

LEZIONE 24

21.04.2026

Esercizio: applicazione legge di Ampère

Campi elettromagnetici variabili nel tempo.
Legge di Faraday. Legge di Lenz. Origine del
campo elettrico indotto. Generatore di corrente
alternata. Legge di Biot-Savart

Energia magnetica

Corrente di spostamento. Legge di Ampère-
Maxwell

Le leggi di Maxwell

ESERCIZIO

Dimostrare che per un solenoide di lunghezza infinita si ha

$$B_{\infty} = \mu_0 n i \quad (13)$$

utilizzando la legge di Ampère.

Si noti che tale possibilità non è una sorpresa visto che sia la (13) che la legge di Ampère sono conseguenze della **prima** legge elementare di Laplace.

Poiché il sistema è invariante per traslazioni parallele all'asse del solenoide, si ha che le linee di forza di $\vec{B}$ devono essere rette (*) che si chiudono all'infinito. A sua volta, ciò implica che il campo magnetico esterno al solenoide è nullo. Ne segue che l'integrale lungo γ è

$$\oint_{\gamma} \vec{B} \cdot d\vec{s} = \int_A^B B_{\infty} ds + \int_B^C B_{\infty} \cos 90^\circ ds + \int_C^D B_{\infty} ds + \int_D^A B_{\infty} \cos 90^\circ ds$$

$$= B_{\infty} h. \text{ Quindi, la legge di Ampère implica}$$

$$B_{\infty} h = \mu_0 n h i, \text{ che è la 13).}$$

n : # di spire per unità di lunghezza

Coordinate cilindriche (s, ϕ, z)

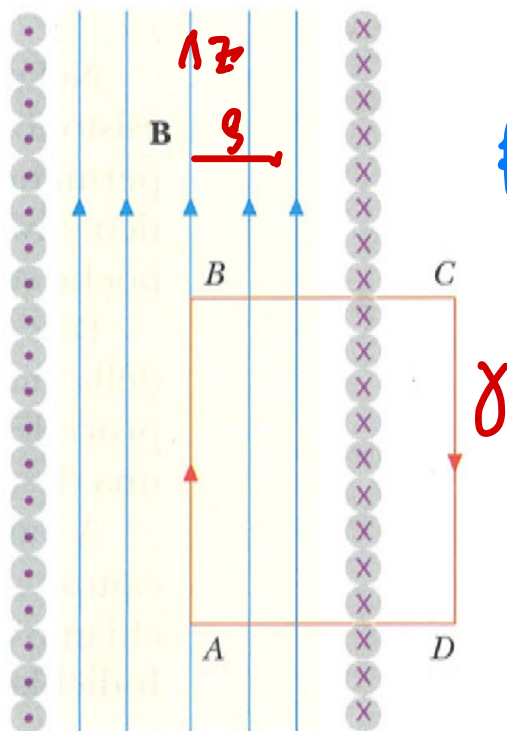


Figura 7.22

(*) La dimostrazione di tale fatto è tutt'altro che immediata ed è riportata in un file separato.

In particolare risulta che $\vec{B} = B_z(s) \hat{z}$

CAMPI ELETTRICI E MAGNETICI VARIABILI NEL TEMPO

Forse elettromotrice (non è una forse)

$$\mathcal{E} = \oint_{\gamma} \vec{E} \cdot d\vec{s}$$

Se $\mathcal{E} \neq 0$, allora $\vec{E}$ non è conservativo, cioè $\vec{E} \neq -\vec{\nabla}V$, altrimenti $\oint_{\gamma} \vec{E} \cdot d\vec{s} = -\oint_{\gamma} \vec{\nabla}V \cdot d\vec{s} = 0$. Consideriamo il flusso di $\vec{B}$ attraverso una superficie $\vec{\Sigma}$

$$\phi_{\Sigma}(\vec{B}) := \int_{\Sigma} \vec{B} \cdot d\vec{\Sigma}$$

L'unità di misura di $\phi_{\Sigma}(\vec{B})$ è il weber

$$Wb = \frac{Vs}{c}$$

N.B. Talvolta alle domande di scrivere la legge di Gauss, qualcuno risponde

$$\phi_{\Sigma}(\vec{E}) = \oint_{\Sigma} \vec{E} \cdot d\vec{\Sigma}$$

che è la definizione di $\Phi_{\Sigma}(\vec{E})$, non la legge di Gauss.

LEGGE DI FARADAY

Ogni qualvolta il flusso del campo magnetico $\Phi(\vec{B})$ concatenato con un circuito varia nel tempo si ha nel circuito una forza elettromotrice indotta data dall'opposto della derivata del flusso rispetto al tempo:

$\mathcal{E}_i$: f.e.m. indotta

$$\mathcal{E}_i = - \frac{\partial \Phi_z(\vec{B})}{\partial t}$$

Se R è la resistenza del circuito, in esso circola la corrente

$$i = \frac{\mathcal{E}_i}{R} = - \frac{1}{R} \frac{\partial \Phi_z(\vec{B})}{\partial t}$$

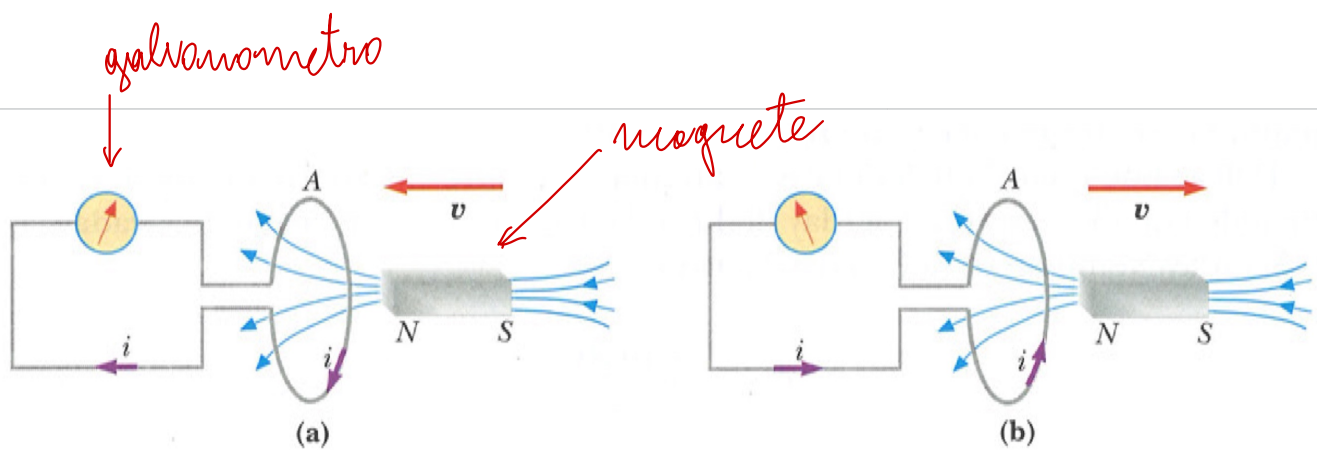


Figura 8.3

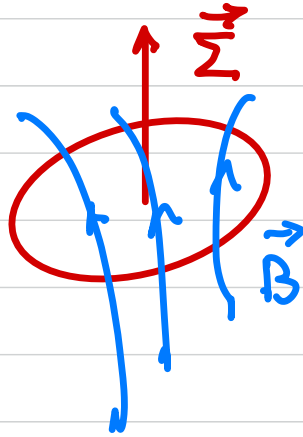
Forza elettromotrice indotta nel moto relativo di un circuito conduttore rispetto ad un magnete permanente.

Lo stesso fenomeno accade se, invece del moquette, il campo magnetico è prodotto da un circuito in cui circola corrente.

N. B.

La figura 8.3a indica un aumento di flusso verso sinistra. Questo dipende sia da $\vec{v}$ che dalle linee di campo magnetico, che a sua volta dipendono dal moquette e in quale posizione si trova. Analogha osservazione si applica alla fig. 8.3b.

Consideriamo una spira circolare piana e scegliamo un verso di $\vec{\Sigma}$ arbitrario



Poiché Σ è una superficie aperta, non c'è alcun modo canonico di scegliere una delle due possibili direzioni.

Distinguiamo quindi due casi. Nel primo caso supponiamo che il verso di $\vec{\Sigma}$ sia tale che

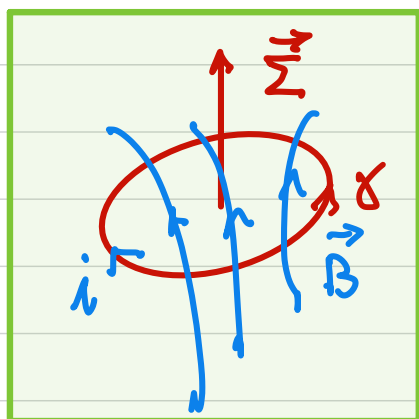
$$\frac{\partial \phi_2(\vec{B})}{\partial t} := \frac{\partial}{\partial t} \int_{\Sigma} \vec{B} \cdot d\vec{\Sigma} > 0 \quad (*)$$

Si ricordi ora che la scelta di un verso di $\vec{\Sigma}$ implica, per convenzione, che la curva chiusa, bordo di Σ , ha orientazione antioraria rispetto a $\vec{\Sigma}$



se con la scelta A) si ha la positività di $\frac{\partial}{\partial t} \Phi_{\Sigma}(\vec{B})$ come in (x), allora segue che $i = -\frac{\partial}{\partial t} \Phi_{\Sigma}(\vec{B}) < 0$ ha il verso opposto delle curve γ disegnate in A

(come A)

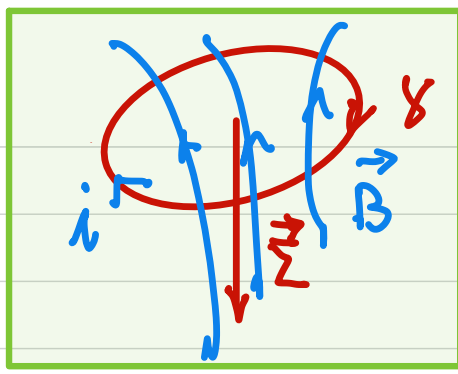


se avessimo invece scelto il verso di $\vec{\Sigma}$ opposto a quello in A), allora $\frac{\partial}{\partial t} \Phi_{\Sigma}(\vec{B}) < 0$, per cui

$$i = -\frac{\partial}{\partial t} \Phi_{\Sigma}(\vec{B}) > 0$$

e il verso di i sarebbe lo stesso di γ in B).

Quindi, il verso di i è lo stesso in entrambi i casi; fatto ovvio e priori visto che il risultato fisico, cioè il verso di i , non può dipendere dall'arbitrarietà delle scelte dell'orientazione di $\vec{\Sigma}$.



È utile ribadire alcuni aspetti relativi alle convenzioni relative alle orientazioni. Come detto se il contorno d'integrazione è chiuso, la curva lo percorre in senso antiorario

$$\oint_{\gamma} := \oint_{\gamma}$$

D'altronde, la circuitazione di un vettore $\vec{A}$ è uguale al flusso del rotore di $\vec{A}$ attraverso una qualsiasi superficie $\vec{\Sigma}$ tale che il suo bordo sia γ :

$$\oint_{\gamma} \vec{A} \cdot d\vec{s} = \int_{\Sigma} (\vec{\nabla} \times \vec{A}) \cdot d\vec{\Sigma}$$

Inoltre l'orientazione di $\vec{\Sigma}$ è determinata dalla regola della mano destra



La legge di Faraday ha validità generale, per esempio si applica anche al caso di un campo magnetico prodotto da una corrente che varia nel tempo

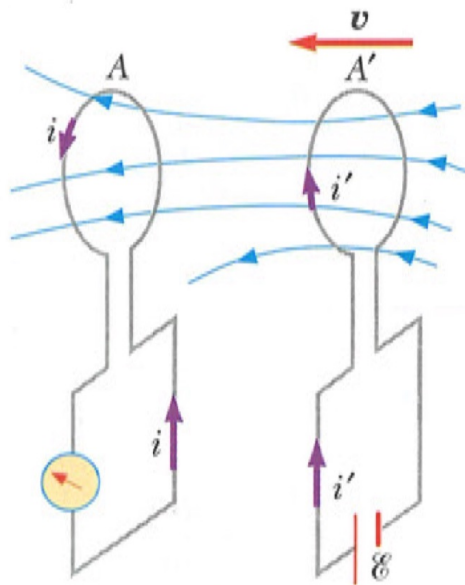


Figura 8.4

Forza elettromotrice indotta in un circuito conduttore da un campo magnetico prodotto da una corrente variabile nel tempo.

Ancor più generalmente, la legge di Faraday vale anche in assenza di conduttori, quindi anche rispetto a qualsiasi curva chiusa γ nello spazio.

Riscriviamo la legge di Faraday nella forma

$$\oint_{\gamma} \vec{E}_i \cdot d\vec{s} = - \frac{\partial}{\partial t} \int_{\Sigma} \vec{B} \cdot d\vec{\Sigma}$$

dove la i in $\vec{E}_i$ sottolinea il fatto che questo è il campo elettrico indotto (si noti che aggiungendo $\vec{E} = -\vec{\nabla}V$ ad $\vec{E}_i$ lascia l'integrale invariato).

Grazie al teorema di Stokes, si ha

$$\oint_{\gamma} \vec{E}_i \cdot d\vec{s} = \int_{\Sigma} (\vec{\nabla} \times \vec{E}_i) \cdot d\vec{\Sigma}$$

$\forall \Sigma \mid \partial \Sigma = \gamma$. si ha quindi che la legge di Faraday è equivalente a

$$\int_{\Sigma} (\vec{\nabla} \times \vec{E}_i) \cdot d\vec{\Sigma} = - \int_{\Sigma} \frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \cdot d\vec{\Sigma} \quad (15)$$

Poiché la legge di Faraday vale per qualsiasi γ ,
segue che la 15) vale per qualsiasi Σ . Ciò implica
che la 15) è equivalente a

$$\boxed{\vec{\nabla} \times \vec{E} = - \frac{\partial \vec{B}}{\partial t}} \quad 16)$$

detta legge di Maxwell-Faraday.

Si noti che un'eventuale componente conservativa
di $\vec{E}$ non contribuirebbe alla 16) in quanto
 $\vec{\nabla} \times \vec{\nabla} V = \vec{0}$.

commenti sulla legge di Faraday

Finora abbiamo considerato casi in cui la superficie d'integrazione è indipendente del tempo. Ciò implica che

$$\frac{\partial}{\partial t} \int_{\Sigma} \vec{B} \cdot d\vec{\Sigma} = \int_{\Sigma} \frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \cdot d\vec{\Sigma}$$

consideriamo ora il caso in cui Σ è quindi anche $\partial\Sigma$ dipende dal tempo

$$\phi_{\Sigma}(\vec{B}) := \int_{\Sigma(t)} \vec{B}(\vec{r}, t) \cdot d\vec{\Sigma}$$

la forza elettromotrice è definita come il lavoro svolto dal campo elettrico e forze esterne per unità di carica q del circuito

$$\mathcal{E} := \frac{1}{q} \oint_{\gamma} \vec{F} \cdot d\vec{s} = \oint_{\gamma} \overbrace{(\vec{E} + \vec{v} \times \vec{B})}^{\text{Forza totale}} \cdot d\vec{s}$$

Come più volte mostrato, il campo magnetico non compie mai lavoro. Come vedremo più avanti, il lavoro associato al termine

$$\oint_{\gamma} (\vec{v} \times \vec{B}) \cdot d\vec{s}$$

è dovuto a forze esterne al sistema, riconducibili alla modifica del circuito e/o a possibili processi chimici, come discusso nel caso della pila di Volta. Si noti inoltre che la sola parte non conservativa di $\vec{E}$ contribuisce a $\oint_{\gamma} \vec{E} \cdot d\vec{s}$. Nel caso di circuito stazionario si ha $\vec{v} = \vec{0}$,

per cui $\mathcal{E} = \oint_{\gamma} \vec{E} \cdot d\vec{s}$ e la legge di Faraday

$\mathcal{E} = - \frac{\partial \Phi_{\Sigma}(\vec{B})}{\partial t}$ è equivalente alla legge di Maxwell-Faraday $\vec{\nabla} \times \vec{E} = - \frac{\partial \vec{B}}{\partial t}$, che in forma integrale è

$$\oint_{\gamma} \vec{E} \cdot d\vec{s} = - \int_{\Sigma} \frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \cdot d\vec{z}, \quad \partial \Sigma = \gamma \quad **)$$

calcoliamo ora la derivata del flusso di $\vec{B}$ al tempo arbitrario t_0 nel caso in cui anche $\Sigma(t)$ dipende da t

$$\left. \frac{\partial \Phi(\vec{B})}{\partial t} \right|_{t=t_0} = \int_{\Sigma(t)} \left. \frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \right|_{t=t_0} \cdot d\vec{\Sigma} + \frac{\partial}{\partial t} \int_{\Sigma(t)} \vec{B}(t_0) \cdot d\vec{\Sigma}$$

Il primo termine soddisfa l'equazione di Maxwell-Faraday

$$\int_{\Sigma(t_0)} \left. \frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \right|_{t=t_0} \cdot d\vec{\Sigma} = - \oint_{\partial \Sigma(t_0)} \vec{E}(t_0) \cdot d\vec{s}$$

Per quanto riguarda il termine

$$\frac{\partial}{\partial t} \int_{\Sigma(t)} \vec{B}(t_0) \cdot d\vec{\Sigma}$$

Se la superficie si muove o si deforma, allora c'è una variazione di flusso di $\vec{B}$ attraverso $\vec{\Sigma}$. Per un tratto infinitesimo $d\vec{\Sigma}$ della

spira in moto per un tempo dt , le spire
 spazse una superficie $d\vec{Z} = \vec{v} dt \times d\vec{Z}$, per
 cui la variazione di flusso è

$$\vec{B} \cdot (\vec{v} dt \times d\vec{Z}) = - dt d\vec{Z} \cdot (\vec{v} \times \vec{B})$$

dove abbiamo usato

$$\vec{B} \cdot (\vec{v} dt \times d\vec{Z}) \underset{\substack{\uparrow \\ dt \text{ è uno scalare}}}{=} dt \vec{B} \cdot (\vec{v} \times d\vec{Z}) = - dt d\vec{Z} \cdot (\vec{v} \times \vec{B})$$

$$\vec{c} \cdot (\vec{a} \times \vec{b}) = - \vec{b} \cdot (\vec{a} \times \vec{c})$$

Si ha quindi

$$\frac{\partial}{\partial t} \int_{\Sigma(t)} \vec{B}(t_0) \cdot d\vec{Z} \Big|_{t=t_0} = - \oint_{\gamma(t_0)} \overset{,, \vec{v} dt \times d\vec{Z} }{(\vec{v}(t_0) \times \vec{B}(t_0))} \cdot d\vec{Z} \quad \text{***}$$

Ed il caso in cui sia $\vec{B}$ che $\vec{Z}$ dipendono da
 t è dato da ***) insieme a ***)

$$\frac{\partial \Phi(\vec{B})}{\partial t} \Big|_{t=t_0} = - \oint_{\gamma(t_0)} \vec{E}(t_0) \cdot d\vec{Z} - \oint_{\gamma(t_0)} [\vec{v}(t_0) \times \vec{B}(t_0)] \cdot d\vec{Z}$$

Nel caso di una spira, la f.e.m. è l'energia per unità di carica necessaria per compiere un giro completo della spira. Questo corrisponde a

$$\mathcal{E} := \oint_{\gamma} (\vec{E} + \vec{v} \times \vec{B}) \cdot d\vec{\zeta}$$

da cui, confrontando con la precedente espressione di $\frac{\partial \Phi_L(\vec{B})}{\partial t}$ al tempo arbitrario t , si ha

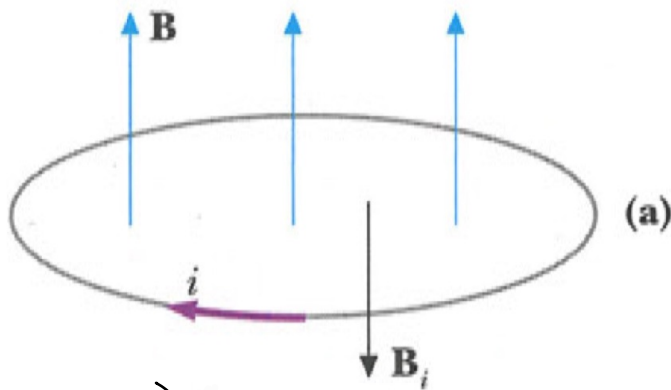
$$\mathcal{E} = - \frac{\partial \Phi_L(\vec{B})}{\partial t} \quad \text{****)$$

Si noti comunque che mentre la legge di Maxwell-Faraday è ricambiata sperimentalmente, il termine $\oint (\vec{v} \times \vec{B}) \cdot d\vec{\zeta}$ appare in entrambi i membri di ****); perciò, semplificando, si ottiene la legge di Maxwell-Faraday.

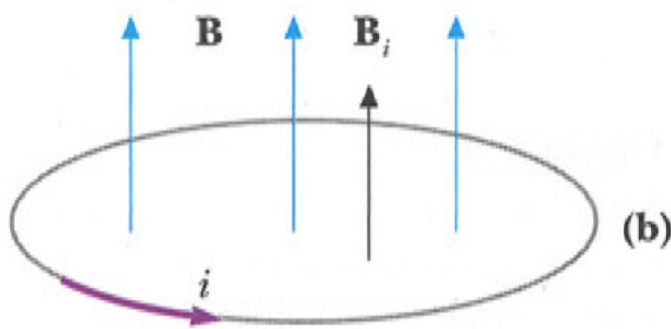
Si noti anche che il movimento delle spine è dovuto a forze esterne, quindi, nonostante l'espansione, non è il campo magnetico a compiere lavoro. Quest'ultimo non compie mai lavoro. In proposito si noti che avremmo dovuto aggiungere a $\vec{v}$ in $\vec{v} \times \vec{B}$ la velocità della carica, $\vec{v}_q$, all'interno delle spine. D'altronde, queste ha la stessa direzione di $d\vec{S}$, per cui $(\vec{v}_q \times \vec{B}) \cdot d\vec{S} = 0$. Un esempio è costituito da una spine in campo magnetico che ruota grazie ad un flusso d'acqua, per esempio in un mulino, la f.e.m. generata in questo modo corrisponde ad un lavoro compiuto dal campo gravitazionale. Inoltre, come illustrato a lezione, la f.e.m. può essere originata da fenomeni chimici, come nel caso della pila.

LEGGE DI LENZ

Il segno meno nella legge di Faraday è cruciale: l'effetto della f.e.m. indotta è sempre tale da opporsi alle cause che lo ha generato



$$\frac{d\Phi_B}{dt} > 0 \quad \mathcal{E}_i < 0$$



$$\frac{d\Phi_B}{dt} < 0 \quad \mathcal{E}_i > 0$$

Figura 8.7

Legge di Lenz sul verso delle correnti indotte.

$\frac{d\Phi_B}{dt} > 0 \rightarrow \mathcal{E}_i < 0$ e la corrente i indotta genera un $\vec{B}_i$ il cui flusso è negativo, riducendo così l'aumento di Φ_B .

In questo caso la corrente indotta riduce la diminuzione di Φ_B .

In queste analisi: il circuito è fermo per cui abbiamo usato $\mathcal{E}_i = - \frac{d\Phi_B}{dt}$.

Commenti sull'origine della f.e.m. $\mathcal{E}_i$.

Come discusso precedentemente, ci sono due casi possibili.

1. $\vec{E}_i$ originato dal moto di un conduttore rispetto a campo magnetico

2. $\vec{E}_i$ originato da un campo magnetico variabile nel tempo

Di seguito consideriamo il primo caso.

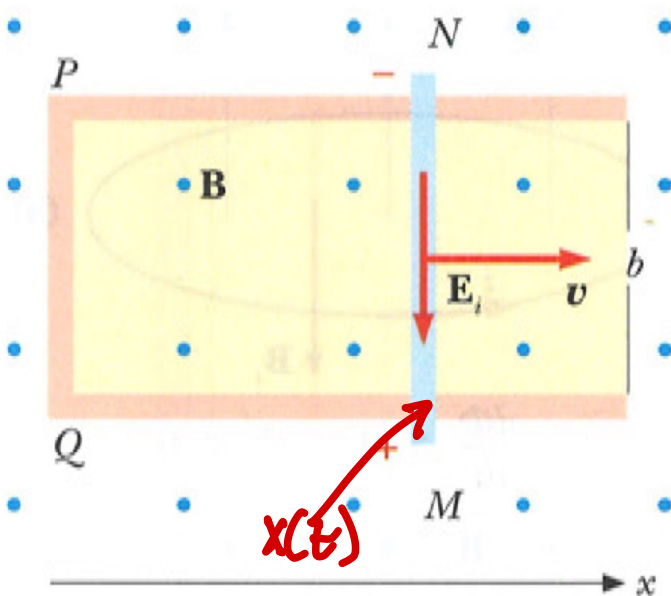


Figura 8.8

Sbarretta di materiale conduttore in moto di traslazione in un campo magnetico uniforme.

Ciruito rettangolare con una barretta conduttrice di lunghezza b mobile. E' presente un campo magnetico uniforme e costante nel tempo, uscente dal circuito. La barretta ha una velocità $\vec{v}$.

Sugli elettroni agisce la forza di Lorentz, per cui

$$\vec{E}_i = -\frac{\vec{F}}{e} = \vec{v} \times \vec{B}$$
$$\eta = -e < 0$$

Si ha

$$\mathcal{E}_i = \int_{\text{MN PQ}} \overbrace{(\vec{v} \times \vec{B})}^{\vec{E}_i} \cdot d\vec{s} = \int_{\text{MN}}^{\text{PQ}} (\vec{v} \times \vec{B}) \cdot d\vec{s} = -v B b \quad (17)$$

Il segmento $\overline{MN}$ è l'unica parte del circuito con velocità non nulla.

Si noti che

$$\Phi_{\Sigma}(\vec{B}) = \int_{\Sigma} \vec{B} \cdot d\vec{\Sigma} = B b x(t) \quad (18)$$

↙ posizione
barra

dove $x = \overline{PN} = \overline{QM}$. Quindi, (17) e (18) implicano

$$\mathcal{E}_i = - \frac{\partial \Phi_{\Sigma}(\vec{B})}{\partial t}$$

Generatore di corrente alternata

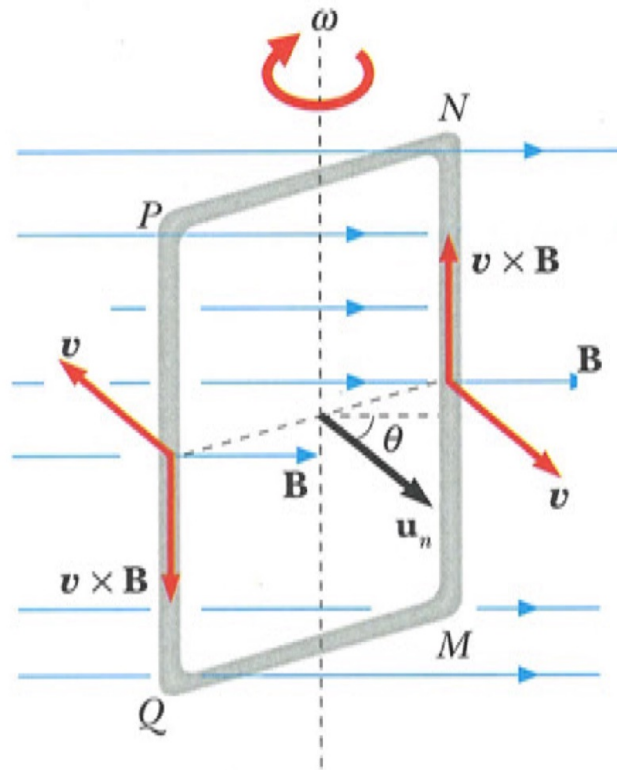


Figura 8.13

Spira rettangolare in moto di rotazione in un campo magnetico uniforme.

$\theta = 0$ indica che $\vec{u}_n$ è parallelo e concorde a $\vec{B}$.

$$\Phi_{\Sigma}(\vec{B}) = \int_{\Sigma} \vec{B} \cdot d\vec{\Sigma} = B \Sigma \cos \theta = B \Sigma \cos(\omega t)$$

e la legge di Faraday implica

$$\mathcal{E}_i = - \frac{\partial \Phi_{\Sigma}(\vec{B})}{\partial t} = \omega B \Sigma \sin(\omega t)$$

che è soddisfatta da qualsiasi spira piana,

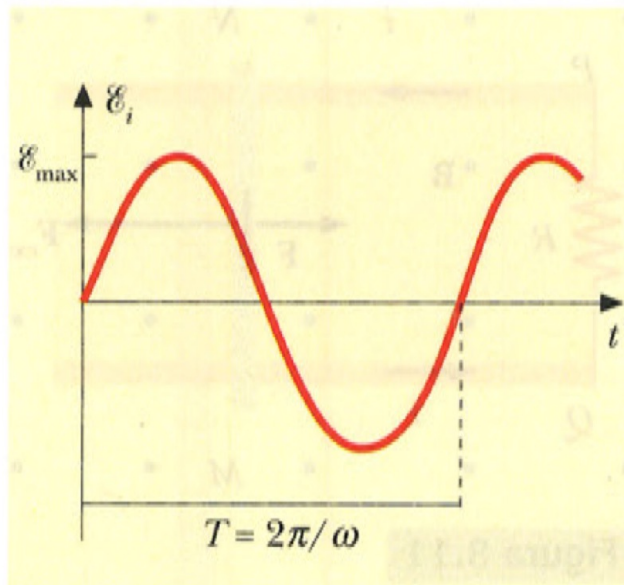


Figura 8.14

Forza elettromotrice indotta in una spira in moto di rotazione uniforme in un campo magnetico uniforme.

$$\varepsilon_{\max} = \omega B \Sigma$$

Collegando la spira ad un circuito, allora nella spira circola una corrente

$$i = \frac{\varepsilon_i}{R} = \frac{\omega B \Sigma}{R} \sin(\omega t)$$

dove R è la resistenza totale, cioè della spira e del circuito.

La potenza elettrica spesa è

$$P = \mathcal{E}_i i = R i^2 = \frac{\mathcal{E}_i^2}{R} = \frac{\mathcal{E}_{\max}^2}{R} \sin^2(\omega t) \quad (19)$$

Quindi, per mantenere in rotazione le spire contro il momento meccanico delle forze magnetiche

$$\vec{M} = \vec{m} \times \vec{B}$$

che tende a orientare il momento magnetico $\vec{m} = i \vec{\Sigma}$ parallelamente a $\vec{B}$, occorre fornire una potenza pari a (19).

LEGGE DI FELICI

La legge di Faraday implica che se una
una spira di resistenza R si muove in un campo
magnetico $\vec{B}$, allora, nell'intervallo di tempo $t_2 - t_1$,
fluisce nella spira una carica q pari a

$$q = \int_{t_1}^{t_2} i(t) dt = -\frac{1}{R} \int_{\Phi_1}^{\Phi_2} d\Phi = \frac{\Phi_1 - \Phi_2}{R}$$

$$i = \frac{dq}{dt} = \frac{d}{dt} \left(-\frac{\Phi}{R} \right) \rightarrow i dt = -\frac{d\Phi}{R}$$

Quindi, il valore della carica non dipende diretta-
mente dalla legge temporale con cui varia il
flusso di $\vec{B}$, bensì dalla sola differenza tra flusso
finale e flusso iniziale.

Energie magnetica

Un aspetto importante riguardante il campo magnetico, è che ad esso è associata una densità d'energia. In particolare, risulta

$$u_m = \frac{B^2}{2\mu_0}$$

Tale espressione è l'analogo magnetico di quella ricavata per il campo elettrico

$$u_e = \frac{\epsilon_0}{2} E^2 \qquad u_m = \frac{B^2}{2\mu_0}$$

Densità d'energia totale di un campo elettromagnetico

$$u_{TOT} = \frac{\epsilon_0 \mu_0 E^2 + B^2}{\mu_0}$$

CORRENTE DI SPOSTAMENTO

Abbiamo già considerato più volte la cosiddetta corrente di spostamento. In particolare, all'interno di un conduttore è come se esistesse una corrente data da

$$i_s = \epsilon_0 \frac{d\Phi_E(\vec{E})}{dt}$$

Consideriamo la legge di Ampère

teorema di Stokes

$$\oint_{\gamma} \vec{B} \cdot d\vec{s} = \mu_0 \int_{\Sigma} \vec{j} \cdot d\vec{\Sigma}, \quad \forall \Sigma \mid \partial \Sigma = \gamma$$

$$\int_{\Sigma} (\vec{\nabla} \times \vec{B}) \cdot d\vec{\Sigma} = \mu_0 \int_{\Sigma} \vec{j} \cdot d\vec{\Sigma}, \quad \forall \Sigma$$

poiché quest'ultima relazione è soddisfatta per ogni Σ , si ha

$$\vec{\nabla} \times \vec{B} = \mu_0 \vec{j}$$

Si può mostrare che $\vec{\nabla} \times \vec{B} = \mu_0 \vec{J}$ è
in accordo con la conservazione della
carica elettrica solo nel caso stazionario.

In effetti calcolando la divergenza di tale relazione
si ha

$$\mu_0 \vec{\nabla} \cdot \vec{J} = \vec{\nabla} \cdot (\vec{\nabla} \times \vec{B}) = 0 \quad 20)$$

in quanto la divergenza del rotore di qualsiasi
vettore è sempre nulla.

La relazione 20) esprime la conservazione della corrente nei
processi indipendenti del tempo. D'altronde, se la densità
di carica varia nel tempo, allora

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{J} + \frac{d\rho}{dt} = 0$$

in contrasto con la 20) che segue dalla legge di Ampère.

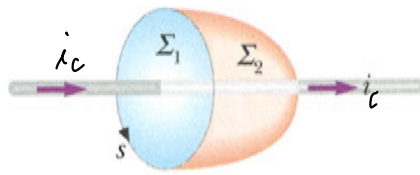


Figura 8.29

Stazionarietà della corrente di conduzione lungo un filo percorso da corrente di conduzione.

CORRENTE STAZIONARIA:

la corrente di conduzione i_c è ovunque la stessa: la legge di Ampère è valida.

Dalla legge di Ampère si è visto che è possibile calcolare l'integrale di superficie di $\vec{\nabla} \times \vec{B}$ attraverso qualsiasi superficie che abbia come contorno lo stesso γ

$$\mu_0 i = \oint_{\gamma} \vec{B} \cdot d\vec{s} = \int_{\Sigma_1} (\vec{\nabla} \times \vec{B}) \cdot d\vec{\Sigma} = \int_{\Sigma_2} (\vec{\nabla} \times \vec{B}) \cdot d\vec{\Sigma}$$

$$\partial \Sigma_1 = \partial \Sigma_2 = \gamma$$

Se la corrente non è stazionaria, allora la legge di Ampère non è valida.

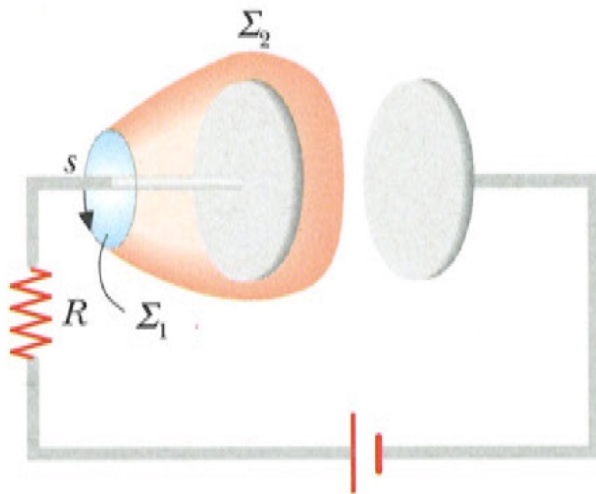


Figura 8.30

Modifica della legge di Ampère quando la corrente non soddisfa la condizione di stazionarietà.

Fisicamente il problema lo si capisce chiaramente considerando il processo di carica di un condensatore.

si ha

$$\oint_{\gamma} \vec{B} \cdot d\vec{s} \neq 0$$

$$\int_{\Sigma_1} \vec{j}_c \cdot d\vec{\Sigma} = i_c = \frac{dq}{dt}$$

$$\int_{\Sigma_2} \vec{j}_c \cdot d\vec{\Sigma} = 0$$

Σ_2 non interseca il filo conduttore così $\vec{j}_c$ è nullo nell'integrandolo

MAXWELL: $i_s = \epsilon_0 \frac{d\Phi(\vec{E})}{dt}$

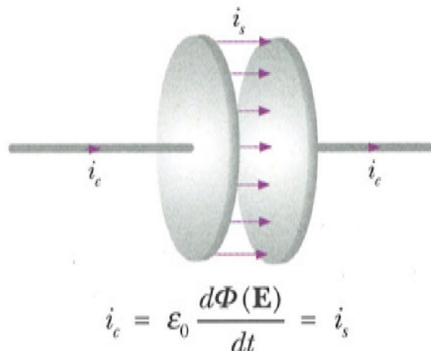


Figura 8.31

La corrente $i = i_c + i_s$ lungo il tratto di circuito soddisfa la condizione di stazionarietà.

LEGGE DI AMPÈRE-MAXWELL

$$\oint_{\gamma} \vec{B} \cdot d\vec{s} = \mu_0 \left(i_c + \epsilon_0 \frac{d\Phi_{\Sigma}(\vec{E})}{dt} \right)$$

$\forall \gamma$ e con Σ qualsiasi superficie
che abbia γ come bordo

FORMA DIFFERENZIALE (O LOCALE)

come di solito: $\oint_{\gamma} \vec{B} \cdot d\vec{s} = \oint_{\Sigma} (\vec{\nabla} \times \vec{B}) \cdot d\vec{\Sigma}$

$\Rightarrow$

$$\vec{\nabla} \times \vec{B} = \mu_0 \left(\vec{J} + \epsilon_0 \frac{d\vec{E}}{dt} \right)$$

HABEMUS MAXWELL LEGIBUS!!!

GAUSS($\vec{E}$)

$$\oint \vec{E} \cdot d\vec{\Sigma} = \frac{q}{\epsilon_0}, \quad \vec{\nabla} \cdot \vec{E} = \frac{\rho}{\epsilon_0}$$

FARADAY

$$\oint \vec{E} \cdot d\vec{s} = -\frac{d\Phi(\vec{B})}{dt}, \quad \vec{\nabla} \times \vec{E} = -\frac{d\vec{B}}{dt}$$

GAUSS($\vec{B}$)

$$\oint \vec{B} \cdot d\vec{\Sigma} = 0, \quad \vec{\nabla} \cdot \vec{B} = 0$$

AMP.-MAX.

$$\oint \vec{B} \cdot d\vec{s} = \mu_0 \left(i + \epsilon_0 \frac{d\Phi(\vec{E})}{dt} \right), \quad \vec{\nabla} \times \vec{B} = \mu_0 \left(\vec{J} + \epsilon_0 \frac{d\vec{E}}{dt} \right)$$