

**Compito di Fisica Generale, II Semestre
Chimica Industriale
Padova - Dipartimento di Fisica - 16 Giugno 2026**

Problema 1

Si consideri un guscio sferico centrato in O , di raggio interno a ed esterno b , con densità di carica volumetrica $\rho = A/r$, dove r è la distanza da O e A una costante. Determinare

1. il campo elettrico $\forall r$,
2. il potenziale elettrico $\forall r$, richiedendo che questo sia nullo all'infinito,
3. campo e potenziale elettrici $\forall r$ nel caso che si aggiunga una carica puntiforme q in O ,
4. A in modo tale che il campo elettrico, considerato nel punto precedente, abbia intensità costante all'interno del guscio.

Domanda: si descriva la legge di Gauss.

Problema 2

Una spira quadrata di lato l e resistenza R si trova ad una distanza h da un filo indefinito percorso dalla corrente $i(t) = i_0 \sin(t/\tau)$ con i_0 e τ costanti. Determinare

1. il campo magnetico $\vec{B}$ generato dal filo,
2. il flusso di $\vec{B}$ attraverso la spira,
3. la corrente indotta sulla spira.

Domanda: si descriva la forza di Lorentz.

Problema 3

Una pompa immette acqua in un serbatoio cilindrico di area di base $S = 0.20 \text{ m}^2$ attraverso un tubo di sezione $A = 2.0 \text{ cm}^2$. Nel tubo l'acqua ha velocità costante $v = 1.5 \text{ m/s}$. La pompa resta accesa per $t = 2.0 \text{ min}$. Successivamente viene immersa completamente nell'acqua una sfera omogenea di volume $V = 250 \text{ cm}^3$ e massa $m = 150 \text{ g}$, tenuta ferma mediante un filo. Determinare

1. la portata volumetrica della pompa e il volume d'acqua immesso nel serbatoio,
2. l'altezza raggiunta dall'acqua nel serbatoio e la pressione assoluta sul fondo,
3. la spinta di Archimede sulla sfera quando essa è completamente immersa,
4. la frazione del volume della sfera che resta immersa se il filo viene tagliato e la sfera galleggia.

Soluzioni

Problema 1

1. Per simmetria il campo è radiale. Per $r < a$ la carica racchiusa è nulla, quindi

$$\vec{E} = 0 \quad (r < a) .$$

Per $a < r < b$,

$$Q(r) = 4\pi \int_a^r \frac{A}{r'} r'^2 dr' = 2\pi A(r^2 - a^2) .$$

Dalla legge di Gauss,

$$\vec{E} = \frac{A}{2\epsilon_0} \left(1 - \frac{a^2}{r^2}\right) \hat{r} \quad (a < r < b) .$$

Per $r > b$,

$$\vec{E} = \frac{A}{2\epsilon_0} \frac{b^2 - a^2}{r^2} \hat{r} \quad (r > b) .$$

2. Poiché $V(\infty) = 0$ ed $E = -dV/dr$, per $r > b$ si ha

$$V(r) = \frac{A}{2\epsilon_0} \frac{b^2 - a^2}{r} .$$

Per $a < r < b$,

$$V(r) = V(b) + \int_r^b \frac{A}{2\epsilon_0} \left(1 - \frac{a^2}{s^2}\right) ds = \frac{A}{2\epsilon_0} \left(2b - r - \frac{a^2}{r}\right) .$$

Per $r < a$ il campo è nullo e il potenziale è costante, uguale al valore in $r = a$:

$$V(r) = \frac{A}{\epsilon_0} (b - a) \quad (r < a) .$$

3. Per sovrapposizione si aggiunge il campo della carica puntiforme in O . Per $r > 0$,

$$\vec{E} = \frac{q}{4\pi\epsilon_0 r^2} \hat{r} \quad (r < a) ,$$

$$\vec{E} = \left[\frac{q}{4\pi\epsilon_0 r^2} + \frac{A}{2\epsilon_0} \left(1 - \frac{a^2}{r^2}\right) \right] \hat{r} \quad (a < r < b) ,$$

$$\vec{E} = \left[\frac{q}{4\pi\epsilon_0} + \frac{A}{2\epsilon_0} (b^2 - a^2) \right] \frac{\hat{r}}{r^2} \quad (r > b) .$$

Con la stessa scelta $V(\infty) = 0$, il potenziale è

$$V(r) = \frac{q}{4\pi\epsilon_0 r} + \frac{A}{\epsilon_0}(b - a) \quad (r < a) ,$$

$$V(r) = \frac{q}{4\pi\epsilon_0 r} + \frac{A}{2\epsilon_0} \left(2b - r - \frac{a^2}{r} \right) \quad (a < r < b) ,$$

$$V(r) = \frac{q}{4\pi\epsilon_0 r} + \frac{A}{2\epsilon_0} \frac{b^2 - a^2}{r} \quad (r > b) .$$

In $r = 0$ resta la singolarità della carica puntiforme.

4. Nel guscio, cioè per $a < r < b$,

$$\vec{E} = \left[\frac{A}{2\epsilon_0} + \left(\frac{q}{4\pi\epsilon_0} - \frac{Aa^2}{2\epsilon_0} \right) \frac{1}{r^2} \right] \hat{r} .$$

Il campo ha intensità costante se il coefficiente di $1/r^2$ si annulla:

$$\frac{q}{4\pi\epsilon_0} - \frac{Aa^2}{2\epsilon_0} = 0 ,$$

quindi

$$A = \frac{q}{2\pi a^2} .$$

In tal caso, per $a < r < b$,

$$\vec{E} = \frac{q}{4\pi\epsilon_0 a^2} \hat{r} .$$

Problema 2

1. Indicando con r la distanza dal filo, il modulo del campo magnetico prodotto dal filo è

$$B(r, t) = \frac{\mu_0 i(t)}{2\pi r} = \frac{\mu_0 i_0}{2\pi r} \sin(t/\tau) .$$

Il verso è quello dato dalla regola della mano destra attorno al filo.

2. Scelto il verso positivo della normale alla spira in modo concorde con il verso di $\vec{B}$, il flusso è

$$\Phi(t) = \int_S \vec{B} \cdot \vec{n} dS = l \int_h^{h+l} \frac{\mu_0 i(t)}{2\pi r} dr = \frac{\mu_0 l i_0}{2\pi} \ln \frac{h+l}{h} \sin(t/\tau) .$$

3. La forza elettromotrice indotta è

$$\mathcal{E}(t) = -\frac{d\Phi}{dt} = -\frac{\mu_0 l i_0}{2\pi\tau} \ln \frac{h+l}{h} \cos(t/\tau) .$$

Pertanto la corrente indotta, con il segno riferito al verso positivo scelto per la spira, è

$$i_{\text{ind}}(t) = \frac{\mathcal{E}(t)}{R} = -\frac{\mu_0 l i_0}{2\pi R\tau} \ln \frac{h+l}{h} \cos(t/\tau) .$$

Problema 3

1. La portata volumetrica è

$$Q = Av = 3.0 \cdot 10^{-4} \text{ m}^3/\text{s} ,$$

per cui il volume d'acqua immesso nel serbatoio risulta

$$V_{\text{acqua}} = Qt = 3.6 \cdot 10^{-2} \text{ m}^3 .$$

2. Poiché il serbatoio è cilindrico, l'altezza raggiunta dall'acqua è

$$h = \frac{V_{\text{acqua}}}{S} = \frac{3.6 \cdot 10^{-2}}{0.20} \text{ m} = 0.18 \text{ m} .$$

Dalla legge di Stevino segue che la pressione assoluta sul fondo è

$$P = P_{\text{atm}} + \rho_{\text{acqua}}gh = 1.031 \cdot 10^5 \text{ Pa} .$$

3. Quando la sfera è completamente immersa, la spinta di Archimede risulta

$$F_A = \rho_{\text{acqua}}gV = 1000 \cdot 9.81 \cdot 2.50 \cdot 10^{-4} \text{ N} .$$

4. Poiché la sfera galleggia in equilibrio statico, la risultante delle forze verticali è nulla. Pertanto la spinta di Archimede, diretta verso l'alto, bilancia il peso della sfera, diretto verso il basso

$$\rho_{\text{acqua}}gV_{\text{imm}} = mg .$$

Si ha quindi

$$V_{\text{imm}} = \frac{m}{\rho_{\text{acqua}}} = 1.50 \cdot 10^{-4} \text{ m}^3 ,$$

da cui segue che la frazione del volume immersa è

$$\frac{V_{\text{imm}}}{V} = \frac{1.50 \cdot 10^{-4}}{2.50 \cdot 10^{-4}} = \frac{3}{5} = 0.60 .$$