

FISICA GENERALE II PARTE

lezione 2 25.02.2026 11.30-13.30

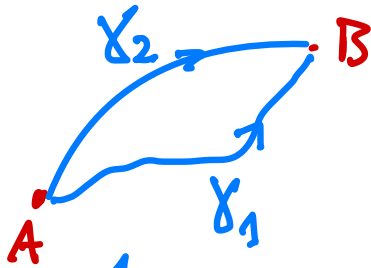
lemini sulle forze conservative

lemini sulle equazioni dell'elettromagnetismo

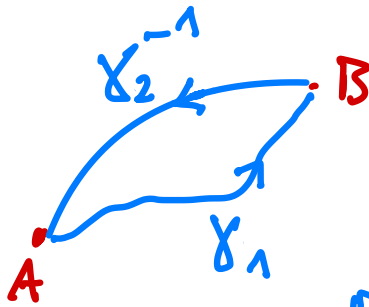
FORZE CONSERVATIVE

Una forza è detta conservativa se e solo se date curve arbitrarie γ_1 e γ_2 congiungenti due punti arbitrari A e B , si ha sempre

$$\int_{\gamma_1}^B \vec{F} \cdot d\vec{s} = \int_A^B \vec{F} \cdot d\vec{s} \quad 3)$$



Denotando con γ^{-1} le stesse curve γ ma con verso opposto



ed utilizzando

$$\int_A^B \vec{F} \cdot d\vec{s} = - \int_A^{\gamma^{-1}} \vec{F} \cdot d\vec{s}$$

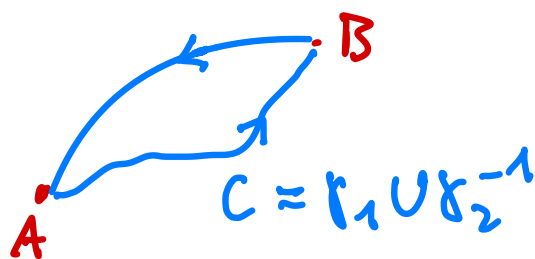
si ha che la 3) è equivalente a

$$\int_{\gamma_1}^B \vec{F} \cdot d\vec{s} + \int_{\gamma_2^{-1}}^B \vec{F} \cdot d\vec{s} = 0$$

D'altronde tale somma di integrali è equivalente a

$$\oint_C \vec{F} \cdot d\vec{s} = 0$$

Dove C è la curva chiusa corrispondente all'unione di γ_1 e γ_2^{-1}



D'altronde, poiché i punti A e B sono arbitrari, si ha che la definizione di forza conservativa è equivalente all'affermazione che una forza $\vec{F}$ è conservativa se e solo se

$$\oint_C \vec{F} \cdot d\vec{s} = 0$$

$$\forall C \mid \partial C = \emptyset$$

dove ∂C indica il bordo della curva C , poiché si richiede che sia chiusa, esse non deve averlo, cioè $\partial C =$ insieme vuoto.

Come vedremo, la forza tra due cariche elettriche q , più precisamente, la forza di Coulomb

$$\vec{F}_{el.} = \frac{q_1 q_2}{4\pi\epsilon_0 r^2} \hat{r}$$

cariche

"costante dielettrica del vuoto"

è una forza conservativa.

Altri esempi di forze conservative sono

la forza elastica $\vec{F} = -k\vec{x}$, $k > 0$, e la forza gravitazionale.

Breve cenno sulla struttura delle equazioni di Maxwell. Come vedremo, le forze che agiscono tra cariche e correnti elettriche, sono determinate dai cosiddetti campo elettrico $\vec{E}$ e campo magnetico $\vec{B}$.

Lo schema è il seguente: data una distribuzione di cariche e le correnti elettriche, si usano le equazioni di Maxwell per determinare $\vec{E}$ e $\vec{B}$. Una volta risolte le 4 equazioni di Maxwell si determinano le forze agenti sulle cariche. La forza totale $\vec{F}_T$ è la somma delle forze elettriche, dette anche di Coulomb $\vec{F}_C$, e di quelle magnetiche $\vec{F}_L$, dette anche forze di Lorentz.

$$\vec{F}_T = q(\vec{E} + \vec{v} \times \vec{B})$$

$\uparrow$ carica $\uparrow$ velocità della carica

$$\vec{F}_C = q\vec{E}, \quad \vec{F}_L = q\vec{v} \times \vec{B}$$

Data $\vec{F}_T$, potremo determinare la traiettoria della carica q conducendo le sue masse. Ovviamente ciò è fatto utilizzando la seconda legge della dinamica

$$\vec{a} = \frac{\vec{F}_T}{m}$$

che, note le condizioni iniziali, determina la traiettoria della carica

$$\vec{r}(t) = (x(t), y(t), z(t))$$

EQUAZIONI DI MAXWELL

legge di Gauss: il flusso di $\vec{E}$ attraverso qualsiasi superficie chiusa eguaglia la carica racchiusa diviso ϵ_0

V = volume interno di Σ

$$\oint_{\Sigma} \vec{E} \cdot d\vec{\Sigma} = \frac{1}{\epsilon_0} \int_V \rho d\tau, \quad \forall \Sigma \mid \partial \Sigma = \phi, \quad \partial V = \Sigma$$

ρ ← densità di carica
 $\underline{dxdydz}$
bordo di Σ
è l'insieme vuoto ϕ

legge di Gauss per il campo magnetico: non ci sono cariche magnetiche

$$\oint_{\Sigma} \vec{B} \cdot d\vec{\Sigma} = 0, \quad \forall \Sigma \mid \partial \Sigma = \phi$$

legge di Faraday: un campo magnetico che varia nel tempo genera una forza elettromotrice (come vediamo il termine "forza" non è adatto in quanto non si tratta di forza)

$$\oint_C \vec{E} \cdot d\vec{s} = - \int_{\Sigma} \frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \cdot d\vec{\Sigma}, \quad \forall C \mid \partial C = \phi, \quad \partial \Sigma = C$$

legge di Ampère - Maxwell: la circuitazione di $\vec{B}$ lungo una curva chiusa arbitraria uguaglia il flusso della densità di corrente $\vec{J}$ più la corrente di spostamento $\epsilon_0 \frac{\partial \vec{E}}{\partial t}$

$$\oint_C \vec{B} \cdot d\vec{s} = \mu_0 \int_{\Sigma} \vec{J} \cdot d\vec{\Sigma} + \mu_0 \epsilon_0 \int_{\Sigma} \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} \cdot d\vec{\Sigma}$$

$$\forall C \mid \partial C = \phi, \quad \partial \Sigma = C$$