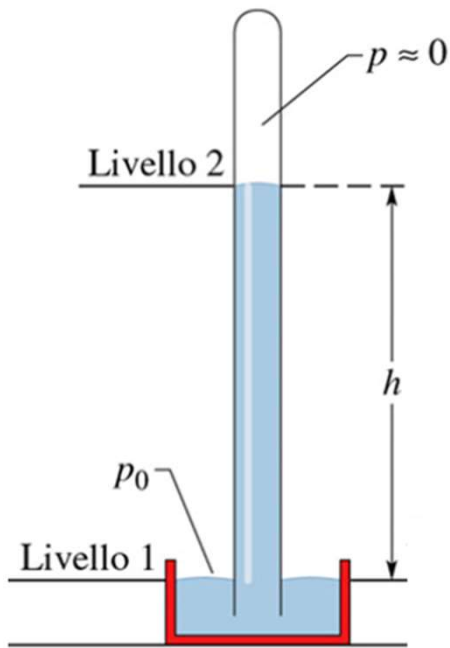


- **Barometro** = strumento misura pressione
- Un tubo chiuso ad una estremita' riempito di mercurio, estremita' libera a contatto con un vasca di mercurio
- Al di sopra della colonna di mercurio c'è il vuoto ($P = 0$): in tal modo l'unica pressione è quella del peso della colonna di mercurio.
- Per Stevino $\Delta P(0 \rightarrow h) = \rho gh$, ma $P_0 = P_{ATM}$ e quindi

$$h = \frac{P_{atm}}{g\rho}$$

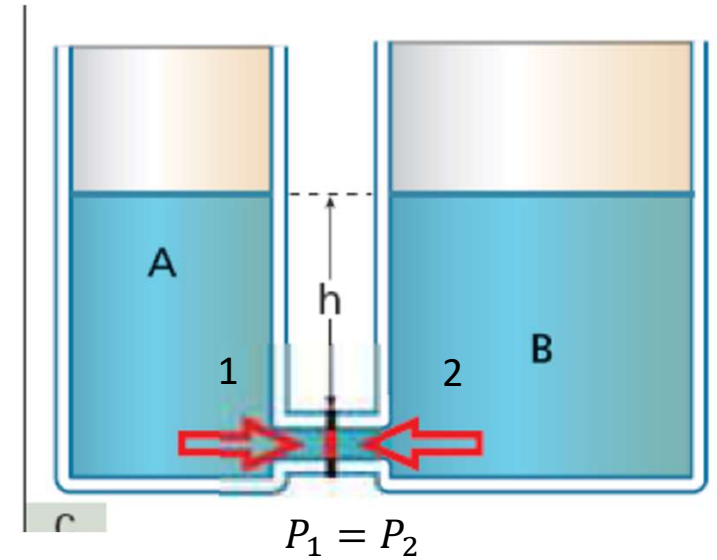
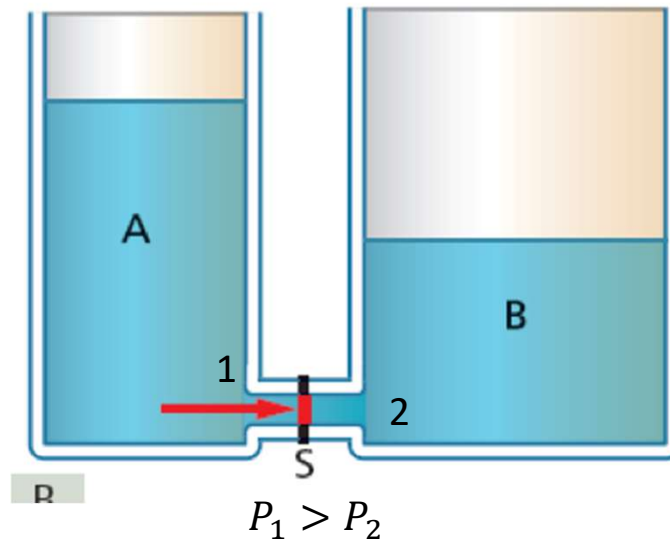
- Nel barometro il livello del mercurio è tale che la pressione della colonnina di mercurio è pari a quella atmosferica.
 - $1 \text{ atm} = P_{at} = 760 \text{ mmHg}$

Esercizio



- In condizioni standard e a livello del mare la pressione atmosferica è equilibrata da una colonna di mercurio alta 760 mm. Quale altezza deve avere una colonna d'acqua per esercitare la stessa pressione di quella di mercurio? [$\rho_{Hg} = 13.6 \text{ g/cm}^3$]
 - Per esercitare stessa pressione: $\rho_{Hg} g h_{Hg} = \rho_{H2O} g h_{H2O}$
 - Quindi $h_{H2O} = \frac{\rho_{Hg} g h_{Hg}}{\rho_{H2O} g} = \frac{13.6}{1} 760 \text{ mm} = 10.4 \text{ metri!!}$

Vasi comunicanti



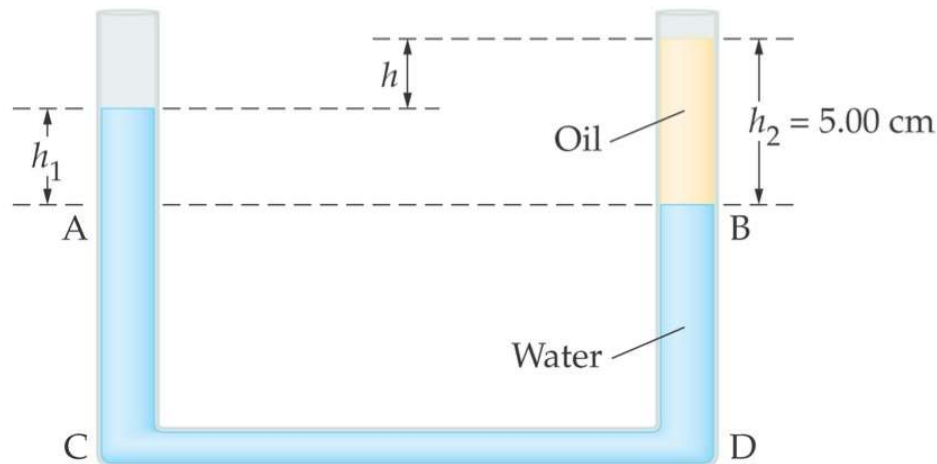
P_{Atm}

P_2

P_1

Vasi comunicanti con due liquidi diversi

- Nel caso due liquidi abbiamo densità' diverse (e non si mescolino), questa è la condizione di equilibrio. Come si spiega?



Metodo per misurare la densità di un liquido nota le densità dell'altro

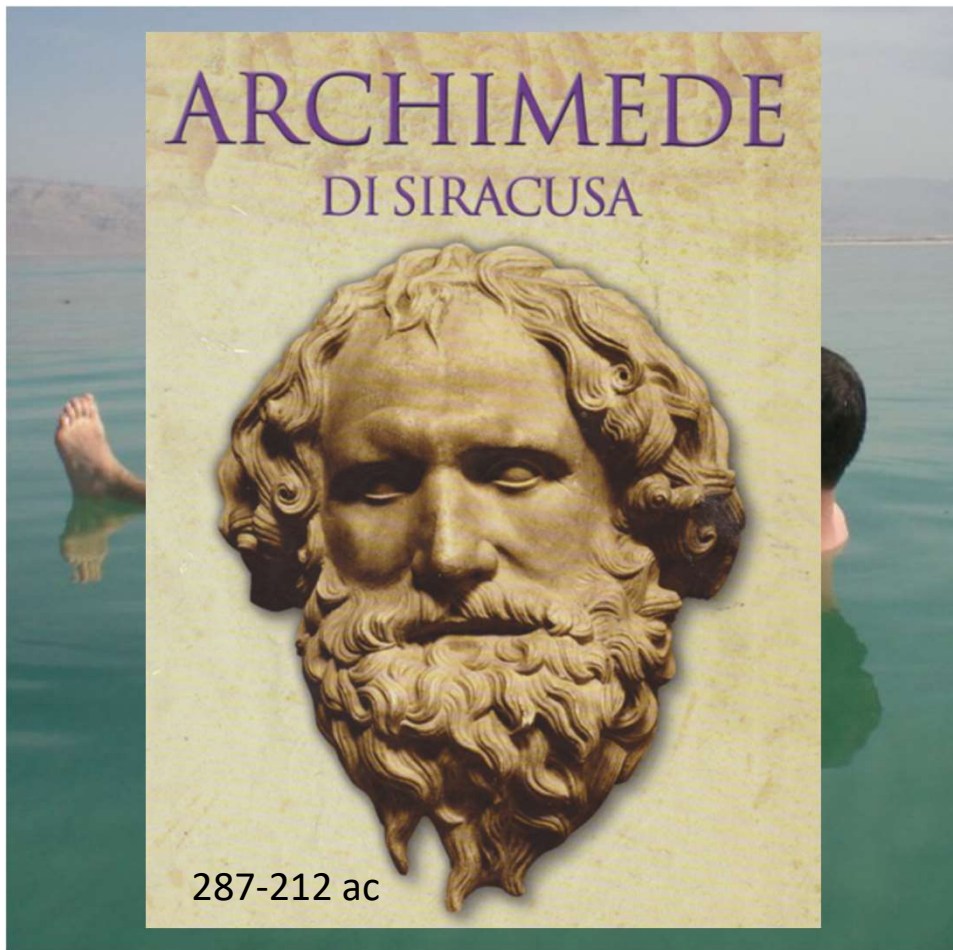
- A sinistra
$$\Delta P = P_A - P_{atm} = \rho_{H_2O} g h_{H_2O}$$
- A destra
$$\Delta P = P_B - P_{atm} = \rho_{olio} g h_{olio}$$
- ΔP è la stessa quindi
$$\rho_{H_2O} g h_{H_2O} = \rho_{olio} g h_{olio} \text{ quindi:}$$

$$\frac{\rho_{H_2O}}{\rho_{olio}} = \frac{h_{olio}}{h_{H_2O}}$$

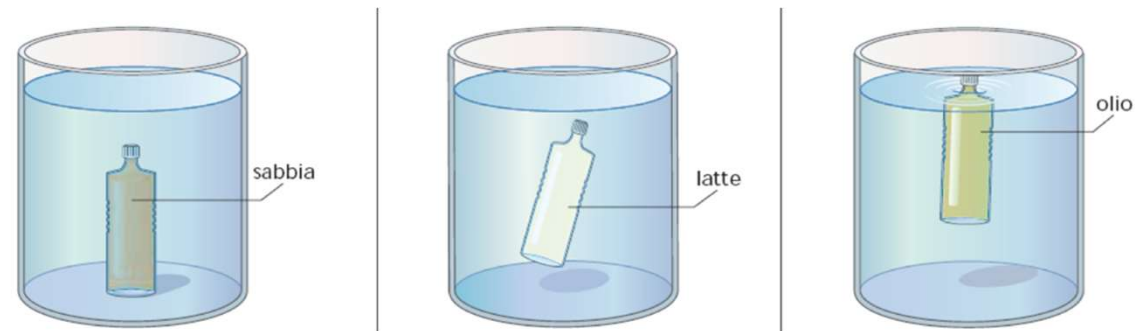


Spinta verso l'alto su un corpo immerso in un fluido: Principio di Archimede

Principio di Archimede

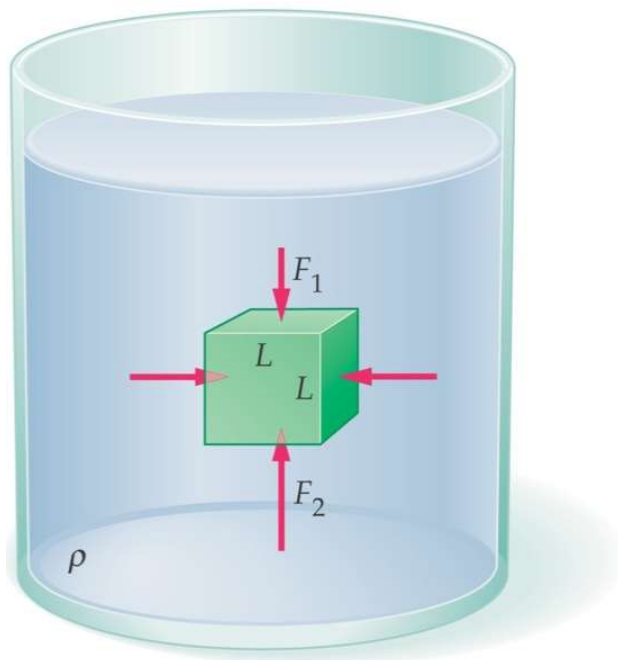
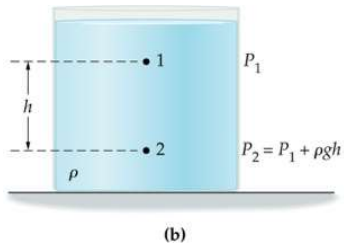


- Facendo un bagno in un lago salatissimo, o una salina, si galleggia così tanto da poter leggere il giornale



- Da cosa dipende se un corpo galleggia se immerso o affonda o risale in superficie?

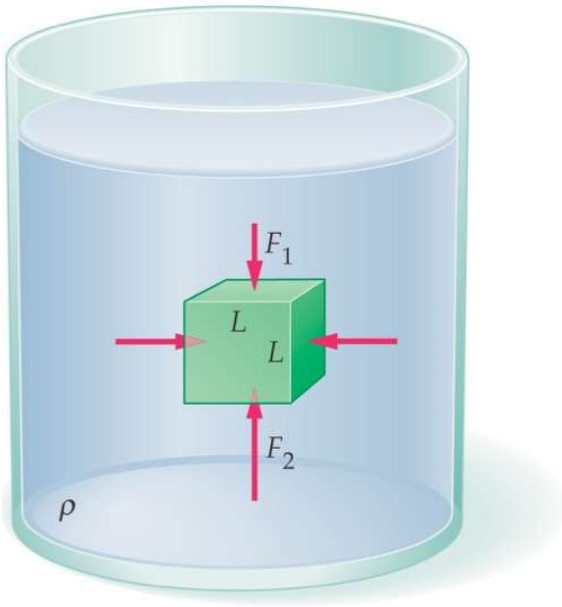
Principio di archimede – galleggiamento in immersione



- Cominciamo con un caso semplice, un cubo
 - **Le pressioni laterali** sono tutte le facce sono uguali (a coppie) perché alla stessa altezza, e quindi non c'è nessuna spinta netta
 - Sappiamo però che c'è **una differenza di pressione tra faccia superiore e la faccia inferiore**: $\Delta P = \rho g h$ (Stevino). La pressione è maggiore sotto che sopra, quindi **la spinta netta è verso l'alto**
- Forze in gioco
 - **La forza che spinge verso l'alto** sarà
$$F_{\uparrow} = \Delta P \cdot A = A \rho_{H_2O} g h = \rho_{H_2O} V g = m_{H_2O} g$$
 - C'è un'altra forza in gioco, la forza peso del cubo. **Diretta verso basso**

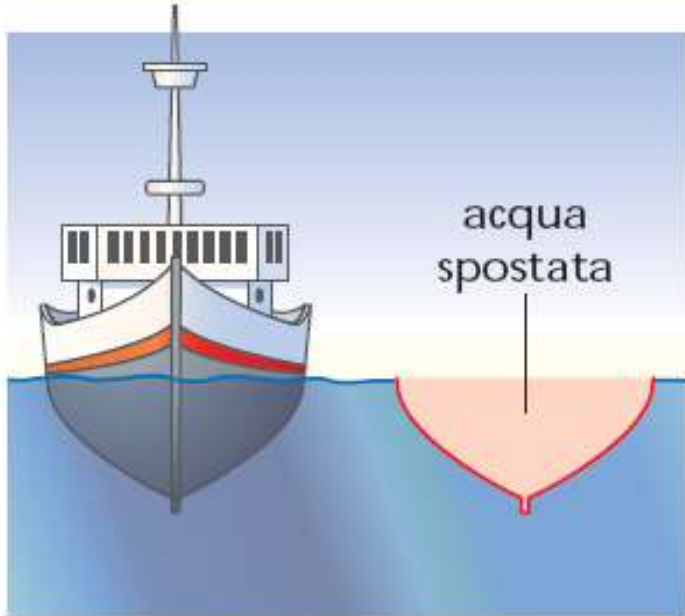
$$F_{\downarrow} = m g = \rho_c g V$$

Principio di archimede – in immersione



- Due forze in gioco:
 - $F_{\uparrow} = \rho_{H_2O} g V$ (spinta di Archimede)
 - $F_{\downarrow} = \rho_c g V$ (forza peso)
- Casi possibili a seconda di chi è maggiore:
 - $\rho_c > \rho_{H_2O}$ corpo affonda
 - $\rho_c < \rho_{H_2O}$ corpo risale superficie
 - $\rho_c = \rho_{H_2O}$ corpo galleggia in profondità
- **Nel caso di un corpo immerso, quello che determina il galleggiamento è la sua densità!**
 - La legge vale per un corpo di dimensione qualsiasi
 - La densità' è la densità' media del corpo

Principio di archimede – **immersione parziale**



Quindi per far galleggiare una nave basta che “peschi” molto e all’interno della parte immersa ci sia aria

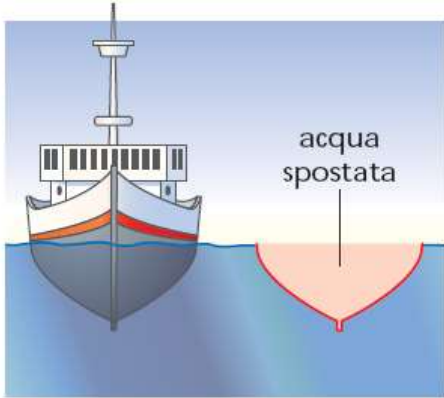
- Ripetiamo i conti di prima in questo caso
- Due forze in gioco:
 - $F_{\uparrow} = \rho_{H_2O} g V_{immerso}$ (spinta di Archimede)
 - $F_{\downarrow} = \rho_c g V_{totale}$ (forza peso)
- Casi possibili
 - $\rho_c V_{tot} > \rho_{H_2O} V_{imm}$ corpo affonda
 - $\rho_c V_{tot} < \rho_{H_2O} V_{imm}$ corpo risale superficie
 - $\rho_c V_{tot} = \rho_{H_2O} V_{imm}$ corpo galleggia in profondita
- Ovvero confronto la m_{TOT} dell’oggetto con la massa corrispondente di acqua della parte immersa (acqua spostata)

Vasa Museet Stoccolma



- Perché affondò'?

Legge di Archimede



- Per entrambi i casi visti prima (immersione parziale o totale), vale la stessa cosa:

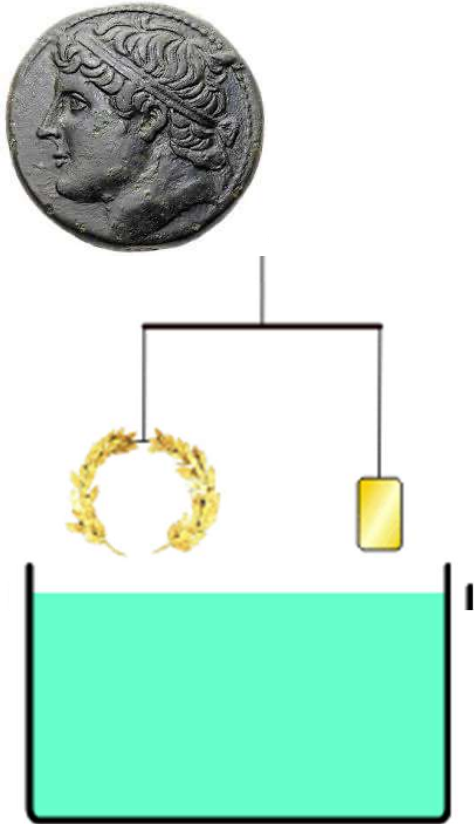
Un corpo immerso riceve una spinta verso l'alto, detta spinta di Archimede, pari al **peso del volume di liquido spostato**

$$\begin{aligned} F_{\uparrow} &= \rho_{H_2O} \, g \, V_{immerso} \\ &= (\rho_{H_2O} V_{immerso}) \, g \\ &= m_{immersa} \, g \end{aligned}$$

- L'acqua salata è più densa dell'acqua dolce e quindi la spinta di Archimede è maggiore



Archimede e la corona d'oro di Gerone



- Gerone. II, tiranno di Siracusa, doveva capire se una corona d'oro commissionata, fosse realmente tutta d'oro. Chiese ad Archimede
- Archimede utilizzò una bilancia
 - con la corona ad un braccio,
 - lingotto di oro puro con massa come la corona.
- Due forze in gioco su entrambi:
 - $F_{\downarrow}$ forza peso (uguale per entrambi)
 - $F_{\uparrow} = \rho gV$ (diversa se densità è diversa)

Così si dice sia nato principio di Archimede e l'esclamazione «Eureka!»



Vescica natatoria

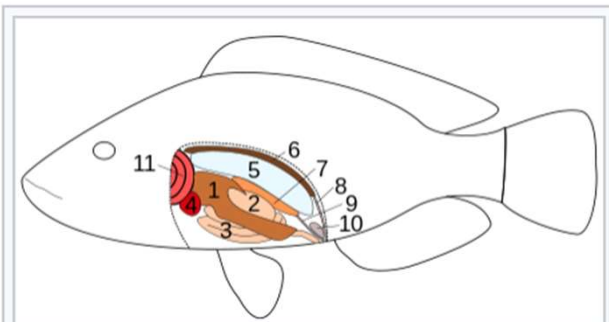


Vesciche natatorie

Organo pieno di gas che molti pesci usano per regolare la **loro galleggiabilità**. Funziona secondo i **principi di Archimede**:

- Un corpo immerso in un fluido riceve una **spinta verso l'alto** pari al peso del fluido spostato.
- Variando il volume di gas nella vescica, il pesce cambia il suo **volume totale** (senza cambiare la massa), e quindi la **densità** complessiva.
 - **Più gas** → volume maggiore → densità minore → il pesce sale.
 - **Meno gas** → volume minore → densità maggiore → il pesce scende.

Questa regolazione fine consente al pesce di **restare in equilibrio a diverse profondità** senza dover nuotare attivamente.



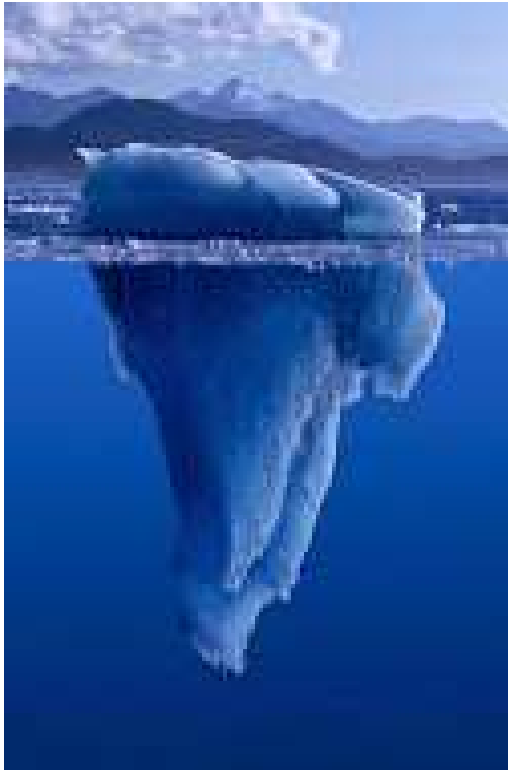
5. Vescica natatoria

Sperm-whale



- Il termine "capodoglio" deriva da "capo di olio" e trae origine dalla sostanza oleo-cerosa presente nel loro cranio
 - Per scendere, raffreddano la testa, si solidifica l'olio, densità aumenta
 - Per salire, scaldano testa, sciolgono l'olio, densità diminuisce

Iceberg



- Q: Qual è la frazione f visibile di un *iceberg* che galleggia in acqua di mare?

Due forze in gioco:

- $F_{\uparrow} = \rho_{\text{acqua}} g V_{\text{immerso}}$ (spinta di Archimede)

- $F_{\downarrow} = mg = \rho_{\text{ghiaccio}} g V_{\text{totale}}$ (forza peso)

$$V_t = V_i + V_e; \rho_g = 917 \text{ kg/m}^3; \rho_a = 1024 \text{ kg/m}^3$$

L'iceberg galleggia quindi $F_{\uparrow} = F_{\downarrow}$ ovvero

$$\rho_a g V_i = \rho_g g (V_i + V_e)$$

$$\text{Ovvero } \frac{V_i}{V_i + V_e} = \frac{\rho_g}{\rho_a} = \frac{917}{1024} = 0.9 \text{ (frazione immersa)}$$

$$\text{Quindi } f_e = 0.1 = 10\%$$

Mongolfiera

Aria	1,29
Elio	0,179



- Come mai una mongolfiera vola?
- La maggior parte delle mongolfiere possiede un pallone di circa 2.500 m^3 . Quante persone può alzare?
 - $F_{\uparrow} = \rho_{\text{aria}} g V = 1.29 \cdot 9.81 \cdot 2500 = 31673 \text{ N}$
 - Supponiamo che abbia una massa di 1500 kg — $> 1500 \cdot 9.81 = 14715 \text{ N}$.
 - Il gas dentro la mongolfiera pesa $mg = 2.500 \cdot 0.179 \cdot 9.81 = 4390 \text{ N}$
 - Una persona di 80 kg pesa 785 N
 - $n = \frac{31673 - 14715 - 439}{785} = 16 \text{ persone}$
- Come mai scaldo l'elio?



Chiusura

Termini chiave

- Pressione esterna, pressione idrostatica
- Densita' (volumica di massa)
- Pascal, atm/bar

Concetti chiave

- In un fluido, a differenza di un solido, può apparire una pressione interna
 - Gas: moto termico
 - Liquido: pressione esterna (+ tensione Laplace, vedremo)
- Pressione è una grandezza scalare, dipende dal punto ma non dalla direzione
- In un fluido (liquido, gas) sottoposto a forza peso
 - Due punti alla stessa quota hanno la stessa pressione
 - Due punti a quote diverse hanno differenza di pressione pari a $\Delta P = \rho gh$
- Conseguenza che un corpo immerso riceve una spinta verso l'alto pari a
 - Spinta di Archimede $F_{\uparrow} = \rho_{\text{liquido}} g V_{\text{parte immersa}}$
 - Il corpo sale in superficie se la sua densità è minore della densità del liquido in cui è immerso

Esercizio

- Un corpo omogeneo galleggia in acqua quando è immerso un decimo del suo volume. La densità media del materiale che costituisce il corpo è pari a

- [a] 100 kg/m^3
- [b] 1 gr/cm^3
- [c] 9.81 N/m^3
- [d] 0.1 kg/m^3
- [e] 10 kg/m^3

peso corpo

spinta Archimede

$$\rho_c V_c g = \rho_a \left(\frac{1}{10} V_c \right) g$$

$$\rho_c = \frac{\rho_a}{10} = \frac{1000}{10} = 100 \text{ kgm}^{-3}$$

soluzione a)

BAROMETRO DI TORRICELLI

STRUMENTO

Tubo di vetro chiuso a un'estremità, riempito completamente di mercurio e capovolto in una vaschetta contenente mercurio.

PRESSIONI NEI PUNTI RILEVANTI

- Punto B (sommità colonna):
vuoto torricelliano
 $p_B = 0$
- Punto A (superficie del mercurio nella vaschetta):
 $p_A = p_{\text{atm}}$
- Punto generico a profondità z sotto la superficie:
 $p(z) = p_{\text{atm}} + \rho g z$

FORZE SULLA SUPERFICIE DEL MERCURIO NELLA VASCHETTA

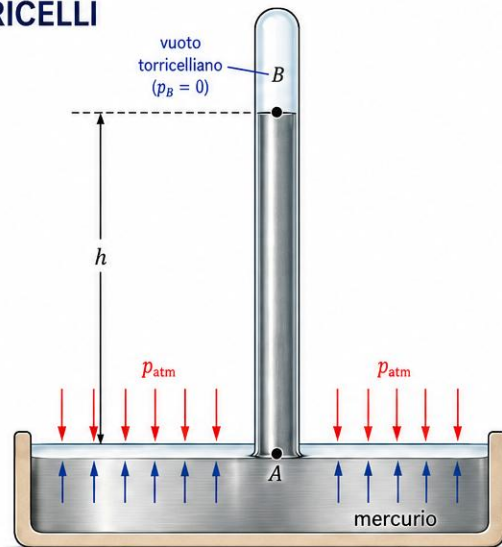
- Forza dell'atmosfera sulla superficie libera:
 $F_{\text{atm}} = p_{\text{atm}} \cdot S$
 - Forza esercitata dalla colonna di mercurio sul mercurio della vaschetta:
 $F_{\text{col}} = \rho g h \cdot S$
- Dove S è l'area della superficie libera della vaschetta.

EQUILIBRIO

La superficie del mercurio nella vaschetta è in equilibrio quando la somma delle forze verticali è nulla:

$$F_{\text{atm}} - F_{\text{col}} = 0$$

(le forze orizzontali si annullano per simmetria).



Forza dell'atmosfera

$$F_{\text{atm}} = p_{\text{atm}} \cdot S$$

Forza della colonna di mercurio

$$F_{\text{col}} = \rho g h \cdot S$$

$$\text{EQUILIBRIO: } F_{\text{atm}} = F_{\text{col}}$$

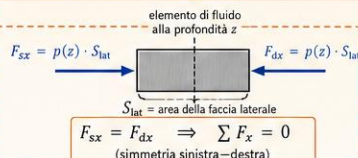
$$p_{\text{atm}} \cdot S = \rho g h \cdot S$$

$$p_{\text{atm}} = \rho g h$$

FORZE ORIZZONTALI: ANNULLAMENTO PER SIMMETRIA

Su un piccolo elemento di fluido alla stessa profondità, la pressione agisce in tutte le direzioni. Sulle due facce laterali opposte agiscono due forze orizzontali uguali e contrarie, perché alla stessa profondità la pressione è la stessa sui due lati.

Perciò la risultante orizzontale è nulla. In equilibrio resta quindi da imporre soltanto il bilancio delle forze verticali.



PERCHÉ LA COLONNA RESTA IN EQUILIBRIO?

Sul mercurio della vaschetta agiscono due forze verticali contrarie:

- dall'alto la pressione atmosferica che spinge verso il basso;
- dal tubo la colonna di mercurio che spinge verso il basso sul mercurio della vaschetta.

In equilibrio le due forze hanno stesso modulo e verso opposto.

DIMOSTRAZIONE

La colonna di mercurio di altezza h e sezione S ha peso:

$$P_{\text{col}} = \rho g (hS) = \rho g h S$$

Questo peso si trasmette alla superficie del mercurio nella vaschetta come forza verso il basso.

La forza esercitata dall'atmosfera sulla stessa superficie è:

$$F_{\text{atm}} = p_{\text{atm}} \cdot S$$

Condizione di equilibrio (somma delle forze verticali nulla):

$$p_{\text{atm}} \cdot S = \rho g h S$$

semplificando S (con $S \neq 0$):

$$p_{\text{atm}} = \rho g h$$

ALTEZZA DELLA COLONNA

Da cui:

$$h = \frac{p_{\text{atm}}}{\rho g}$$

VALORE NUMERICO STANDARD (a livello del mare)

$$p_{\text{atm}} = 1 \text{ atm} = 101\,325 \text{ Pa}, \quad \rho_{\text{Hg}} = 13\,600 \text{ kg/m}^3, \quad g = 9,81 \text{ m/s}^2$$

$$h = \frac{101325}{13600 \cdot 9,81} \approx 0,760 \text{ m} = 760 \text{ mmHg}$$

PRESSIONE IN UN PUNTO QUALSIASI DEL MERCURIO

A profondità z sotto la superficie della vaschetta:

$$p(z) = p_{\text{atm}} + \rho g z$$

RIASSUNTO FISICO:

La colonna di mercurio si dispone ad un'altezza h tale che il suo peso (per unità di area) bilancia esattamente la pressione atmosferica.

SPINTA DI ARCHIMEDE

PRINCIPIO

Un corpo immerso in un fluido riceve una spinta verso l'alto pari al peso del fluido spostato.

$$F_A = \rho_f g V_{\text{spostato}}$$

ρ_f = densità del fluido

V_{spostato} = volume di fluido spostato

PRESSIONI SULLE FACCE ORIZZONTALI

$p_1 = p_{\text{atm}} + \rho_f g z_1$
(pressione sulla faccia superiore)

$p_2 = p_{\text{atm}} + \rho_f g z_2$
(pressione sulla faccia inferiore)

Poiché $z_2 > z_1 \Rightarrow p_2 > p_1$
La pressione aumenta con la profondità.

FORZE SUL CORPO

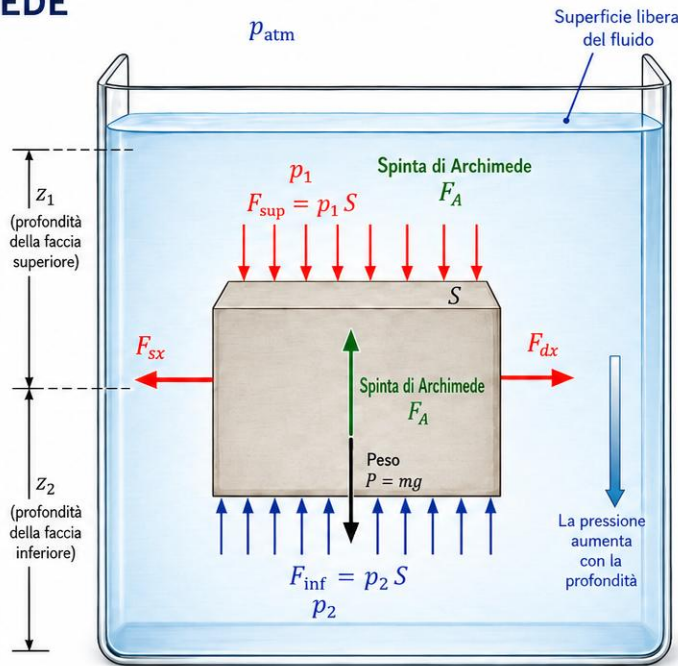
↓ $F_{\text{sup}} = p_1 S$ (verso il basso)

↑ $F_{\text{inf}} = p_2 S$ (verso l'alto)

← Forze laterali:
uguali e opposte
(si annullano)

CASI POSSIBILI

- Se $F_A > P$, il corpo sale.
- Se $F_A = P$, il corpo è in equilibrio.
- Se $F_A < P$, il corpo scende.



RIASSUNTO FISICO

In un fluido la pressione aumenta con la profondità: la faccia inferiore del corpo è soggetta a una pressione maggiore rispetto alla faccia superiore.

La forza esercitata dal fluido sulla faccia inferiore è quindi maggiore di quella sulla faccia superiore.

La differenza tra queste forze verticali genera una spinta verso l'alto pari al peso del fluido spostato.

ESEMPIO NUMERICO (ACQUA)

Densità dell'acqua: $\rho_f \approx 1000 \text{ kg/m}^3$

Corpo a forma di parallelepipedo con:

$S = 0,020 \text{ m}^2$ (area delle facce orizzontali)

$z_1 = 0,50 \text{ m}$ $z_2 = 1,10 \text{ m}$

Spinta di Archimede:

$$\begin{aligned} F_A &= \rho_f g (z_2 - z_1) S \\ &= 1000 \cdot 9,81 \cdot (1,10 - 0,50) \cdot 0,020 \\ &= 117,7 \text{ N} \end{aligned}$$

DIMOSTRAZIONE

$$\begin{aligned} F_A &= F_{\text{inf}} - F_{\text{sup}} \\ &= p_2 S - p_1 S \\ &= (p_2 - p_1) S \\ &= \rho_f g (z_2 - z_1) S \end{aligned}$$

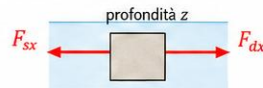
Poiché il volume del corpo (e del fluido spostato) è:

$$V = (z_2 - z_1) S$$

si ottiene:

$$F_A = \rho_f g V$$

FORZE ORIZZONTALI: ANNULLAMENTO PER SIMMETRIA



Alla stessa profondità la pressione ha lo stesso valore sui due lati opposti. Perciò sulle facce laterali agiscono forze uguali e contrarie, quindi la risultante orizzontale è nulla.

NOTAZIONI E UNITÀ DI MISURA

p : pressione [$\text{Pa} = \text{N/m}^2$]

ρ_f : densità del fluido [kg/m^3]

g : accelerazione di gravità [m/s^2]

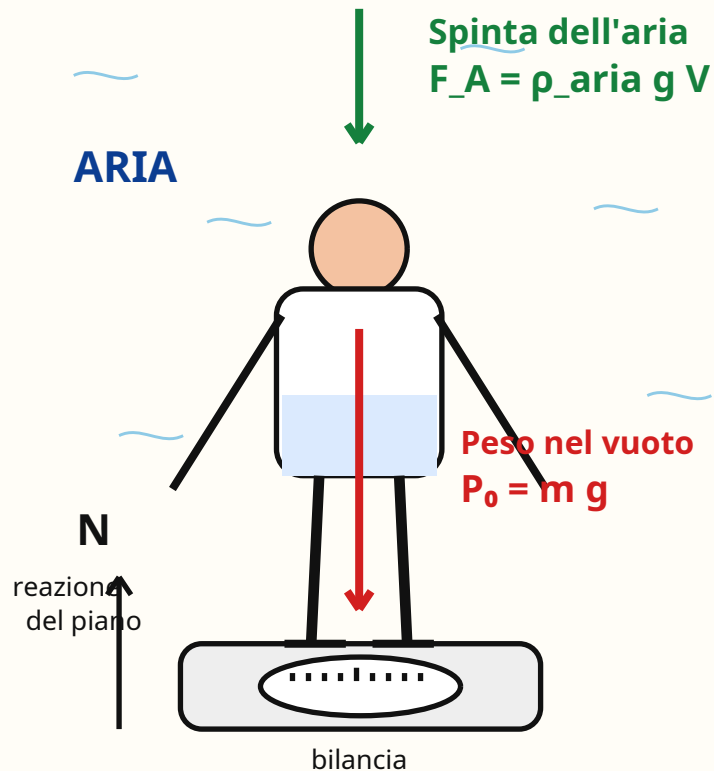
S : area delle facce orizzontali [m^2]

z : profondità [m]

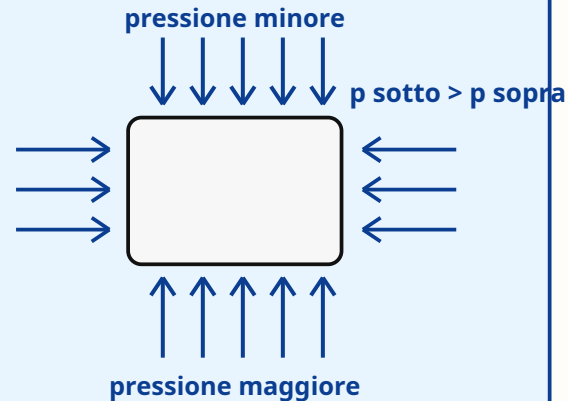
V : volume [m^3]

F_A, P : forze [N]

SPINTA DI ARCHIMEDE E PESO APPARENTE IN ARIA



ORIGINE DELLA SPINTA DELL'ARIA



La pressione diminuisce con l'altezza.
Le spinte laterali si annullano.

FORMULE

1. Nel vuoto: $P_0 = m g$
2. In aria: $P_{\text{app}} = m g - F_A$
3. Spinta: $F_A = \rho_{\text{aria}} g V$
4. Risultato:
 $P_{\text{app}} = m g - \rho_{\text{aria}} g V$
5. Massa letta:
 $m_{\text{app}} = m - \rho_{\text{aria}} V$

ESEMPIO NUMERICO

$m = 80 \text{ kg}$, $\rho_{\text{aria}} = \text{circa } 1,2 \text{ kg/m}^3$
 $V = \text{circa } 0,080 \text{ m}^3$ (circa 80 L)
 $P_0 = m g = \text{circa } 785 \text{ N}$
 $F_A = \text{circa } 1,2 \cdot 9,81 \cdot 0,080 = 0,94 \text{ N}$
 $P_{\text{app}} = \text{circa } 785 - 0,94 = 784,1 \text{ N}$
 $m_{\text{app}} = \text{circa } 79,90 \text{ kg}$

Differenza 0,10 kg = 100 g

MESSAGGIO FISICO

Con l'aria un corpo pesa leggermente meno che nel vuoto, perché riceve una piccola spinta verso l'alto.
La differenza non è causata dalla bilancia: esisterebbe anche senza bilancia.

RISULTATO PER 80 kg

Nel vuoto: circa 785 N.
In aria: circa 784,1 N.
Riduzione: circa 0,94 N,
cioè circa 100 g in massa equivalente.
La differenza è dell'ordine dell'etto.

Idea chiave: la spinta di Archimede dell'aria è piccola ma reale; per un adulto è tipicamente dell'ordine dell'etto.

Esercizi svolti: pressione idrostatica e spinta di Archimede

Esercizio 1 - Differenza di pressione in un tubo pieno d'acqua

Un tubo contiene acqua distillata. La differenza di quota tra la parte superiore e la parte inferiore è:

$$h = 37 \text{ cm} = 0,37 \text{ m}$$

La pressione nella parte inferiore è maggiore di quella nella parte superiore a causa del peso della colonna d'acqua. La differenza di pressione è:

$$\Delta p = \rho g h$$

Usando $\rho_{\text{acqua}} = 1000 \text{ kg/m}^3$, $g = 9,81 \text{ m/s}^2$ e $h = 0,37 \text{ m}$:

$$\Delta p = 1000 \cdot 9,81 \cdot 0,37 \approx 3630 \text{ Pa}$$

Convertiamo in atmosfere:

$$1 \text{ atm} = 101325 \text{ Pa}$$

$$\Delta p = 3630 / 101325 \approx 0,036 \text{ atm}$$

Risultato:

$$\Delta p \approx 3,6 \cdot 10^3 \text{ Pa} \approx 0,036 \text{ atm}$$

Se la pressione nella parte inferiore è $p_{\text{inf}} = 1,2 \text{ atm}$, allora:

$$p_{\text{sup}} = p_{\text{inf}} - \Delta p = 1,2 - 0,036 \approx 1,164 \text{ atm}$$

Quindi la pressione nella parte superiore è circa 1,164 atm.

Esercizio 2 - Tronco cilindrico che galleggia in mare

Un tronco cilindrico galleggia orizzontalmente sull'acqua di mare. Si osserva che è immerso per metà del proprio volume.

Per un corpo galleggiante il peso è uguale alla spinta di Archimede:

$$P = F_A$$

Il peso del tronco è:

$$P = \rho_{\text{legno}} g V_{\text{tot}}$$

La spinta di Archimede è:

$$F_A = \rho_{\text{mare}} g V_{\text{imm}}$$

All'equilibrio:

$$\rho_{\text{legno}} g V_{\text{tot}} = \rho_{\text{mare}} g V_{\text{imm}}$$

Semplificando g:

$$\rho_{\text{legno}} V_{\text{tot}} = \rho_{\text{mare}} V_{\text{imm}}$$

Quindi:

$$\rho_{\text{legno}} = \rho_{\text{mare}} \cdot V_{\text{imm}} / V_{\text{tot}}$$

Dato che il tronco è immerso per metà:

$$V_{\text{imm}} / V_{\text{tot}} = 1/2$$

Usando $\rho_{\text{mare}} \approx 1030 \text{ kg/m}^3$:

$$\rho_{\text{legno}} = 1030 \cdot 1/2 \approx 515 \text{ kg/m}^3$$

Risultato: $\rho_{\text{legno}} \approx 515 \text{ kg/m}^3$.

Esercizio 3 - Nave con densità media pari a un quarto di quella dell'acqua salata

Una nave ha densità media pari a:

$$\rho_{\text{nave}} = (1/4) \rho_{\text{acqua salata}}$$

Si vuole trovare quale frazione del volume della nave deve essere sommersa affinché galleggi.

Per il galleggiamento:

$$P = F_A$$

Il peso della nave è:

$$P = \rho_{\text{nave}} g V_{\text{tot}}$$

La spinta di Archimede è:

$$F_A = \rho_{\text{acqua salata}} g V_{\text{imm}}$$

All'equilibrio:

$$\rho_{\text{nave}} g V_{\text{tot}} = \rho_{\text{acqua salata}} g V_{\text{imm}}$$

Semplificando g e dividendo per $\rho_{\text{acqua salata}} V_{\text{tot}}$:

$$V_{\text{imm}} / V_{\text{tot}} = \rho_{\text{nave}} / \rho_{\text{acqua salata}}$$

Poiché $\rho_{\text{nave}} = (1/4) \rho_{\text{acqua salata}}$, allora:

$$V_{\text{imm}} / V_{\text{tot}} = 1/4$$

Risultato: la nave deve avere sommerso un quarto del proprio volume, cioè il 25%.

Esercizio 4 - Recipiente con mercurio e olio immerso in acqua dolce

Un recipiente leggero di volume totale $V = 1 \text{ L}$ è immerso in acqua dolce. Il recipiente contiene mercurio e olio.

Usiamo i seguenti valori:

$$\rho_{\text{acqua}} = 1 \text{ kg/L}$$

$$\rho_{\text{Hg}} = 13,6 \text{ kg/L}$$

$$\rho_{\text{olio}} \approx 0,8 \text{ kg/L}$$

4a - Caso $V_{\text{Hg}} = (1/3) V_{\text{olio}}$

Il volume del mercurio è un terzo del volume dell'olio:

$$V_{\text{Hg}} = (1/3) V_{\text{olio}}$$

Quindi i volumi stanno nel rapporto:

$$V_{\text{Hg}} : V_{\text{olio}} = 1 : 3$$

Il volume totale è 1 L, quindi:

$$V_{\text{Hg}} = 0,25 \text{ L}$$

$$V_{\text{olio}} = 0,75 \text{ L}$$

Massa del mercurio:

$$m_{\text{Hg}} = \rho_{\text{Hg}} V_{\text{Hg}} = 13,6 \cdot 0,25 = 3,4 \text{ kg}$$

Massa dell'olio:

$$m_{\text{olio}} = \rho_{\text{olio}} V_{\text{olio}} = 0,8 \cdot 0,75 = 0,6 \text{ kg}$$

Massa totale:

$$m_{\text{tot}} = 3,4 + 0,6 = 4,0 \text{ kg}$$

Il recipiente ha volume 1 L. Se fosse completamente immerso, sposterebbe 1 L di acqua dolce, cioè una massa d'acqua pari a 1 kg. La massa del recipiente pieno è maggiore della massa dell'acqua che può spostare:

$$4,0 \text{ kg} > 1 \text{ kg}$$

Risultato: il recipiente affonda.

4b - Proporzioni per avere equilibrio completamente immerso

Per avere equilibrio completamente immerso in acqua dolce, il peso del recipiente deve essere uguale alla spinta di Archimede. Poiché il recipiente ha volume 1 L, quando è completamente immerso sposta 1 L di acqua dolce.

La massa dell'acqua spostata è 1 kg, quindi la massa totale del contenuto deve essere 1 kg.

Chiamiamo:

$$V_{\text{Hg}} = x$$

$$V_{\text{olio}} = 1 - x$$

con i volumi espressi in litri. La massa totale vale:

$$m_{\text{tot}} = \rho_{\text{Hg}} V_{\text{Hg}} + \rho_{\text{olio}} V_{\text{olio}}$$

Imponendo $m_{\text{tot}} = 1 \text{ kg}$:

$$13,6x + 0,8(1 - x) = 1$$

Sviluppiamo:

$$\begin{aligned}13,6x + 0,8 - 0,8x &= 1 \\12,8x + 0,8 &= 1 \\12,8x &= 0,2 \\x &= 0,2 / 12,8 = 0,015625 \text{ L}\end{aligned}$$

Quindi:

$$\begin{aligned}V_{\text{Hg}} &\approx 0,0156 \text{ L} = 15,6 \text{ mL} \\V_{\text{olio}} &= 1 - 0,015625 = 0,984375 \text{ L} \approx 984 \text{ mL}\end{aligned}$$

Il rapporto tra mercurio e olio è:

$$V_{\text{Hg}} / V_{\text{olio}} = 0,015625 / 0,984375 \approx 0,0159 \approx 1/63$$

Risultato: $V_{\text{Hg}} : V_{\text{olio}} \approx 1 : 63$, cioè circa 15,6 mL di mercurio e 984 mL di olio.

Riassunto finale

Esercizio	Risultato
1	$\Delta p \approx 3,6 \cdot 10^3 \text{ Pa} \approx 0,036 \text{ atm}$; $p_{\text{sup}} \approx 1,164 \text{ atm}$
2	$\rho_{\text{legno}} \approx 515 \text{ kg/m}^3$
3	La nave deve avere sommerso 1/4 del volume, cioè 25%.
4a	Il recipiente affonda.
4b	$V_{\text{Hg}} : V_{\text{olio}} \approx 1 : 63$.