

LEZIONE 8

11.03.2026

Potenziale ed energia potenziale elettrostatici

Lavoro ed energia potenziale

Esercizi: potenziale elettrostatico generato da tre cariche. Energia elettrostatica di tre cariche

Moto di una carica. Conservazione dell'energia

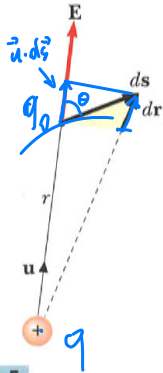


Figura 2.5

Lavoro elementare del campo elettrostatico $\mathbf{E}$ di una carica puntiforme.

2.2

CALCOLO DEL POTENZIALE ELETTROSTATICO

Rivediamo brevemente i risultati del paragrafo precedente: il lavoro di una forza elettrica si può sempre esprimere attraverso l'integrale di linea del campo elettrico lungo il percorso seguito dalla carica e in generale dipende dal percorso, come vedremo nei capitoli successivi.

Se però il campo è elettrostatico abbiamo affermato che esso è conservativo e pertanto il lavoro risulta indipendente dal percorso; ciò porta alla definizione del potenziale e dell'energia potenziale.

In questo paragrafo dimostriamo che il campo elettrostatico di una qualsiasi distribuzione di carica è conservativo e ricaviamo le espressioni esplicite di V ed U_e .

Iniziamo dal caso più semplice, figura 2.5, che è quello del campo generato da una carica puntiforme. Il lavoro della forza $\mathbf{F}$ per uno spostamento elementare $d\mathbf{s}$ della carica q_0 nel campo della carica puntiforme q , fissa in O , è dato in base a (2.2) e (1.11) da

$$dW = q_0 \mathbf{E} \cdot d\mathbf{s} = \frac{q_0 q}{4 \pi \epsilon_0} \frac{\mathbf{u} \cdot d\mathbf{s}}{r^2} = \frac{q_0 q}{4 \pi \epsilon_0} \frac{dr}{r^2}$$

per cui

$$\mathbf{E} \cdot d\mathbf{s} = \frac{q}{4 \pi \epsilon_0} \frac{dr}{r^2},$$

dove $dr = \mathbf{u} \cdot d\mathbf{s} = ds \cos \theta$, proiezione di $d\mathbf{s}$ lungo la direzione $\mathbf{u}$ del campo, rappresenta di quanto è variata la distanza r tra q_0 e q a seguito dello spostamento $d\mathbf{s}$. La funzione integranda risulta così dipendere soltanto dalla variabile r per cui si ottiene subito, per uno spostamento dal punto A al punto B , figura 2.26, caratterizzati rispettivamente dalle distanze r_A e r_B dal punto O ,

$$\int_A^B \mathbf{E} \cdot d\mathbf{s} = \frac{q}{4 \pi \epsilon_0} \int_{r_A}^{r_B} \frac{dr}{r^2} = - \left(\frac{q}{4 \pi \epsilon_0 r_B} - \frac{q}{4 \pi \epsilon_0 r_A} \right). \quad (2.11)$$

Il lavoro corrispondente è

$$W = q_0 \int_A^B \mathbf{E} \cdot d\mathbf{s} = - \left(\frac{q_0 q}{4 \pi \epsilon_0 r_B} - \frac{q_0 q}{4 \pi \epsilon_0 r_A} \right). \quad (2.12)$$

Abbiamo così verificato che il **lavoro non dipende dal percorso seguito**. Il risultato era scontato perché la forza in questione è *centrale* e il suo modulo dipende solo dalla distanza r , però il calcolo fornisce le espressioni della differenza di potenziale e della variazione di energia potenziale nel campo di una carica puntiforme; basta confrontare (2.11) con (2.7) e (2.12) con (2.9):

$$V_B - V_A = \left(\frac{q}{4 \pi \epsilon_0 r_B} - \frac{q}{4 \pi \epsilon_0 r_A} \right), \quad (2.13)$$

Figura 2.6

Determinazione di $\int_A^B \mathbf{E} \cdot d\mathbf{s}$ per il campo elettrostatico prodotto da una carica puntiforme.

Differenza di potenziale elettrostatico

$$U_e(B) - U_e(A) = \frac{q_0 q}{4 \pi \epsilon_0 r_B} - \frac{q_0 q}{4 \pi \epsilon_0 r_A} . \quad (2.14)$$

Ricordando che il potenziale e l'energia potenziale sono definiti a meno di una costante additiva, (2.13) e (2.14) possono essere considerate le variazioni delle funzioni

$$V(r) = \frac{q}{4 \pi \epsilon_0 r} + A , \quad U_e(r) = \frac{q_0 q}{4 \pi \epsilon_0 r} + B ,$$

che danno rispettivamente il **potenziale elettrostatico** in un punto a distanza r dalla carica q e l'**energia potenziale elettrostatica** della carica q_0 distante r da q .

Si può determinare completamente $V(r)$ e $U(r)$ imponendo la condizione ulteriore

$$r \rightarrow \infty \quad V(\infty) = 0 \quad U(\infty) = 0 ,$$

come suggerito dal fatto che per cariche molto lontane l'interazione è trascurabile: $F(\infty) = 0$, $E(\infty) = 0$.

Poiché per $r \rightarrow \infty$ $q/4 \pi \epsilon_0 r = 0$, risulta $A = B = 0$. D'altra parte dalla (2.7), figura 2.7:

$$\int_{\infty}^r \mathbf{E} \cdot d\mathbf{s} = - \left[V(r) - V(\infty) \right] = -V(r) ,$$

e in conclusione abbiamo per il **potenziale elettrostatico generato da una carica puntiforme** q in un punto a distanza r

$$V(r) = - \int_{\infty}^r \mathbf{E} \cdot d\mathbf{s} = \frac{q}{4 \pi \epsilon_0 r} \quad (2.15)$$

e per l'energia potenziale di q_0 nel campo di q

$$U_e(r) = q_0 V(r) = -q_0 \int_{\infty}^r \mathbf{E} \cdot d\mathbf{s} = \frac{q_0 q}{4 \pi \epsilon_0 r} . \quad (2.16)$$

Osserviamo che il potenziale è costante in tutti i punti della superficie sferica di raggio r con centro nella carica q .

I risultati trovati si estendono senza difficoltà, in base al **principio di sovrapposizione**, al caso di un campo elettrostatico generato da un numero qualsiasi di cariche puntiformi fisse $q_1, q_2, \dots, q_n$.

Il lavoro per uno spostamento finito da A a B della carica q_0 è

$$W = \int_A^B \mathbf{F} \cdot d\mathbf{s} = q_0 \int_A^B \mathbf{E} \cdot d\mathbf{s}$$

e nell'integrale di linea del campo si inserisce la (1.12):

$$\int_A^B \mathbf{E} \cdot d\mathbf{s} = \int_A^B (\sum_i \mathbf{E}_i) \cdot d\mathbf{s} = \sum_i \int_A^B \mathbf{E}_i \cdot d\mathbf{s} = \sum_i \int_A^B \frac{q_i}{4 \pi \epsilon_0 r_i^2} \mathbf{u}_i \cdot d\mathbf{s} .$$

Variazione dell'energia potenziale elettrostatica

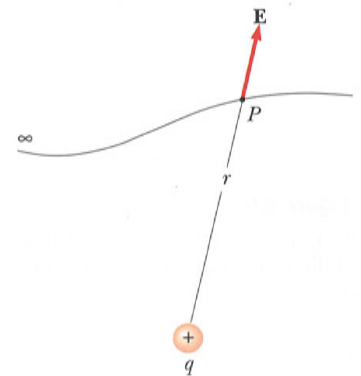


Figura 2.7

Linea per la definizione del potenziale elettrostatico generato da una carica puntiforme.

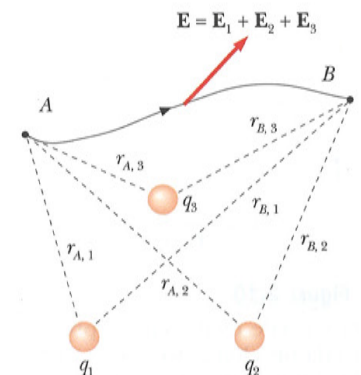


Figura 2.8

Determinazione di $\int_A^B \mathbf{E} \cdot d\mathbf{s}$ per il campo elettrostatico prodotto da un insieme di cariche.

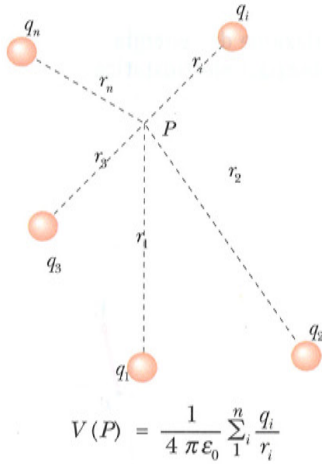


Figura 2.9

Potenziale elettrostatico prodotto da un insieme discreto di cariche.

Forza elettromotrice del campo elettrostatico

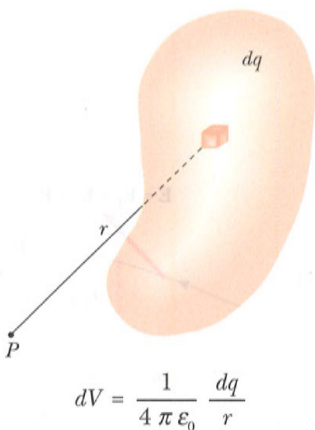


Figura 2.10

Potenziale elettrostatico prodotto da un elemento di una distribuzione continua di carica.

Campo scalare

Ciascun integrale porta ad un risultato tipo (2.11) e quindi il campo delle n cariche è conservativo. Da (2.7) e (2.8) che definiscono in ogni caso differenza di potenziale e lavoro abbiamo

$$V_B - V_A = \left(\sum_i \frac{q_i}{4\pi\epsilon_0 r_{B,i}} - \sum_i \frac{q_i}{4\pi\epsilon_0 r_{A,i}} \right) \quad (2.17)$$

$$W = -q_0 (V_B - V_A) = - \left(\sum_i \frac{q_0 q_i}{4\pi\epsilon_0 r_{B,i}} - \sum_i \frac{q_0 q_i}{4\pi\epsilon_0 r_{A,i}} \right) = -\Delta U_e. \quad (2.18)$$

Ragionando come nel caso di una singola carica puntiforme, il potenziale generato dal sistema di cariche nel punto $P(x, y, z)$, distante r_i dalla carica q_i , è

$$V(x, y, z) = - \int_{\infty}^P \mathbf{E} \cdot d\mathbf{s} = \sum_i \frac{q_i}{4\pi\epsilon_0 r_i}. \quad (2.19)$$

Questo risultato indica che:

il potenziale elettrostatico prodotto da un sistema discreto di cariche è uguale alla somma dei potenziali elettrostatici prodotti singolarmente dalle cariche.

Dalla (2.17) si verifica immediatamente che se eseguiamo un percorso chiuso qualunque, partendo dal punto A e ritornando nello stesso punto, per cui $V_B = V_A$ si ha:

$$\mathcal{E} = \oint \mathbf{E} \cdot d\mathbf{s} = 0. \quad (2.20)$$

Il campo elettrostatico ha circuitazione nulla, ovvero ha *forza elettromotrice nulla*.

Nel caso in cui le cariche siano distribuite in modo continuo, come descritto nel paragrafo 1.4, per il calcolo del potenziale elettrostatico basta sostituire la sommatoria (2.17) con:

$$V(P) = \int dV = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \int \frac{dq}{r} \quad (2.21)$$

dove dq , figura 2.10, è un elemento infinitesimo di carica, r la sua distanza dal punto P in cui si calcola il potenziale e dV il potenziale elettrostatico che essa produce in P .

Negli esempi 2.6, 2.7 e 2.8 eseguiamo il calcolo di V per le distribuzioni di carica considerate negli esempi 1.6, 1.7 e 1.8.

In ogni caso, fissata la distribuzione di cariche, si può calcolare in qualsiasi punto $P(x, y, z)$ il potenziale $V(x, y, z)$ indipendentemente dalla presenza della carica di prova q_0 . L'energia potenziale elettrostatica di tale carica q_0 posta nel punto P è data da:

$$U_e(x, y, z) = q_0 V(x, y, z). \quad (2.22)$$

Come nel caso del campo $\mathbf{E}$ si parla di campo vettoriale, così per il *potenziale elettrostatico* si può parlare di **campo scalare**. A differenza però del campo elettrico non è il valore del potenziale ad essere significativo, ma le sue variazioni, come dicono (2.17) e (2.18).

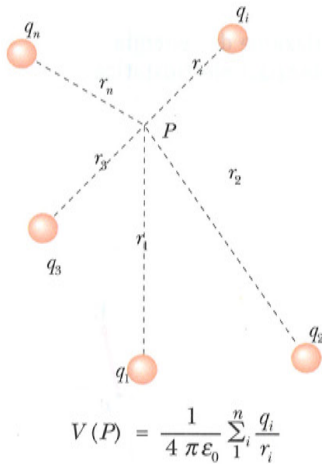


Figura 2.9

Potenziale elettrostatico prodotto da un insieme discreto di cariche.

Forza elettromotrice del campo elettrostatico

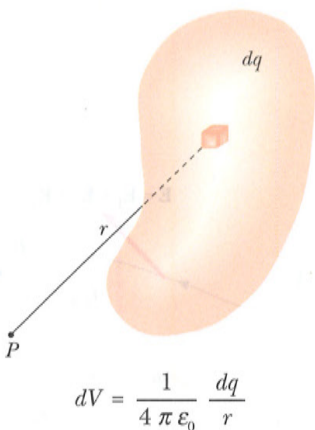


Figura 2.10

Potenziale elettrostatico prodotto da un elemento di una distribuzione continua di carica.

Campo scalare

Ciascun integrale porta ad un risultato tipo (2.11) e quindi il campo delle n cariche è conservativo. Da (2.7) e (2.8) che definiscono in ogni caso differenza di potenziale e lavoro abbiamo

$$V_B - V_A = \left(\sum_i \frac{q_i}{4\pi\epsilon_0 r_{B,i}} - \sum_i \frac{q_i}{4\pi\epsilon_0 r_{A,i}} \right) \quad (2.17)$$

$$W = -q_0 (V_B - V_A) = - \left(\sum_i \frac{q_0 q_i}{4\pi\epsilon_0 r_{B,i}} - \sum_i \frac{q_0 q_i}{4\pi\epsilon_0 r_{A,i}} \right) = -\Delta U_e. \quad (2.18)$$

Ragionando come nel caso di una singola carica puntiforme, il potenziale generato dal sistema di cariche nel punto $P(x, y, z)$, distante r_i dalla carica q_i , è

$$V(x, y, z) = - \int_{\infty}^P \mathbf{E} \cdot d\mathbf{s} = \sum_i \frac{q_i}{4\pi\epsilon_0 r_i}. \quad (2.19)$$

Questo risultato indica che:

il potenziale elettrostatico prodotto da un sistema discreto di cariche è uguale alla somma dei potenziali elettrostatici prodotti singolarmente dalle cariche.

Dalla (2.17) si verifica immediatamente che se eseguiamo un percorso chiuso qualunque, partendo dal punto A e ritornando nello stesso punto, per cui $V_B = V_A$ si ha:

$$\mathcal{E} := \oint \mathbf{E} \cdot d\mathbf{s} = 0. \quad (2.20)$$

Il campo elettrostatico ha circuitazione nulla, ovvero ha *forza elettromotrice nulla*.

Nel caso in cui le cariche siano distribuite in modo continuo, come descritto nel paragrafo 1.4, per il calcolo del potenziale elettrostatico basta sostituire la sommatoria (2.17) con:

$$V(P) = \int_0^V dV = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \int_0^Q \frac{dq}{r} \quad (2.21)$$

dove dq , figura 2.10, è un elemento infinitesimo di carica, r la sua distanza dal punto P in cui si calcola il potenziale e dV il potenziale elettrostatico che essa produce in P .

Negli esempi 2.6, 2.7 e 2.8 eseguiamo il calcolo di V per le distribuzioni di carica considerate negli esempi 1.6, 1.7 e 1.8.

In ogni caso, fissata la distribuzione di cariche, si può calcolare in qualsiasi punto $P(x, y, z)$ il potenziale $V(x, y, z)$ indipendentemente dalla presenza della carica di prova q_0 . L'energia potenziale elettrostatica di tale carica q_0 posta nel punto P è data da:

$$U_e(x, y, z) = q_0 V(x, y, z). \quad (2.22)$$

Come nel caso del campo $\mathbf{E}$ si parla di campo vettoriale, così per il *potenziale elettrostatico* si può parlare di **campo scalare**. A differenza però del campo elettrico non è il valore del potenziale ad essere significativo, ma le sue variazioni, come dicono (2.17) e (2.18).

e dell'energia potenziale
Anche $U_e(x, y, z)$ è un campo scalare

UNITÀ DI MISURA

Poiché la **differenza di potenziale** è un lavoro diviso per una carica l'unità di misura nel SI è joule/coulomb, J/C. Questa unità è molto importante e si chiama **volt**, simbolo V; quindi

$$V = \frac{J}{C}.$$

volt

La differenza di potenziale di 1 V è quella che dà luogo al lavoro di 1 J per il trasporto di una carica di 1 C. Dall'equazione (2.7) si vede che l'unità di misura del *campo elettrico*, già definita come N/C, è anche eguale a quella del potenziale divisa per quella della lunghezza; in effetti

$$\frac{N}{C} = \frac{N \cdot m}{C \cdot m} = \frac{J}{C \cdot m} = \frac{V}{m}.$$

L'unità V/m (volt/metro) è quella più comunemente usata per il campo elettrico.

Si noti che il volt è l'unità di misura anche delle tensioni elettriche e delle forze elettromotrici.

ESEMPIO 2.1 Il potenziale elettrostatico di tre cariche

Calcolare il potenziale elettrostatico nel centro di un triangolo equilatero di lato l se in ogni vertice c'è una carica q .

Soluzione Abbiamo un sistema discreto di cariche e quindi utilizziamo la (2.19), in cui i tre contributi sono eguali. La distanza r , figura 2.11, di ogni carica dal centro è tale che $r \cos 30^\circ = l/2$, cioè $r = l/\sqrt{3}$, e quindi

$$V = 3 \frac{q}{4 \pi \epsilon_0 r} = \frac{3\sqrt{3}}{4 \pi \epsilon_0 l} q.$$

Il segno del potenziale è uguale a quello delle cariche. Si noti che se le cariche fossero diverse, l'espressione del potenziale

sarebbe $V = (q_1 + q_2 + q_3)/4 \pi \epsilon_0 r$, in particolare esso sarebbe nullo solo se $q_1 + q_2 + q_3 = 0$.

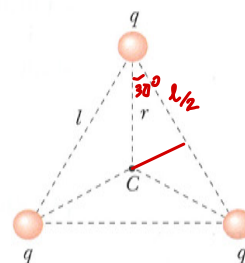


Figura 2.11

2.3 ENERGIA POTENZIALE ELETTROSTATICA

Analizziamo il significato della formula (2.16) $U_e(r) = q_1 q_2 / 4 \pi \epsilon_0 r$ per due cariche q_1 e q_2 fisse, poste alla distanza r : essa può essere uguagliata a $-[U_e(\infty) - U_e(r)]$ e quindi al lavoro W della forza elettrica per portare le cariche dalla distanza r alla distanza infinita, figura 2.12, in accordo con $W = -\Delta U_e$. La $U_e(r)$ così definita prende il nome di **energia potenziale elettrostatica del sistema di due cariche fisse**.

Se le cariche sono dello stesso segno, e quindi si respingono, l'energia potenziale elettrostatica del sistema $U_e(r)$ è positiva ed è positivo il lavoro elettrico: infatti la forza repulsiva tende ad allontanare le cariche. Nel processo di allontanamento l'energia potenziale del sistema diminuisce e viene fornito lavoro all'esterno. Se si vuole costruire il sistema di due cariche dello stesso segno inizialmente a distanza infinita e alla fine a distanza r bisogna spendere lavoro esterno contro la forza repulsiva e ritroviamo questo lavoro sotto

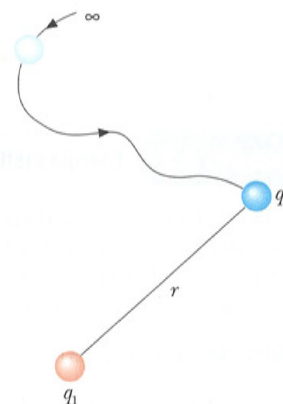


Figura 2.12

Energia potenziale elettrostatica di due cariche fisse.

forma di energia potenziale elettrostatica $U_e(r)$, che aumenta nell'avvicinamento.

Se invece le cariche sono di segno opposto, e quindi si attraggono, l'energia potenziale elettrostatica del sistema e il lavoro elettrico per separare le cariche sono negativi: la forza attrattiva nell'allontanamento compie lavoro negativo. L'allontanamento può avvenire cioè per effetto di una forza esterna che compie lavoro positivo e ritroviamo questo lavoro nell'energia potenziale che aumenta (diviene meno negativa) nel processo. Quando due cariche di segno opposto si avvicinano dall'infinito a distanza r , l'energia potenziale diminuisce e viene fornito lavoro all'esterno. In conclusione:

l'energia potenziale elettrostatica del sistema di due cariche rappresenta il lavoro di una forza esterna per portare le due cariche dall'infinito alla distanza r ; il lavoro è positivo se fatto contro la forza repulsiva tra cariche dello stesso segno, negativo se le cariche sono di segno opposto.

Per un sistema contenente più di due cariche si calcola l'energia elettrostatica di ciascuna coppia $U_{ij} = q_i q_j / 4 \pi \epsilon_0 r_{ij}$ e si sommano algebricamente i risultati:

$$U_e(\text{sistema}) = \frac{1}{2} \sum_{i \neq j} \frac{q_i q_j}{4 \pi \epsilon_0 r_{ij}} \quad (2.23)$$

in cui la sommatoria algebrica si intende intesa a tutte le possibili coppie, figura 2.13; il termine $1/2$ sta ad indicare che ciascuna combinazione nella sommatoria è contata due volte (termine ij e termine ji , eguali tra loro).

Una carica q_0 distinta dalle precedenti possiede un'energia potenziale elettrostatica data dalla (2.19):

$$U_e(q_0) = \sum_{i=1}^n \frac{q_i q_0}{4 \pi \epsilon_0 r_i}$$

per cui l'energia potenziale elettrostatica complessiva del sistema è:

$$U_e = U_e(\text{sistema}) + U_e(q_0) \quad (2.24)$$

Il fatto che $U_e(\text{sistema})$ rimanga costante in processi in cui q_0 si sposta da una posizione all'altra, e ciò succede nella maggior parte dei problemi che vedremo nel seguito, fa sì che le variazioni dell'energia complessiva ΔU_e coincidano con le variazioni dell'energia potenziale elettrostatica di q_0 , $\Delta U_e(q_0)$.

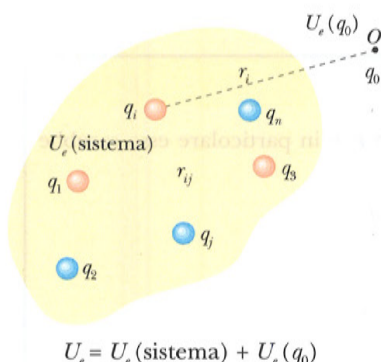


Figura 2.13

Energia potenziale elettrostatica complessiva di un sistema di cariche fisse.

ESEMPIO 2.2 Energia elettrostatica di tre cariche

Tre cariche q_1, q_2, q_3 sono poste ai vertici di un triangolo equilatero di lato l , come in figura 2.14. Calcolare l'energia potenziale elettrostatica del sistema. Una carica q_0 è posta al centro C del triangolo. Calcolare il lavoro W necessario per portare q_0 all'infinito.

Soluzione Dalla (2.23):

$$\begin{aligned} U_e(\text{sistema}) &= U_{12} + U_{13} + U_{23} = \\ &= \frac{q_1 q_2}{4 \pi \epsilon_0 l} + \frac{q_1 q_3}{4 \pi \epsilon_0 l} + \frac{q_2 q_3}{4 \pi \epsilon_0 l} \end{aligned}$$

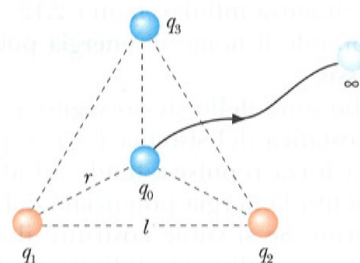


Figura 2.14

La carica q_0 al centro del triangolo possiede l'energia potenziale elettrostatica:

$$U_e(q_0) = \frac{q_1 q_0}{4 \pi \epsilon_0 r} + \frac{q_2 q_0}{4 \pi \epsilon_0 r} + \frac{q_3 q_0}{4 \pi \epsilon_0 r}$$

con $r = l/\sqrt{3}$. L'energia potenziale elettrostatica complessiva in base a (2.24) è

$$U_e = U_e(\text{sistema}) + U_e(q_0) ;$$

il lavoro necessario per allontanare q_0 è

$$W = -\Delta U_e = -\Delta U_e(q_0) = U_e(q_0)$$

in quanto $\Delta U_e(\text{sistema})$ è eguale a zero e $U_e(q_0)$ all'infinito è nulla.

Moto di una carica. Conservazione dell'energia

Ritorniamo a considerare una carica puntiforme q_0 e supponiamo che sia in moto in un campo elettrostatico $\mathbf{E}$; il problema è stato già discusso nel paragrafo 1.7 e ora lo riprendiamo applicando la conservazione dell'energia totale, come è lecito in quanto il moto avviene in presenza di forze conservative.

Quando la particella, con carica q_0 e massa m , passa dalla posizione A alla posizione B, figura 2.15, la sua energia cinetica cambia in accordo con il **teorema dell'energia cinetica**, visto nel paragrafo 6.8 del primo volume:

$$\Delta E_k = \frac{1}{2} m v_B^2 - \frac{1}{2} m v_A^2 = W ;$$

d'altra parte il lavoro si esprime tramite (2.8):

$$W = -\Delta U_e = -[U_e(B) - U_e(A)] = -(q_0 V_B - q_0 V_A) .$$

Eguagliando e ordinando abbiamo la relazione

$$\frac{1}{2} m v_A^2 + q_0 V_A = \frac{1}{2} m v_B^2 + q_0 V_B , \quad (2.25)$$

che esprime la **conservazione dell'energia**

$$E = E_k + U_e = \frac{1}{2} m v^2 + q_0 V : \quad (2.26)$$

durante il moto della particella l'energia totale, somma dell'energia cinetica e dell'energia potenziale, rimane costante.

La (2.25) mostra che scegliendo opportunamente il segno della differenza di potenziale è possibile *accelerare* la particella, trasformando l'energia potenziale in energia cinetica. Una carica positiva è accelerata se $V_A > V_B$ mentre una carica negativa è accelerata se $V_A < V_B$. Quanto detto è alla base dell'accelerazione di particelle con campi elettrostatici. Se $V_A = V_B$ non c'è alcun effetto complessivo; ciò non vuol dire che tra A e B non c'è campo, ma semplicemente che nel percorso AB ci sono zone in cui l'effetto è accelerante e altre in cui è decelerante. In particolare $V_A = V_B$ se $A \equiv B$: *alla fine di un percorso chiuso l'energia cinetica è la stessa che all'inizio, la velocità può essere cambiata di direzione, ma non di modulo* (si riveda quanto detto alla fine del paragrafo 2.1).

Una situazione particolare, ma che in molti casi è realizzata per la sua semplicità, si ha quando nella regione in cui avviene il moto il campo è uniforme, cioè costante in modulo, direzione e verso; da (2.7) abbiamo

è stata posta a zero usando il fatto che V è definito a meno di una costante additiva.

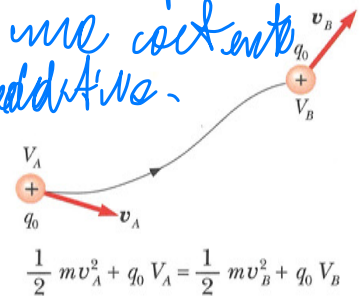


Figura 2.15

Conservazione dell'energia totale nel moto di una particella carica in un campo elettrostatico.

Conservazione dell'energia

$$\vec{E} \cdot d\vec{s} = E_x dx + E_y dy + E_z dz$$

$$\vec{E} = (0, 0, E), \quad \vec{E} \cdot d\vec{s} = E_z dz$$

$$V_B - V_A = - \int_A^B \vec{E} \cdot d\vec{s} = -E(z_B - z_A), \quad (2.27)$$

da cui deduciamo che

$$V_A = -E z_A + \text{costante}, \quad V_B = -E z_B + \text{costante},$$

cioè che in un campo elettrostatico uniforme, parallelo e concorde all'asse z ,

$$V(z) = -E z + \text{costante}. \quad (2.28)$$

Il potenziale ha lo stesso valore in tutti i punti di un piano ortogonale alla direzione del campo ed è una funzione lineare decrescente della coordinata misurata lungo la direzione e il verso del campo. La differenza di potenziale tra un punto A e un punto B a valle distante h è Eh , se il punto B è a monte la differenza di potenziale è $-Eh$. Il valore della costante è pari al potenziale nell'origine, che è assunta come riferimento; non è possibile in questo caso fare riferimento all'infinito perché, come diremo in seguito, non è possibile realizzare un campo uniforme all'infinito.

La conservazione dell'energia in un campo uniforme si scrive

$$\frac{1}{2} m v_B^2 - \frac{1}{2} m v_A^2 = q_0 E (z_B - z_A). \quad (2.29)$$

Se riguardiamo l'esempio 1.9, vediamo che si è ritrovata l'espressione là ricavata per ΔE_k .

Nel caso del campo di una carica puntiforme (2.25) e (2.16) danno

$$\frac{1}{2} m v_B^2 - \frac{1}{2} m v_A^2 = -\frac{q_0 q}{4 \pi \epsilon_0} \left(\frac{1}{r_B} - \frac{1}{r_A} \right). \quad (2.30)$$

In ogni caso quindi:

quando una particella carica viene accelerata guadagna energia cinetica e perde la stessa quantità di energia potenziale; l'energia totale rimane costante.

Abbiamo ricavato (2.29) e (2.30) non solo perché saranno utili in seguito, ma anche per far vedere, nell'ambito generale della (2.25), come la struttura della variazione di U_e dipenda dal modo con cui è distribuita la carica sorgente.

UNITÀ DI MISURA

L'ELETTRONVOLT

Quando una carica elementare viene accelerata dalla differenza di potenziale di 1V essa acquista l'energia cinetica

$$e \Delta V = 1.6 \cdot 10^{-19} \text{ J}.$$

Questa quantità di energia, che è adeguata per descrivere le energie dei fenomeni su scala atomica, definisce l'unità di misura **elettronvolt**, simbolo **eV**:

$$1 \text{ eV} = 1.6 \cdot 10^{-19} \text{ J} \Rightarrow 1 \text{ J} = 6.25 \cdot 10^{18} \text{ eV}. \quad (2.31)$$