UNIVERSITÀ DI PADOVA · 1222

Corso di Fisica Generale – Pt1
Chimica Industriale 26/27

Lez 3. Dinamica del punto

Docente:
Alessandro Patelli
alessandro.patelli@unipd.it



Sommario

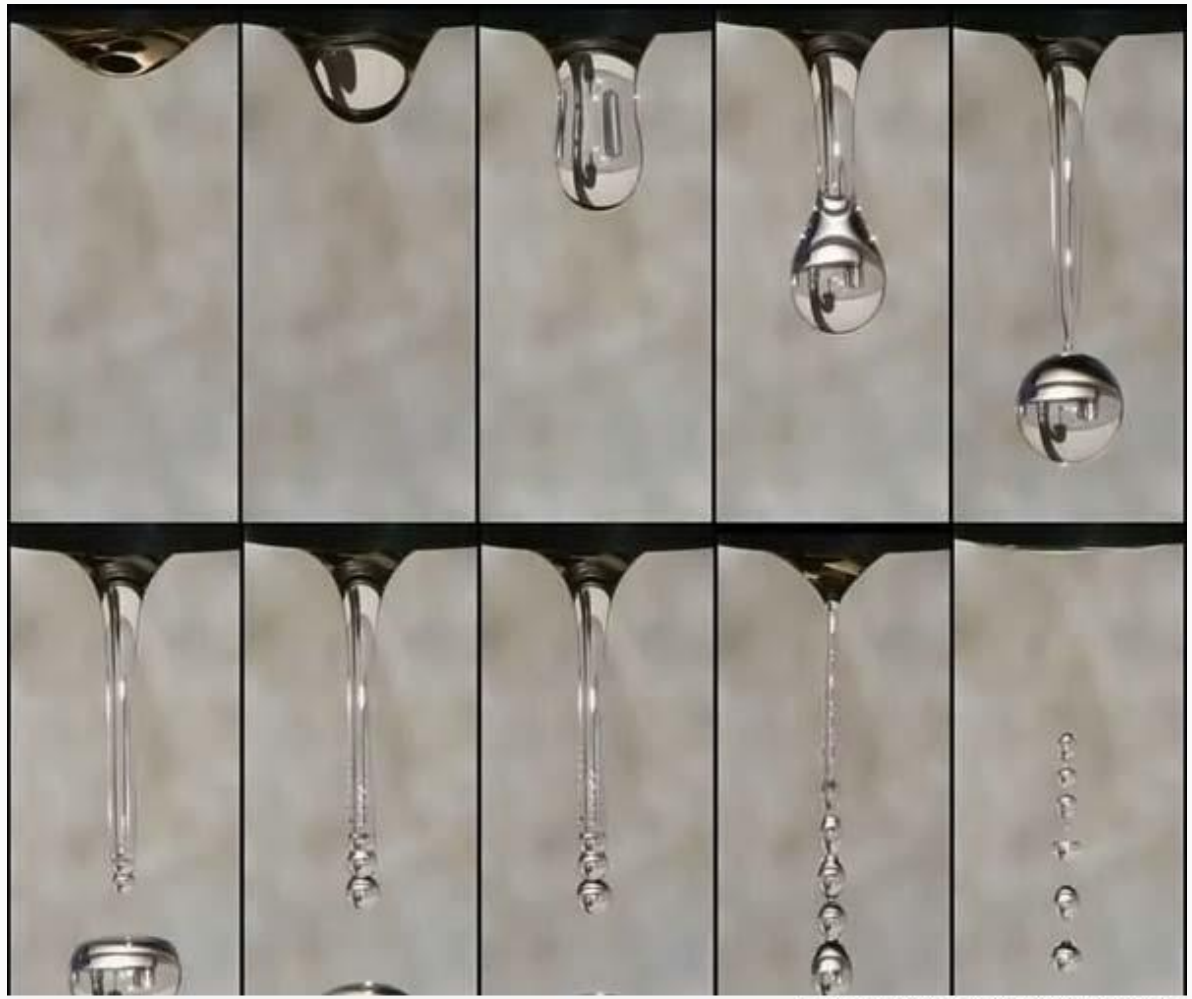
- Principio di Inerzia
- Legge di Newton
- La natura vettoriale delle forze.

La cinematica descrive il moto

$$\overrightarrow{r(t)} = \overrightarrow{r_0} + \overrightarrow{v_0}(t - t_0) + \frac{1}{2}\vec{a}(t - t_0)^2$$

Ma cosa causa il moto?





Aristotele pensava che servisse **una forza per dare velocità** ad un oggetto, che altrimenti starebbe fermo

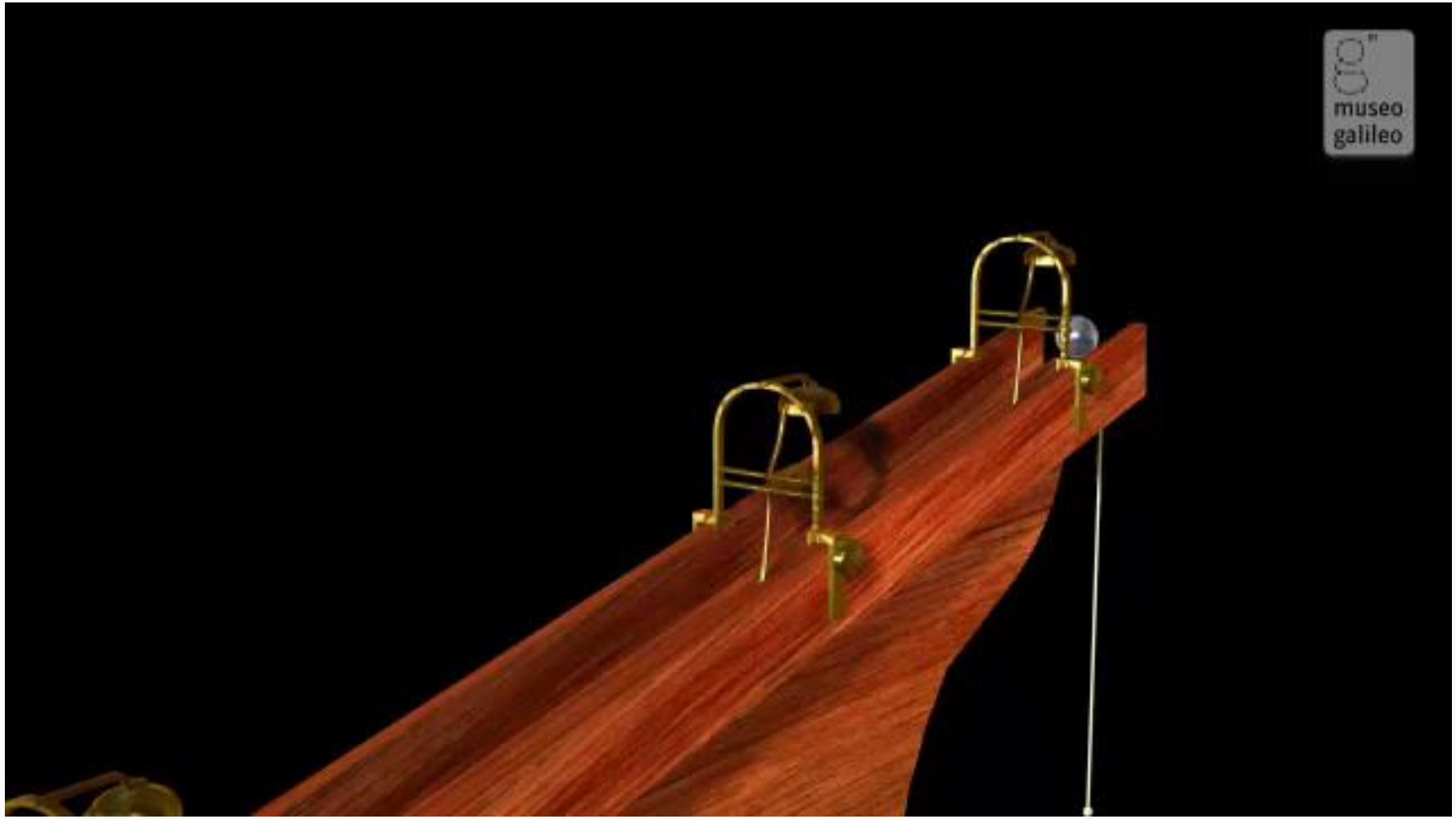
Gia Stratone (300 AC) osservando le gocce cadere da un tetto si accorse di una cosa….quale?

Le gocce aumentano la distanza tra di loro → accelerazione

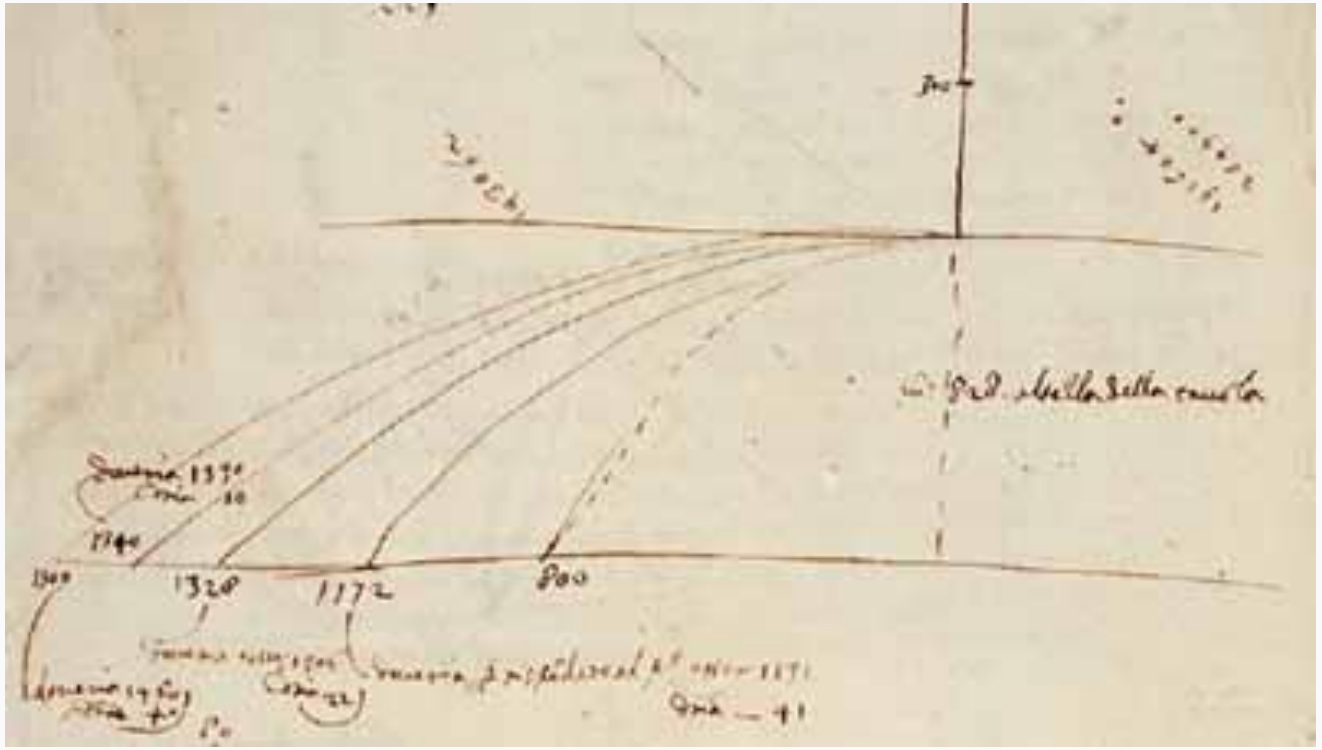
Chi genera l'accelerazione delle gocce verso il suolo?

1800 anni dopo: Galileo fece MISURE

Galileo Galilei (1564 – 1642)



Cosa abbiamo capito?



Il moto è uniformemente accelerato

Galileo lo aveva descritto matematicamente con precisione capendo che la forza di gravità impartisce una accelerazione

Quale è la CAUSA del movimento?

Galileo non si era posto il problema

Primo principio della dinamica

"In assenza di forze, un corpo mantiene il proprio stato di quiete o ***di moto rettilineo uniforme****"*

1. Se non viene esercitata una forza su un corpo, o sta fermo, o rimane in movimento con velocità costante.

2. E viceversa, se il corpo si muove a velocità costante (o è fermo), non ci sono forze attive sul corpo

Primo principio della dinamica

"In assenza di forze, un corpo mantiene il proprio stato di quiete o ***di moto rettilineo uniforme****"*



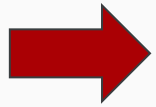
Tutti sappiamo cosa succede se freniamo sul ghiaccio: scivoliamo e "non ci fermiamo più"

… manteniamo velocita costante

1ª legge di Newton

Isaac Newton (1642 – 1726)

Cosa sta causando la variazione di velocità di un oggetto?



Più alta è la massa, più difficile è cambiare la sua velocità (es: per fermarlo)

Definiamo **Momento lineare** $\vec{p} = m\vec{v}$ (inerzia)

unità	dimensione
$Kg \cdot m \cdot s^{-1}$	$[M][L][T]^{-1}$

1° legge di Newton

Se un oggetto è isolato (non interagisce con l'ambiente esterno), si muove in moto lineare a velocità costante o se a riposo, mantiene lo stato

Conservazione della quantità di moto lineare

$$\Delta\vec{p} = 0 \xrightarrow[\text{Variazioni infinitesimali}]{\text{Considerando}} \frac{d\vec{p}}{dt} = 0 \longrightarrow \vec{p} = costante$$

Sistemi di riferimento inerziali  La velocità a riposo o costante sono lo stesso stato

Secondo principio della dinamica

La variazione di velocità, in modulo e/o in direzione, di un corpo è dovuta a una forza

$$\Delta v \neq 0 \Leftrightarrow \exists \vec{F}$$

La forza è la grandezza che esprime e misura l'interazione fra sistemi fisici

2° legge di Newton

Ogni interazione di un oggetto con l'ambiente esterno è rappresentata da una forza $\vec{F}$ e porta ad una variazione della quantità di moto lineare

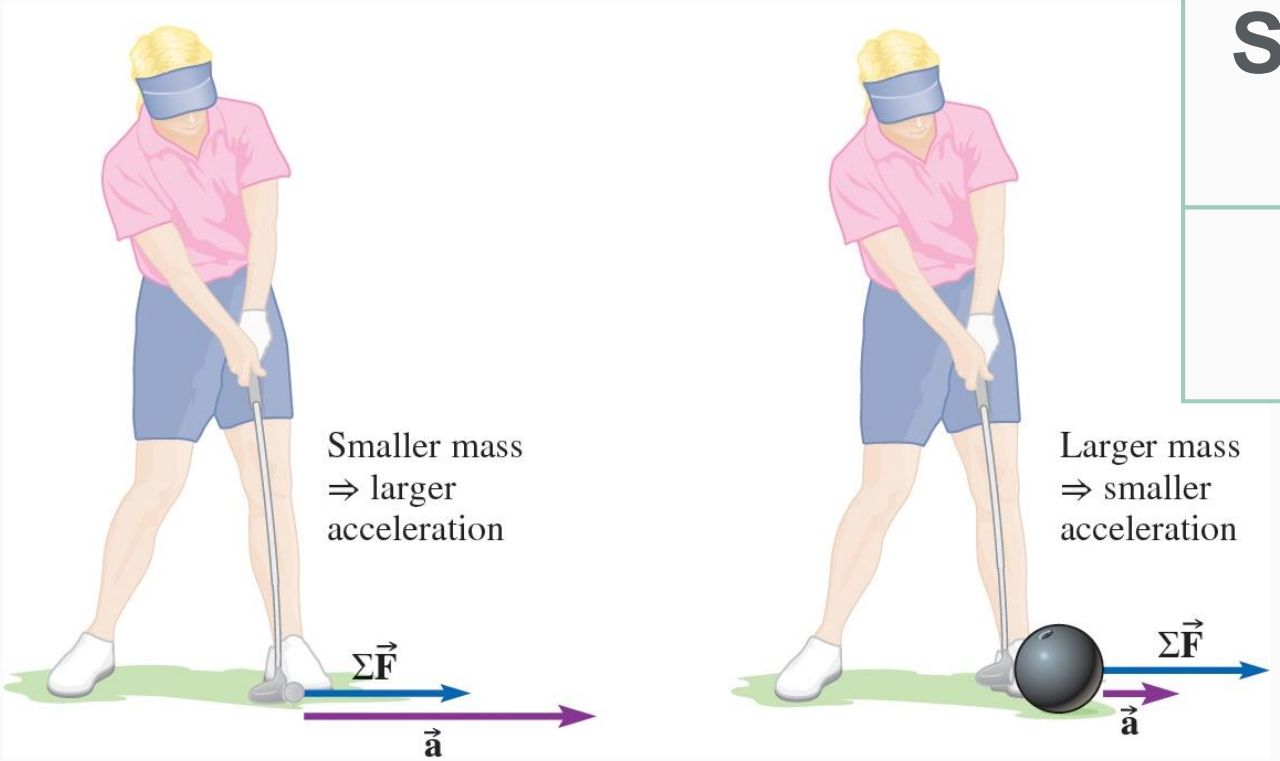
La forza è il tasso di variazione della quantità di moto

$$\frac{d\vec{p}}{dt} \neq 0 \qquad \frac{d\vec{p}}{dt} = m\frac{d\vec{v}}{dt} = m\vec{a} = \vec{F}$$

2° legge di Newton

Cosa sta causando la variazione di velocità di un oggetto?

Più alta è la massa, più difficile è cambiare la sua velocità (es: per fermarlo)



Secondo principio della dinamica

$$\vec{F} = m\vec{a}$$

inerzia

unità
$N = Kg \cdot m \cdot s^{-2}$

dimensione
$[M][L][T]^{-2}$

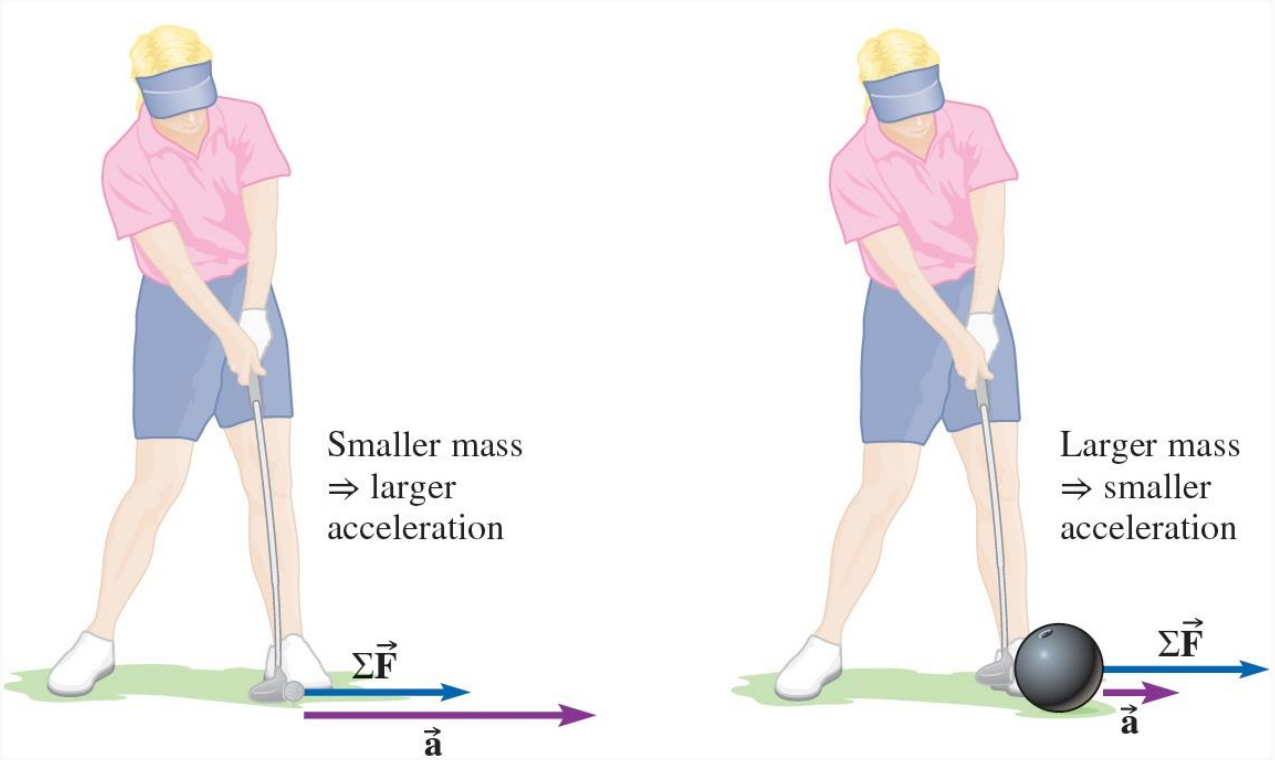
- A parità di forza, più grande è la massa, minore è accelerazione
- E' più difficile (serve più forza) accelerare corpi con maggiore massa



2° legge di Newton

Cosa sta causando la variazione di velocità di un oggetto?

Più alta è la massa, più difficile è cambiare la sua velocità
(es: per fermarlo)



$$\vec{F} = m\vec{a}$$

inerzia

unità
$N = Kg \cdot m \cdot s^{-2}$

dimensione
$[M][L][T]^{-2}$

Massa = Inerzia

La massa rappresenta la facilità con cui posso cambiare la velocità

Peso ≠ Massa

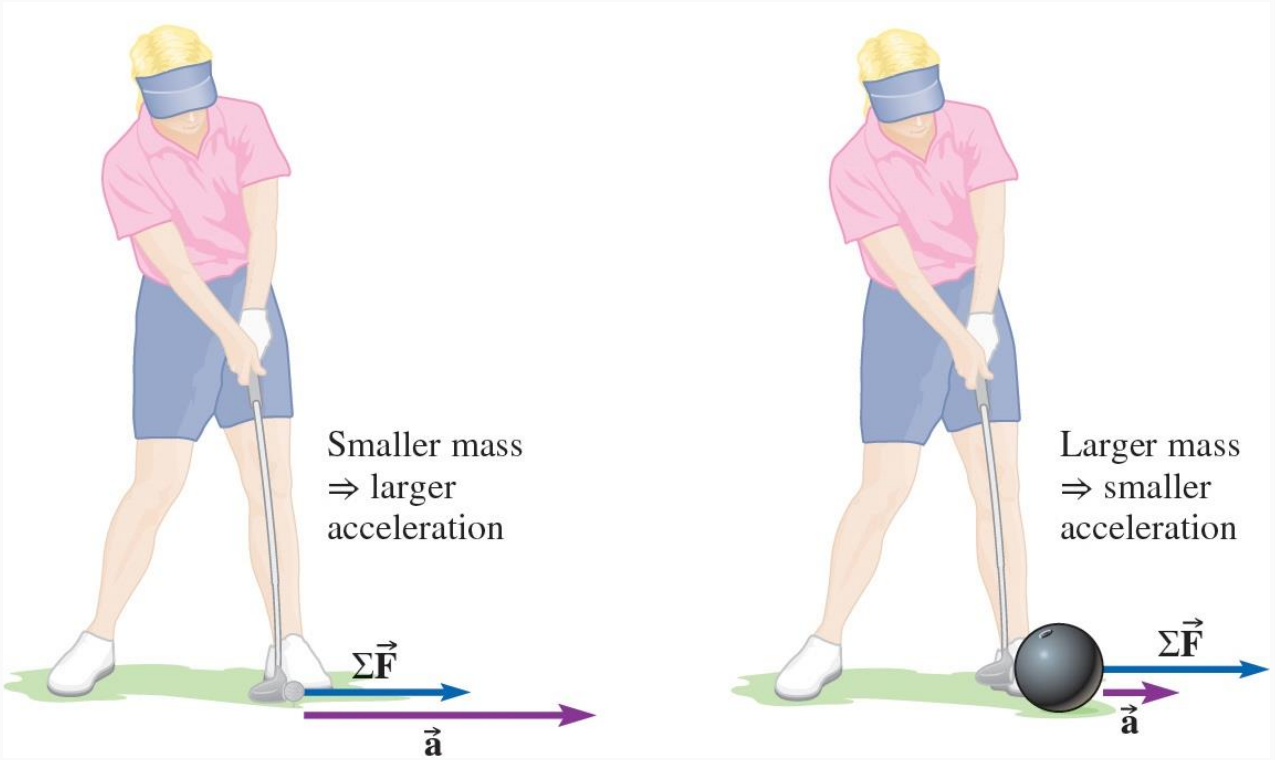
Sulla luna e poi sulla terra la massa è la stessa il peso è diverso



2° legge di Newton

Cosa sta causando la variazione di velocità di un oggetto?

Più alta è la massa, più difficile è cambiare la sua velocità
(es: per fermarlo)



$$\vec{F} = m\vec{a}$$

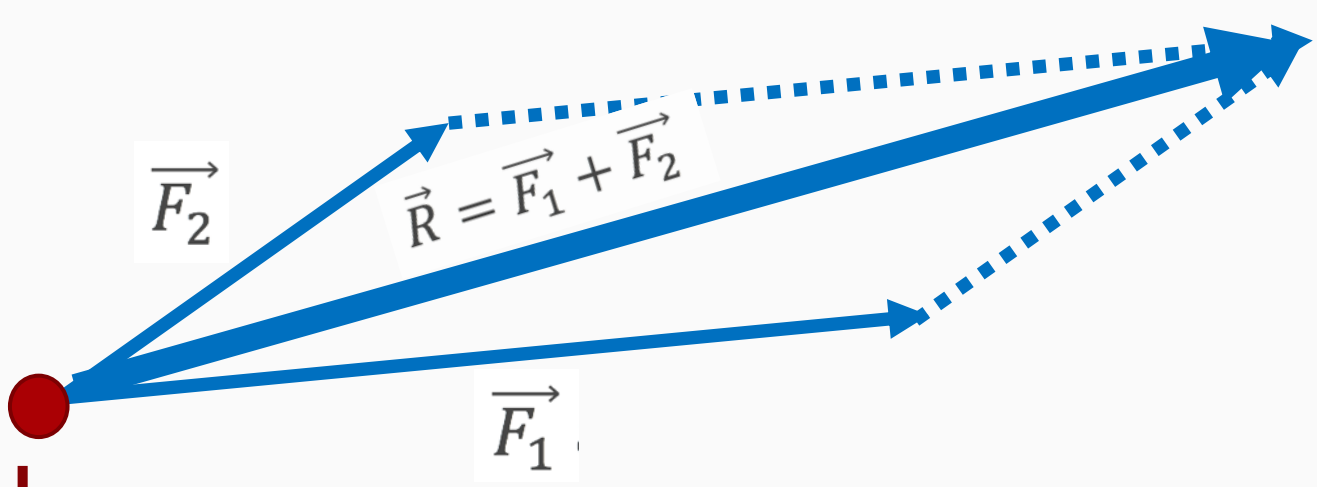
inerzia

unità
$N = Kg \cdot m \cdot s^{-2}$

dimensione
$[M][L][T]^{-2}$

- Se più di una forza agisce sull'oggetto $\vec{F}$ è la forza netta (la somma delle forze) che cambia la velocità
- Sempre $\vec{a} // \vec{F}$

Risultante delle forze



Date due forze $\vec{F}_1$ a $\vec{F}_2$ che agiscono su un punto materiale di massa "m"

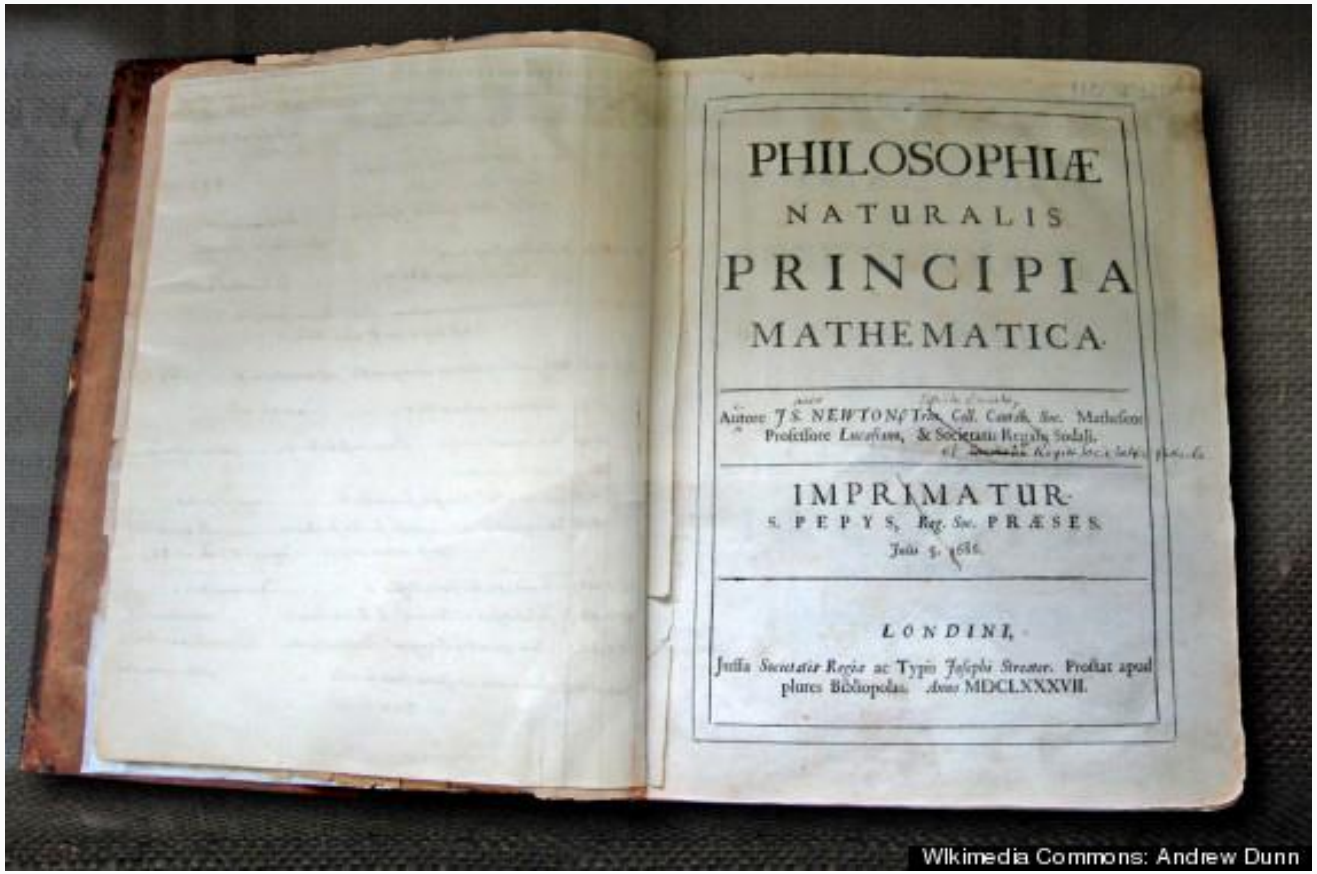
Le forze si sommano vettorialmente e la forza totale è detta la RISULTANTE delle forze

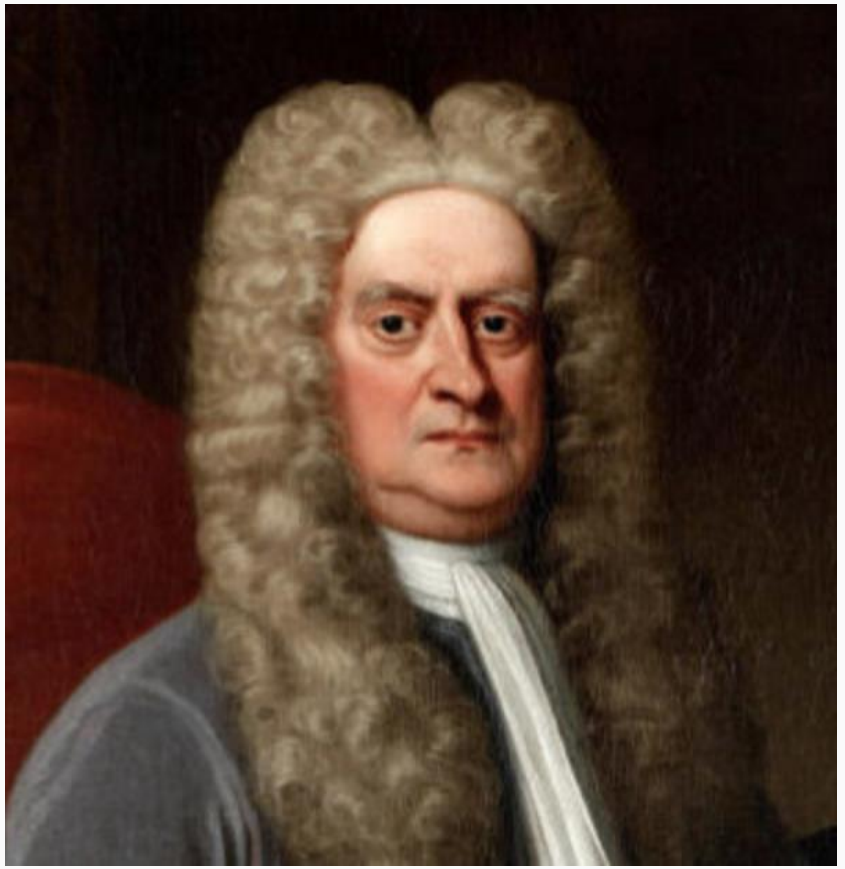
$$\vec{R} = \vec{F}_1 + \vec{F}_2$$

Il punto materiale di massa "m" accelera sotto effetto della RISULTANTE:

- nella direzione della RISULTANTE e
- con accelerazione $\vec{a} = \vec{R}/m = (\vec{F}_1 + \vec{F}_2)/m = \vec{F}_1/m + \vec{F}_2/m$

Galilei vs Newton

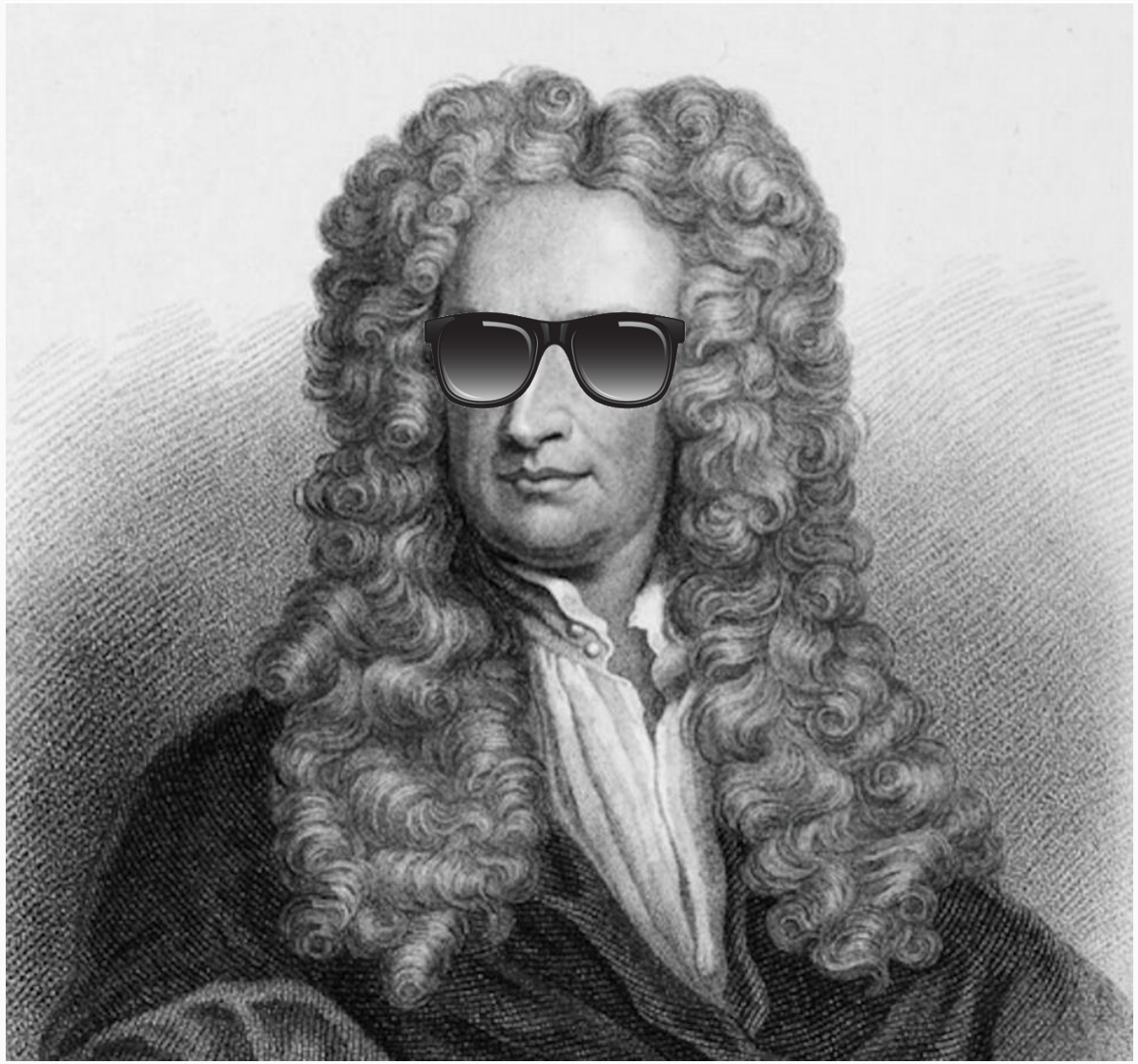




Galileo Galilei



Is. Newton



The Washington Post

Democracy Dies in Darkness

During a pandemic, Isaac Newton had to work from home, too. He used the time wisely.

Grande piaga a Londra quando Newton aveva 20 anni, costretto a casa per 1 anno

In quell'anno

- Scoperto calcolo infinitesimale
- Pubblicato Teoria di Ottica
- Pubblicato teoria della gravità…

L'accelerazione viene *sempre* da una forza

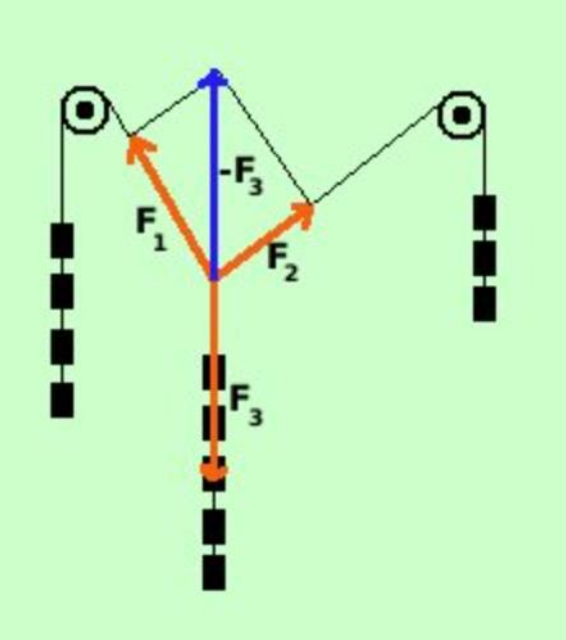
Moto rettilineo uniformemente accelerato
$x(t) = x_0 + v_0(t - t_0) + \frac{1}{2} a (t - t_0)^2$

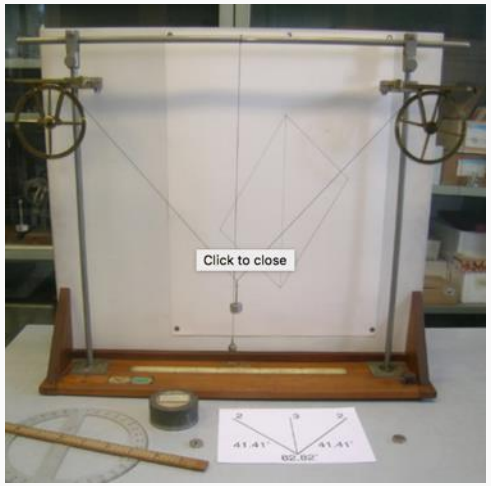
$a = F_x/m$

Prima sapevamo che c'era una accelerazione

Ora sappiamo che questa accelerazione è causata da una forza che agisce, dipende dalla massa m del corpo e vale $a = F_x/m$

Forza è vettoriale





- Avevamo visto che lo studio del moto in più dimensioni si poteva **scomporre nelle componenti** lungo un sistema di assi cartesiani…
- Questo vale anche per le forze: **la forza è una grandezza vettoriale**, e quindi si può
  - Scomporre nelle sue componenti
  - Fare i conti separatamente per le componenti
  - Mettere assieme vettorialmente il risultato finale

Esiste un esperimento per la verifica della natura vettoriale delle forze (**Esperimento di Varignon**)→ http://patrimonio-didattico.fisica.unipd.it/esperimento.php?esperimento=4

Legge Newton

$$\vec{F} = m\,\vec{a}$$

Scritta cosi, corrisponde a tre leggi:

$$\overrightarrow{F_x} = m\,\overrightarrow{a_x}\,; \qquad \overrightarrow{F_y} = m\,\overrightarrow{a_y}\,; \qquad \overrightarrow{F_z} = m\,\overrightarrow{a_z}$$

E per ognuna di queste il moto diventa quindi:

$$x(t) = x_0 + v_{x,0}(t - t_0) + \frac{1}{2} a_x\,(t - t_0)^2 \quad \text{con } a_x = F_x/m$$

$$y(t) = y_0 + v_{y,0}(t - t_0) + \frac{1}{2} a_y\,(t - t_0)^2 \text{ con } a_y = F_y/m$$

$$z(t) = z_0 + v_{z,0}(t - t_0) + \frac{1}{2} a_z\,(t - t_0)^2 \text{ con } a_z = F_z/m$$

Terzo principio della dinamica

Consideriamo due oggetti punto con massa m_1 e m_2 in un sistema isolato

$$\vec{p} = \vec{p}_1 + \vec{p}_2 = m_1\vec{v}_1 + m_2\vec{v}_2$$

Poiché il sistema è isolato

$$\frac{d\vec{p}}{dt} = \frac{d\vec{p}_1}{dt} + \frac{d\vec{p}_2}{dt} = m_1\frac{d\vec{v}_1}{dt} + m_2\frac{d\vec{v}_2}{dt} = 0$$

$$\Rightarrow \quad \vec{F}_{12} = -\vec{F}_{21}$$

3° legge di Newton

In un'interazione tra due oggetti, ogni oggetto esercita una forza sull'altro. Queste due forze sono uguali in grandezza e opposte in direzione

Le forze sono sempre in coppie, una forza agisce su ciascun oggetto interagente con la stessa grandezza e direzione opposta

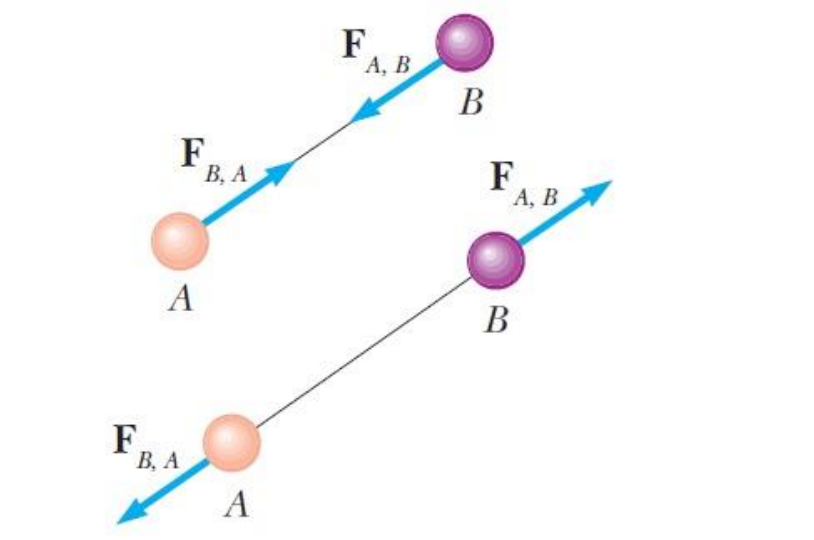
La "Forza" viene introdotta per descrivere **l'interazione tra 2 oggetti**

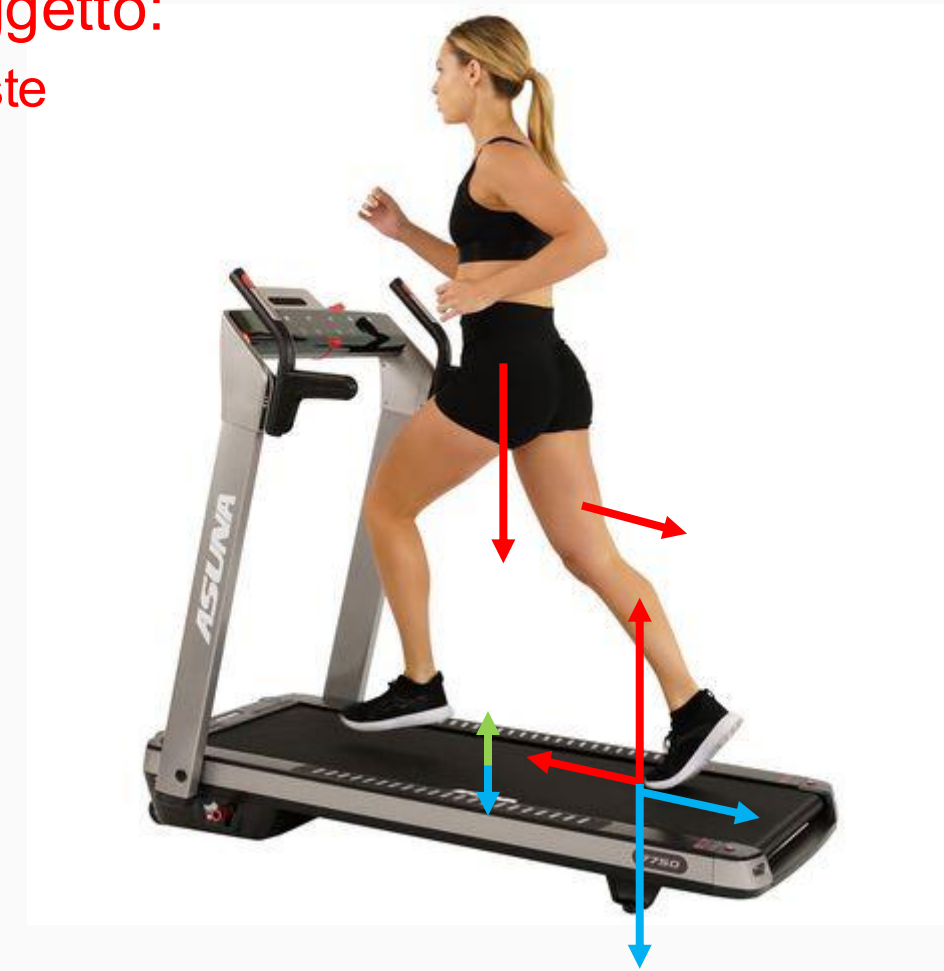
Sempre a **coppie**, una su ogni oggetto:

stessa grandezza / direzioni opposte

La forza è un **vettore** $\vec{F}$

l'unità di misura della forza è N, *Newton*





Legge Newton nella forma più generale

$\vec{F} = m\,\vec{a}$ In generale m è costante ➡ Avendo definito la quantità di moto $\vec{p} = m\vec{v}$

$$\vec{F} = \frac{d\vec{p}}{dt}$$

Posso definire la sua forma integrale

Se m è costante

➡ $$\vec{J} = \int_{t_0}^{t} \vec{F}\,dt = \int_{p_0}^{p} d\vec{p} = \vec{p} - \vec{p}_0 = \Delta\vec{p} = m\Delta\vec{v}$$

Se su un punto materiale agiscono contemporaneamente più forze, il moto del punto ha luogo come se agisse una sola forza, la **risultante delle forze** applicate al punto.

$$\vec{F}_{net} = \sum_i \vec{F}_i = \vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \cdots + \vec{F}_n$$

Indipendenza delle azioni simultanee

L'accelerazione del punto è pari alla somma vettoriale delle accelerazioni che il punto avrebbe se agisse ciascuna forza da sola.

$$\vec{a} = \frac{\vec{F}}{m} = \sum_i \frac{\vec{F}_i}{m} = \sum_i \vec{a}_i$$

Ma allora se $\vec{F}_{net} = \mathbf{0}$

velocità nulla
→ **quiete**

$$\vec{F}_{net} = \sum_i \vec{F}_i = 0 \Longrightarrow \begin{cases} \mathrm{F_x} = \sum_i \mathrm{F}_{i,\mathrm{x}} = 0 \\ \mathrm{F_y} = \sum_i \mathrm{F}_{i,\mathrm{y}} = 0 \\ \mathrm{F_z} = \sum_i \mathrm{F}_{i,\mathrm{z}} = 0 \end{cases}$$

Equilibrio statico

Esempio

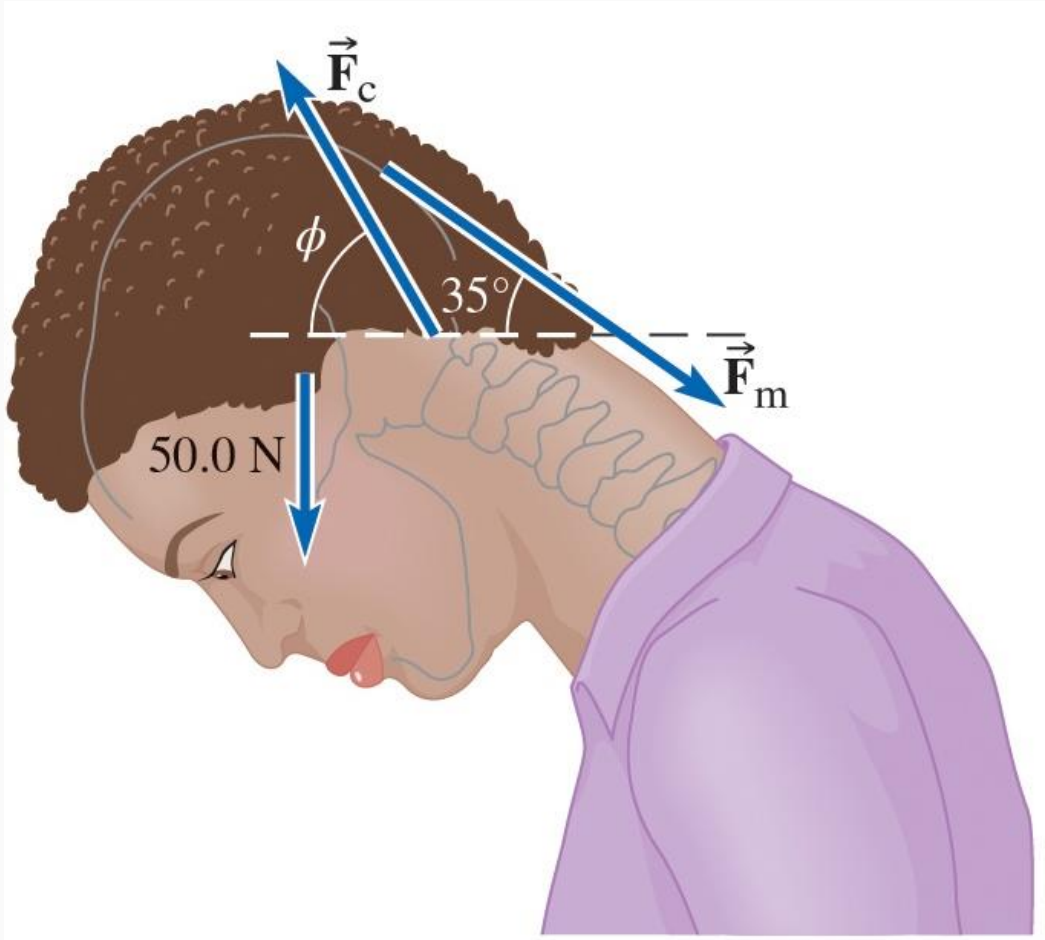
La testa di una studentessa è china sul suo smartphone.

La testa pesa 50.0 N ed è sostenuta dalla forza muscolare $\vec{F}_m$ esercitata dai muscoli estensori del collo e dalla forza di contatto $\vec{F}_c$ esercitata all'articolazione atlanto-occipitale.

Dato che la magnitudine di $\vec{F}_m$ è 60.0 N ed è diretta 35° sotto l'orizzontale, trova

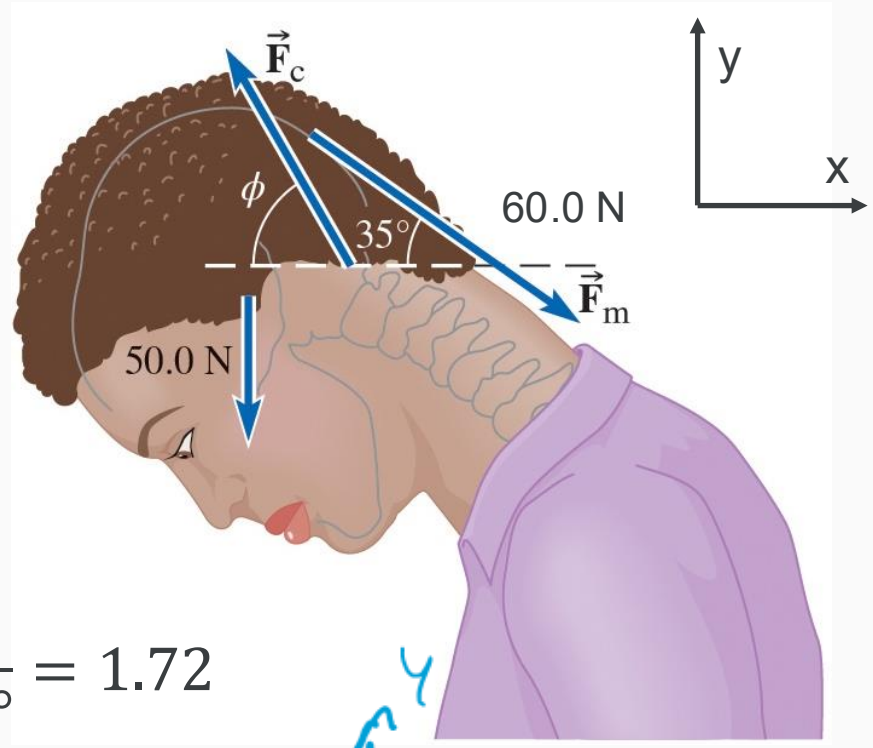
(a) la magnitudine di $\vec{F}_c$

(b) la direzione di $\vec{F}_c$.



Soluzione

La testa non cade, quindi nessuna variazione di quantità di moto lineare → forza totale nulla



$$F_{mx} + F_{cx} = F_m \cos 35° - F_c \cos \phi = 0$$

$$F_{my} + F_{cy} - W = -F_m \sin 35° + F_c \sin \phi - W = 0$$

(b) $$\tan \phi = \frac{F_m \sin 35° + W}{F_m \cos 35°} = \tan 35° + \frac{W}{F_m \cos 35°} = 1.72$$

$$\phi = 59.8°$$

(a) $$F_c = F_m \frac{\cos 35°}{\cos \varphi} = 97.7\ N$$

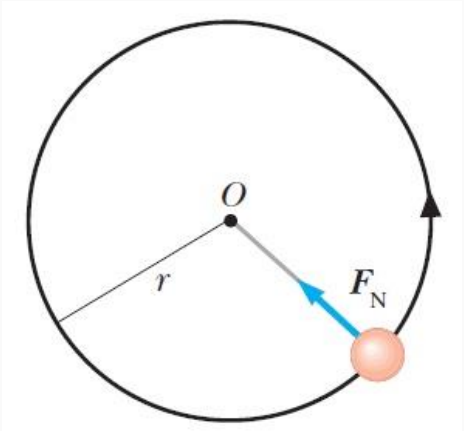


L'equilibrio dinamico si ha quando l'azione di una forza provoca un **moto uniforme non accelerato,** $|\vec{v}| = costante$.

In un moto curvilineo

$$\vec{F} = \vec{F}_T + \vec{F}_N = m\vec{a}_T + m\vec{a}_N = m\frac{dv}{dt}\hat{u}_T + m\frac{v^2}{R}\hat{u}_N$$

Se $\vec{F}_N \neq 0$

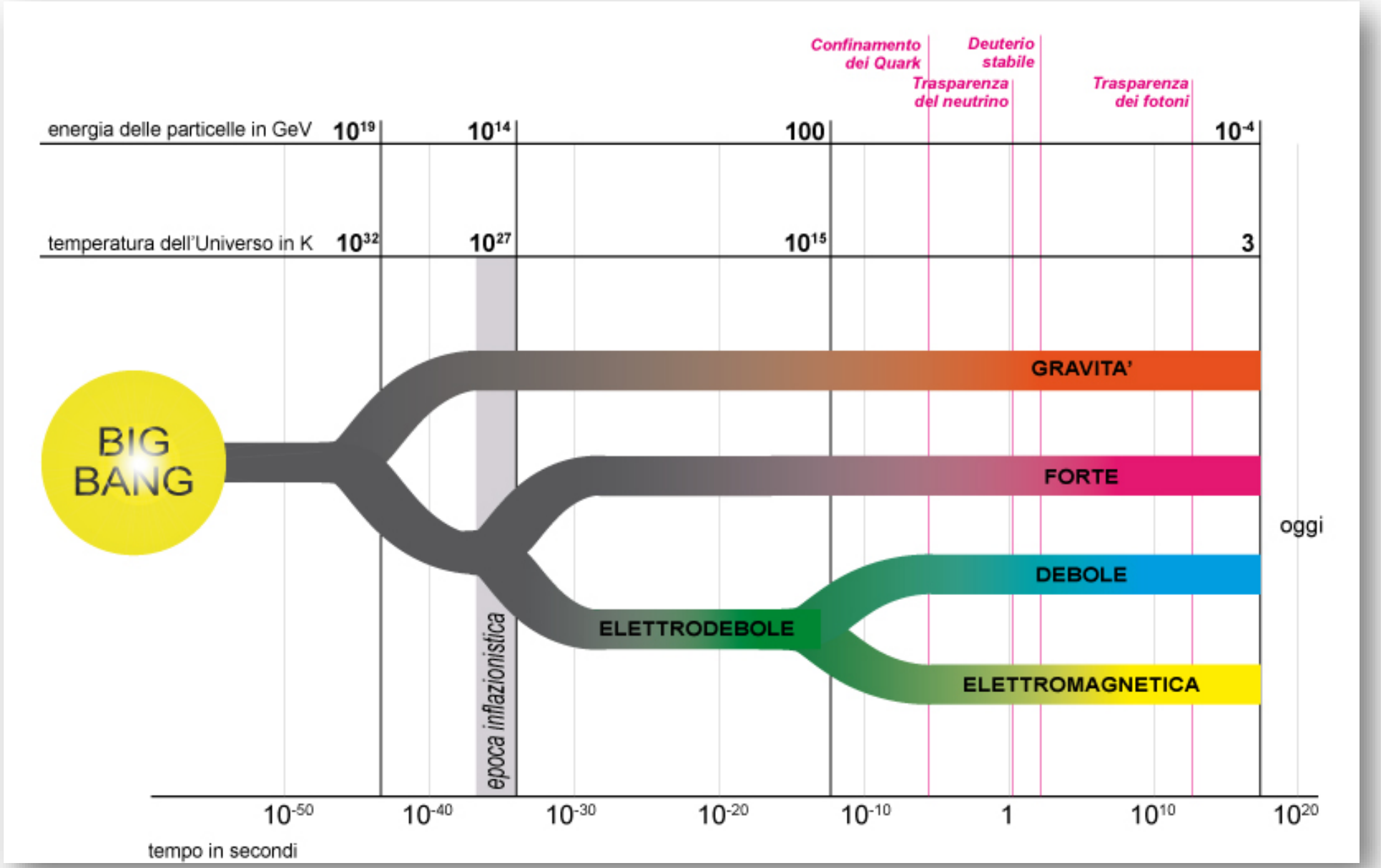


$$\vec{F} = \cancel{\vec{F}_T} + \vec{F}_N = \cancel{m\vec{a}_T} + m\vec{a}_N = m\cancel{\frac{dv}{dt}}\hat{u}_T + m\frac{v^2}{R}\hat{u}_N$$

Moto circolare uniforme è un equilibrio dinamico

Non cambia il modulo della velocità solo la direzione

Le forze in natura



Quante forze?

Le interazioni fondamentali sono 4, e cosa sono tutte quelle di cui abbiamo spesso sentito parlare

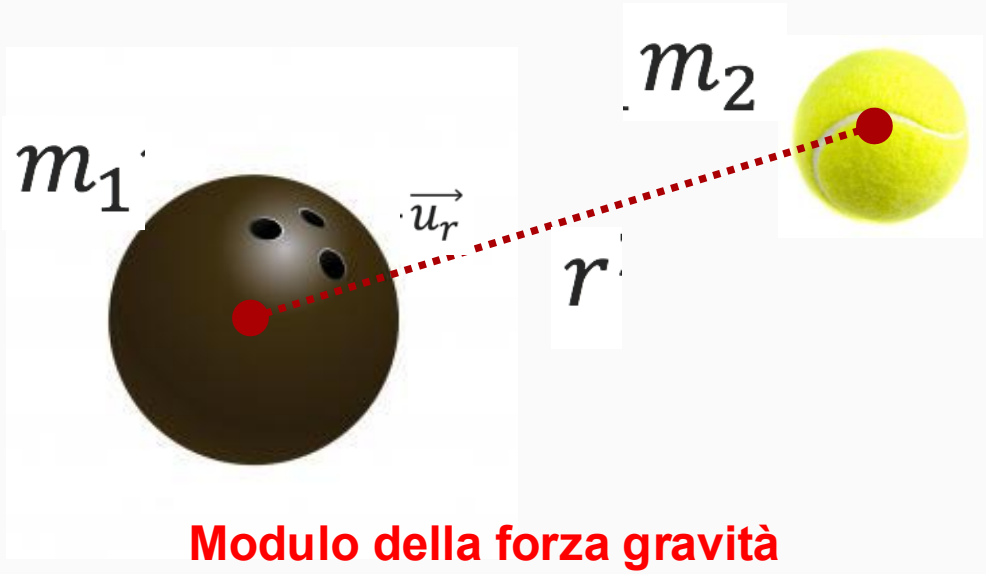
- Forza attrito
- Forza van der Waals
- Forza viscosa
- …

Queste sono **forze “macroscopiche”** a cui abbiamo dato nome, ma in realta’ sono tutte dovute solo a interazione elettromagnetiche.

Gravità e accelerazione



Forza di gravità



Modulo della forza gravità

$$F_G = G\frac{m_1 m_2}{r^2}$$

… in formato vettoriale

$$\overrightarrow{F_G} = -G\frac{m_1 m_2}{r^2}\overrightarrow{u_r}$$

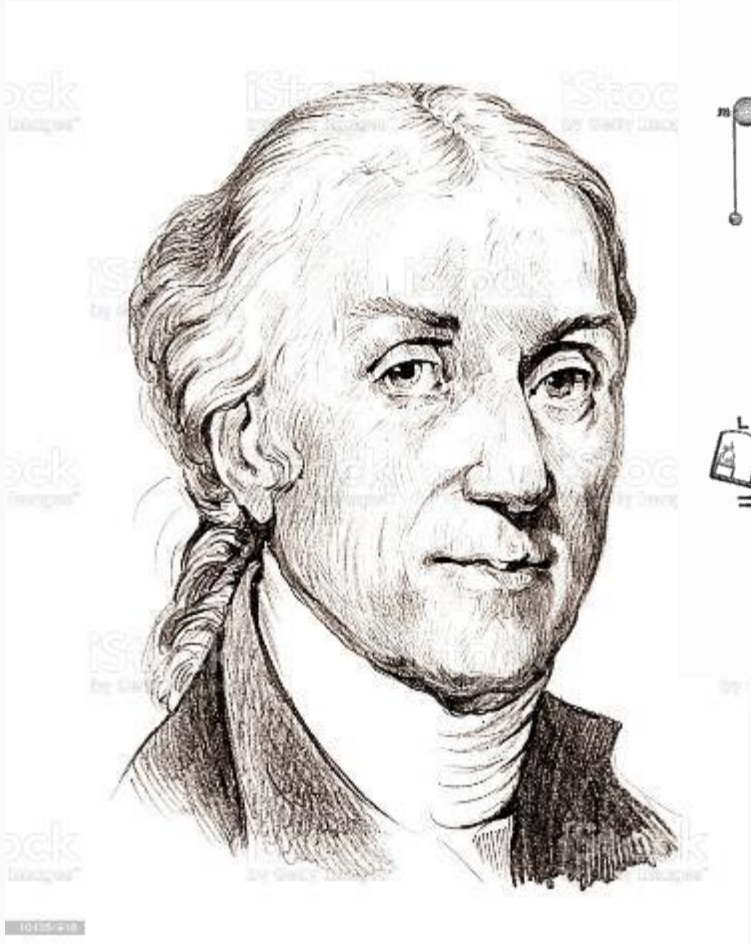
Caratteristiche:

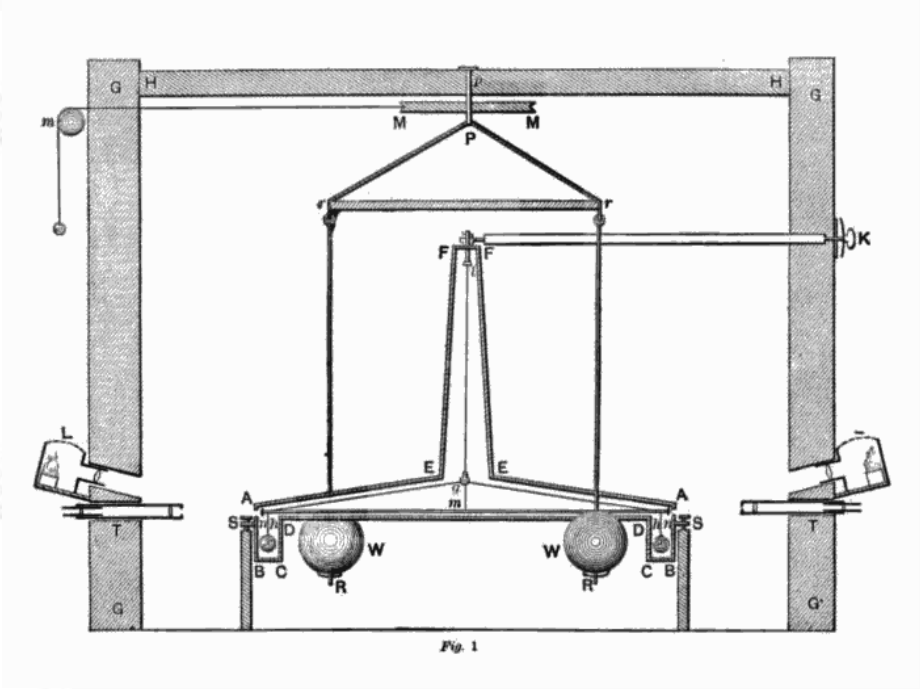
- La forza di gravità si esercita tra tutti i corpi dotati di massa
- E' proporzionale alle masse dei due corpi
- E' inversamente proporzionale al quadrato della distanza
- E' solo attrattiva
- E' diretta come la congiungente delle masse

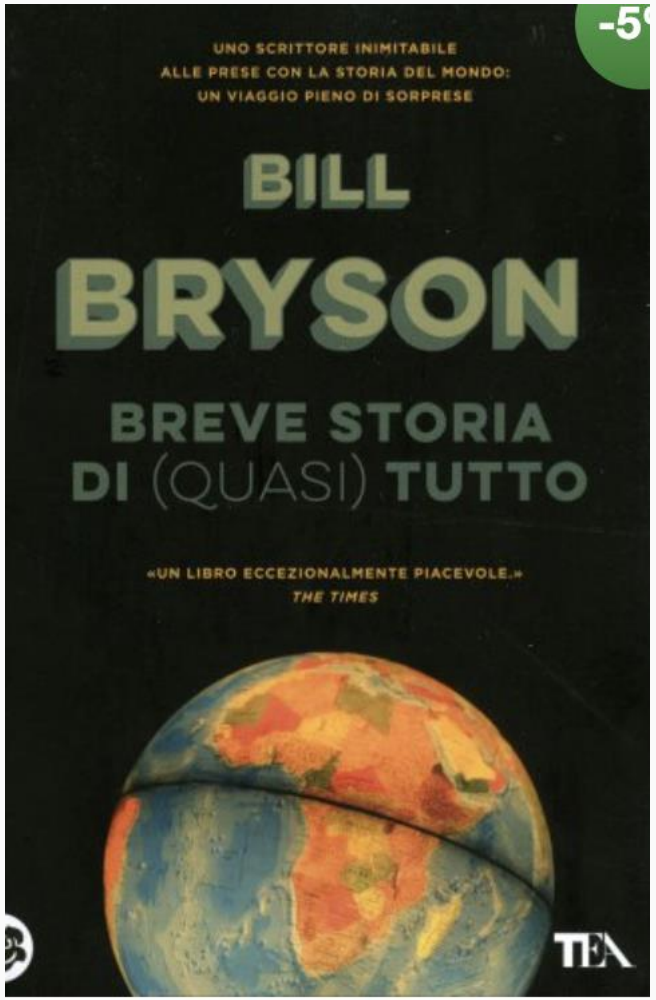
G è costante di Newton/Cavendish o della gravitazione universale:

$$G = 6.67\times10^{-11}\ \frac{N\,m^2}{kg^2}$$

Henry Cavendish



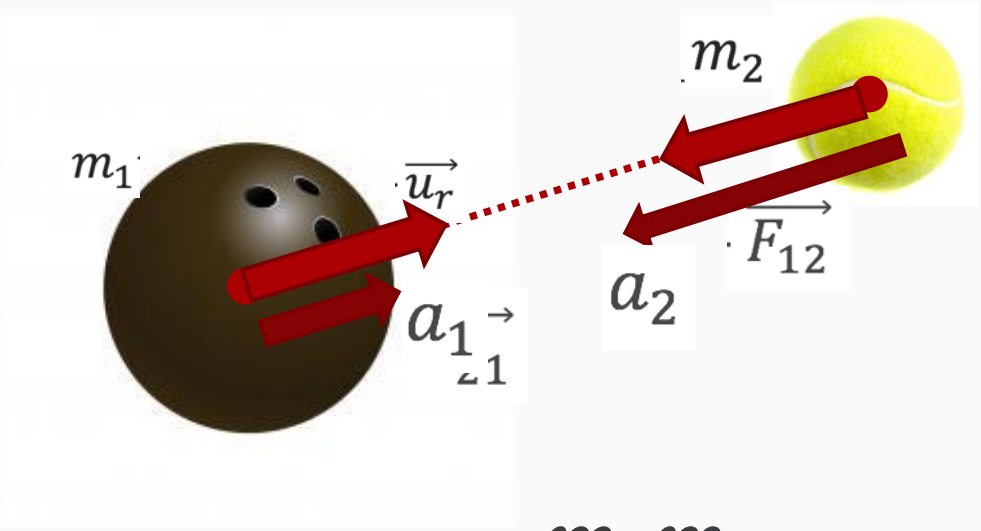




Henry Cavendish 1731 –1810

https://www.aif.it/fisico/biografia-henry-cavendish/

Forza è interazione



$$F_G = G\frac{m_1 m_2}{r^2}$$

Le forze SONO INTERAZIONI nel senso che avvengono a coppie

I due corpi si attirano con $F_G = F_{12} = F_{21}$, stesso modulo, stessa direzione, verso opposto

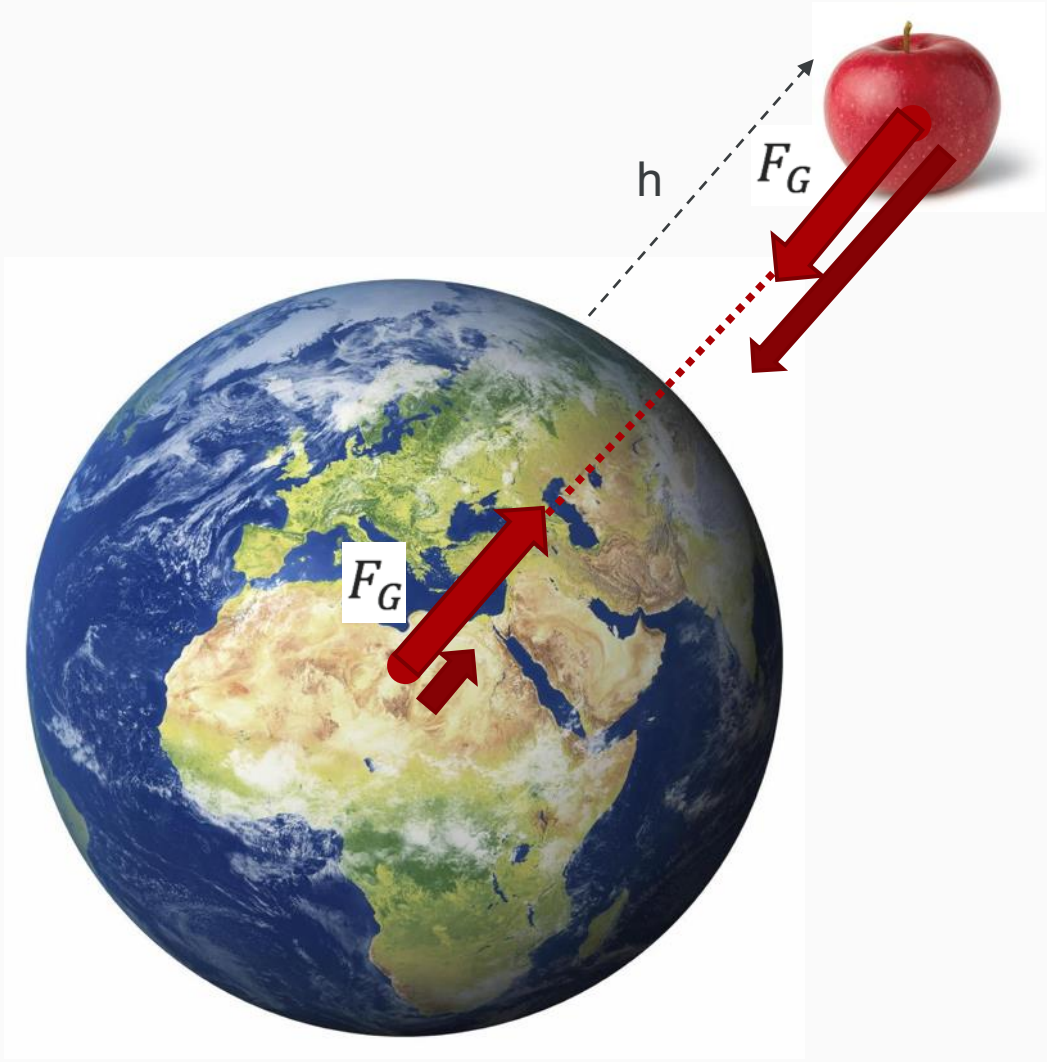
$$\vec{F}_{21} = -\vec{F}_{12}$$

Le accelerazioni hanno stessa direzione, verso opposto e diverso modulo

$$\vec{a}_1 \neq \vec{a}_2$$

Chi va più veloce?

La mela attira la terra



Una mela attira la terra con la stessa forza con cui la terra attira la mela

$$F_G = G\frac{m_T m_m}{(R_T + h)^2}$$

$$= \frac{6.67\times10^{-11} \cdot 5.97\times10^{24} \cdot 0.1}{(6.37\times10^{6})^2}$$

$$= 0.981N$$

Guardiamo alle accelerazioni:

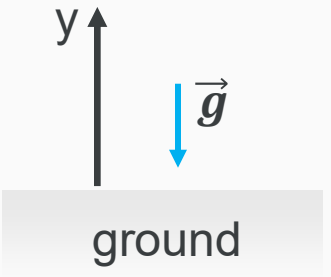
$$a_T = \frac{F_G}{m_T} = \frac{0.981}{m_T} = 1.6\times10^{-25}\ m/s^2$$

$$a_m = \frac{F_G}{m_m} = \frac{0.981}{m_m} = 9.81\ m/s^2$$

La piuma e la moneta – Tubo di Newton



$$\vec{F} = m\vec{g}$$



https://www.youtube.com/watch?v=E43-CfukEgs

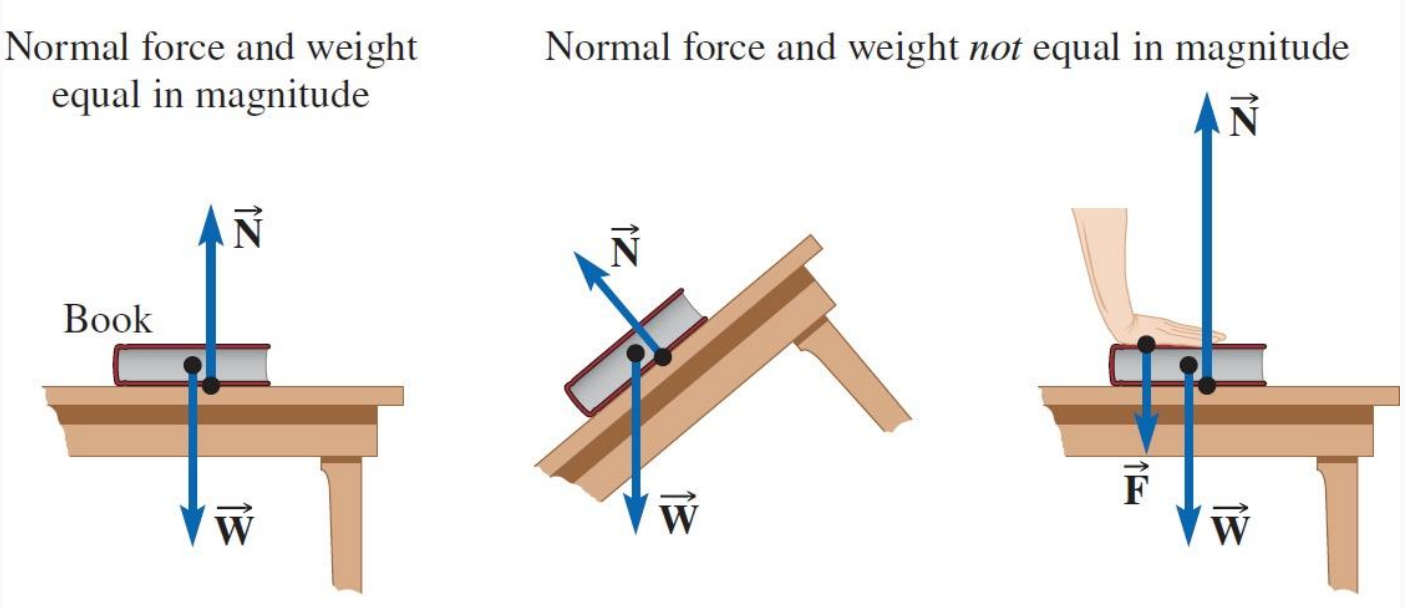
Domande di comprensione

- Che cosa dicono il primo e il secondo principio della dinamica?
- Se un corpo è fermo, significa che non ci sono forze in gioco?
- Come mai la ‘massa’ si cancella quando applichiamo la seconda legge di Newton alla forza gravitazionale?
- La forza della legge di Newton è una forza specifica o generica?
- Va bene misurare il peso di una persona in kg?
- Cosa si intende per principio di azione e reazione?
- Se una mela cade per terra, la terra ne subisce accelerazione?



Forze normali/perpendicolari

L'origine è su scala atomica

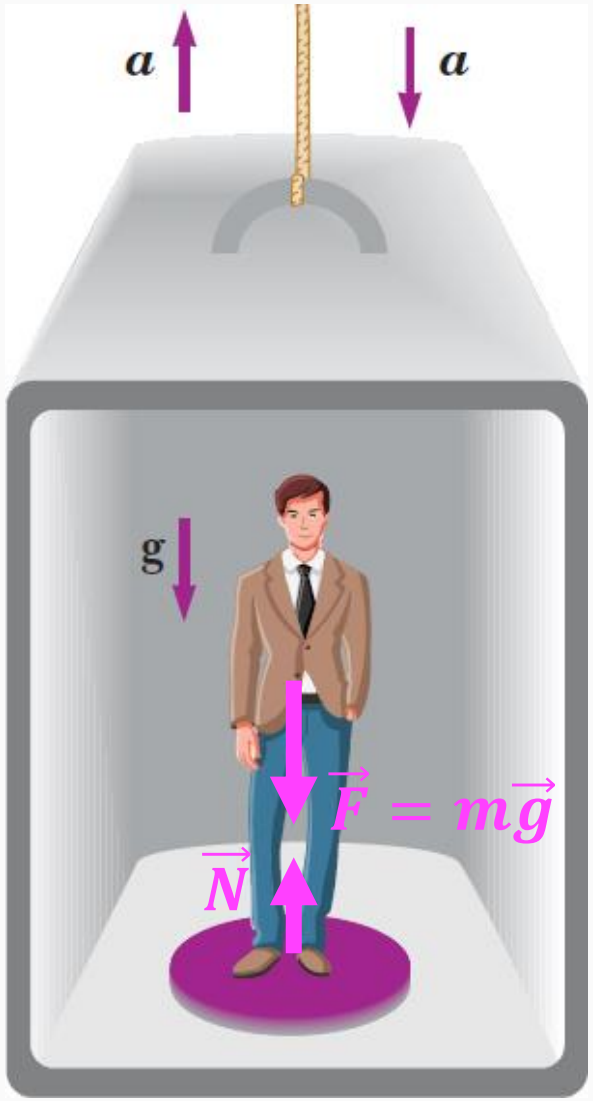


In generale la reazione vincolare non è determinabile a priori, utilizzando una data formula, ma deve essere calcolata caso per caso dall'esame delle condizioni fisiche.

Una forza di contatto perpendicolare alla superficie di contatto che impedisce a due oggetti solidi di passare l'uno attraverso l'altro è chiamata forza normale.

$\vec{W}$ e $\vec{N}$ non sono forze di coppia poiché agiscono sullo stesso oggetto e sono dovute a interazioni diverse

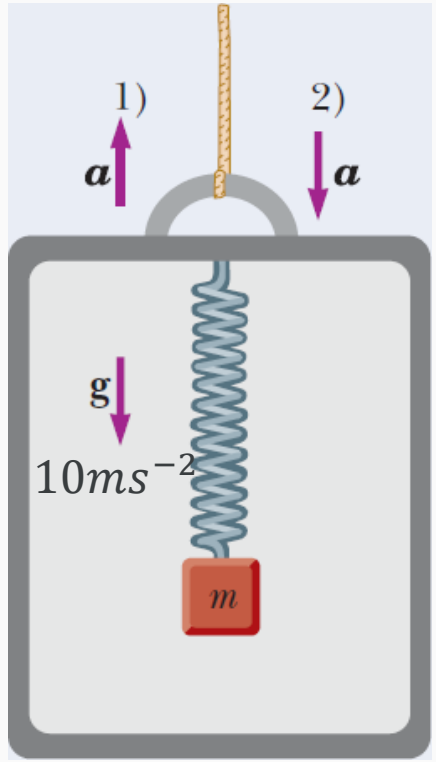
La sensazione di peso



$$\vec{F} + \vec{N} = m\vec{g} + \vec{N} = m\vec{a}$$

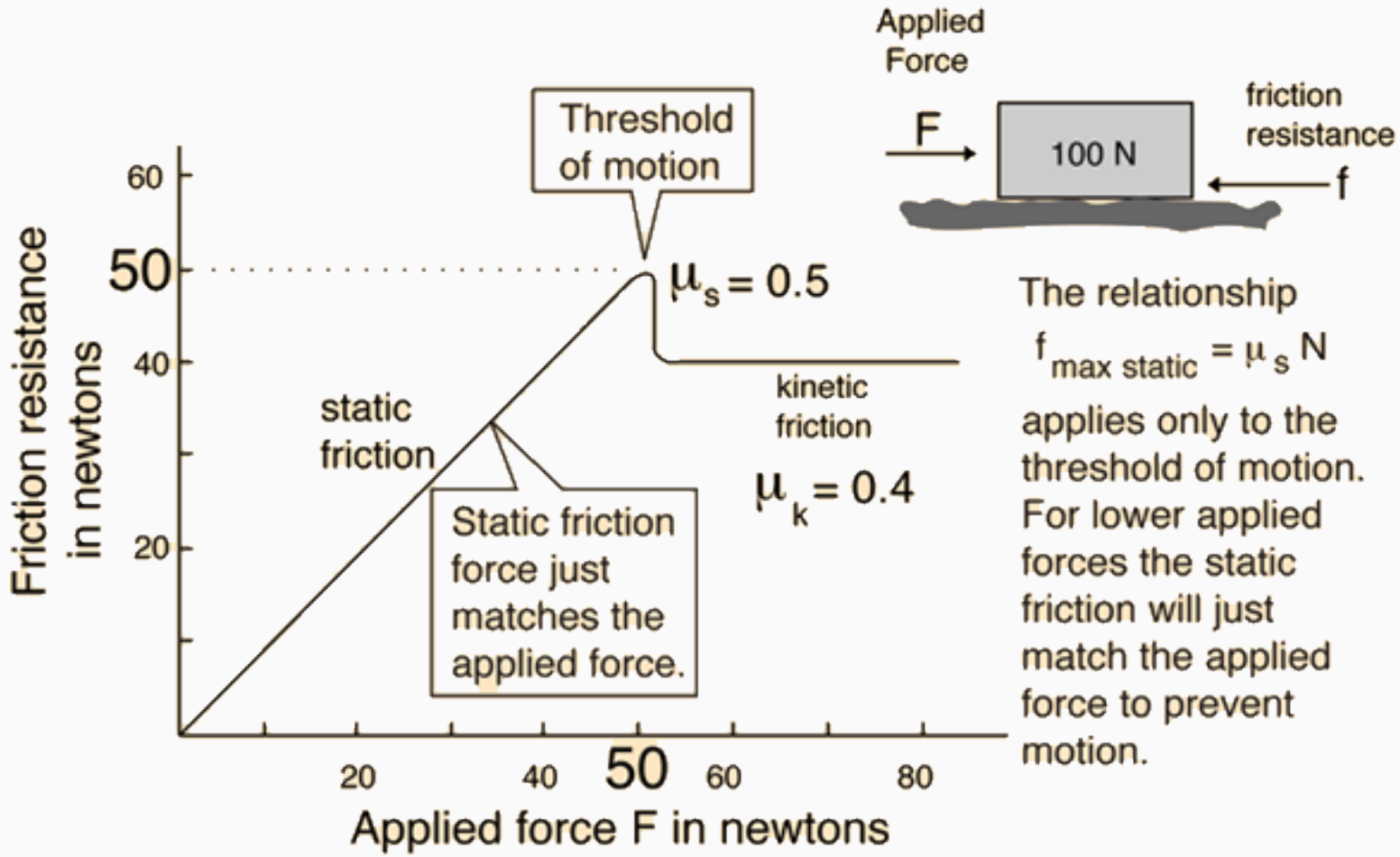
Un corpo di massa m = 4 kg pende al capo di un dinamometro che è appeso al soffitto di un ascensore.
Calcolare il peso del corpo misurato dal dinamometro quando l'ascensore :

1. è fermo
2. quando sale con $\vec{a} = 2ms^{-2}$
3. quando scende con $\vec{a} = -2ms^{-2}$



1. $\vec{N} = -\vec{F} = -m\vec{g} \rightarrow N = 40N$
2. $\vec{N} = -m\vec{g} + m\vec{a} \rightarrow N = 48N$
3. $\vec{N} = -m\vec{g} + m\vec{a} \rightarrow N = 32N$

Una forza di contatto parallela alla superficie di contatto è chiamata attrito.



Una forza di contatto parallela alla superficie di contatto è chiamata attrito.

Attrito statico

La costante di proporzionalità è chiamata **coefficiente di attrito statico**. Il suo valore dipende dalle condizioni e dalla natura delle superfici

modulo

$$f_{\mathrm{s,\,max}} = \mu_{\mathrm{s}} N$$

$$f_{\mathrm{s}} \leq \mu_{\mathrm{s}} N$$

direzione

La forza di attrito statico agisce in qualsiasi direzione necessaria per evitare che gli oggetti inizino a scivolare o scivolare.

Attrito dinamico

La costante di proporzionalità è chiamata **coefficiente di attrito dinamico**. Il suo valore dipende dalle condizioni e dalla natura delle superfici.

modulo

$$f_{\mathrm{k}} = \mu_{\mathrm{k}} N$$

direzione

L'attrito cinetico agisce in una direzione che tende a far arrestare lo scorrimento o lo slittamento.



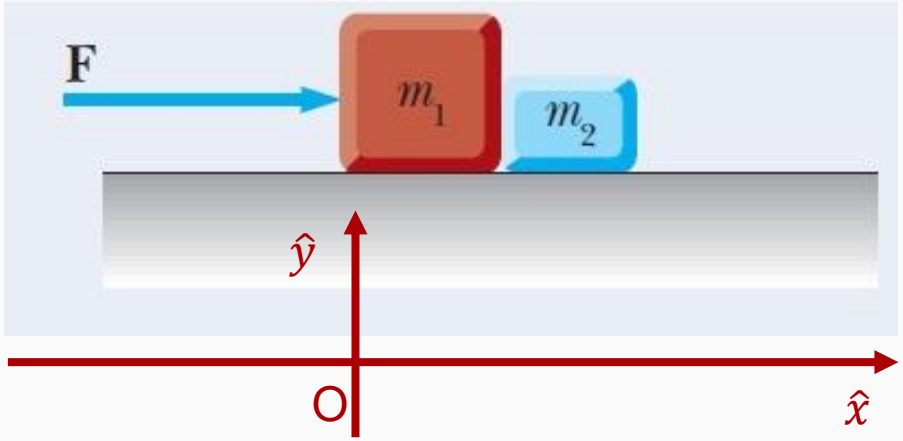
Note

1. Il coefficiente di attrito statico è sempre maggiore del coefficiente di attrito dinamico per un oggetto su una data superficie.

$$\mu_k < \mu_s$$

2. Dalla terza legge di Newton, le forze di attrito si presentano in coppie di interazione. Se la tabella esercita una forza di attrito sul libro scorrevole a destra, il libro esercita una forza di attrito sulla tabella a sinistra con la stessa grandezza.

Esercizio



Due blocchetti, di massa m_1 = 3 kg e m_2 = 2 kg, si muovono su di un piano orizzontale liscio sotto l'azione della forza F costante, di modulo F = 12 N.

1. Calcolare le forze F_1 e F_2 che agiscono sui blocchetti.

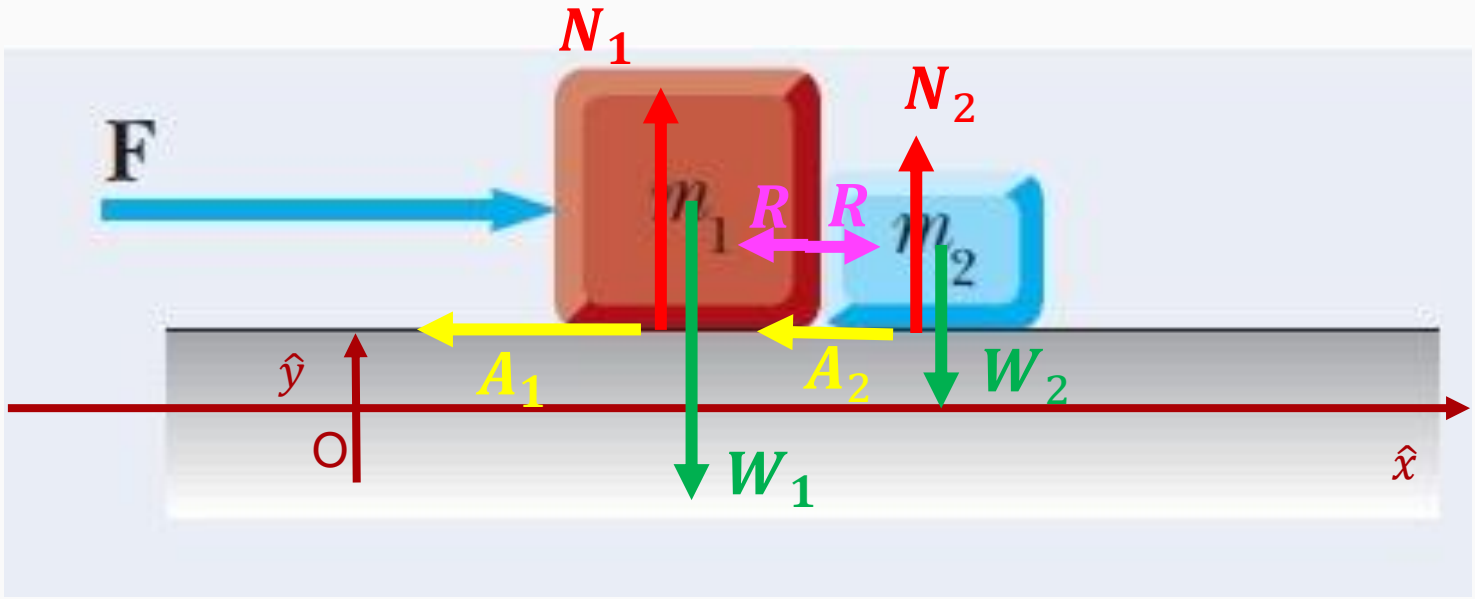
2. Supponiamo invece che ci sia attrito, con coefficienti dinamici μ_1 = 0.3 e μ_2 rispettivamente per il blocchetto m_1 e m_2, e che, a parità di forza applicata, il moto sia uniforme. Calcolare il valore di μ_2.

a. Il corpo si muove solo lungo una direzione. Fissiamo l'asse di riferimento.

b. I due corpi si muoveranno insieme quindi avranno la stessa accelerazione e le stesse leggi del moto.

c. Individuo le forze che agiscono sui corpi, forze peso, forze normali, forze d'attrito. Scompongo lungo x e lungo y.

d. La Forza F su chi agisce? Su 1? Allora perche' 2 si muove? → Esistono "forze di contatto" (come le forze normali)



Quali sono coppie di forze?

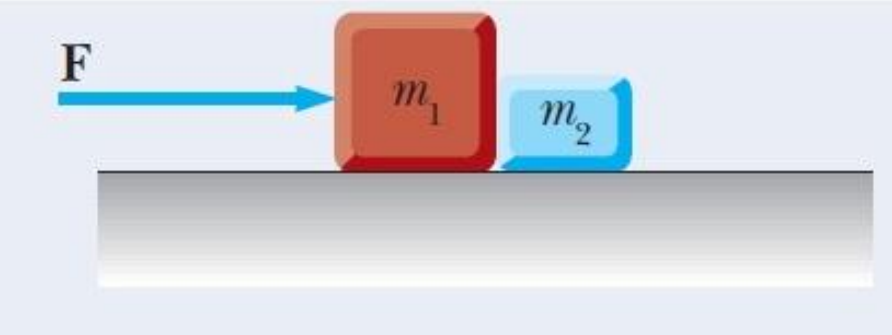
1 $$\vec{F}_{1,tot} = \begin{pmatrix} F - R - A_1 \\ -W_1 + N_1 \end{pmatrix} = m_1 \begin{pmatrix} a \\ 0 \end{pmatrix}$$

2 $$\vec{F}_{2,tot} = \begin{pmatrix} R - A_2 \\ -W_2 + N_2 \end{pmatrix} = m_2 \begin{pmatrix} a \\ 0 \end{pmatrix}$$

Sommando le equazioni sull'asse $\hat{x}$

$$(F - \cancel{R} - A_1) + (\cancel{R} - A_2) = (m_1 + m_2)a$$

E' come se **F** agisse su entrambi **1** e **2**

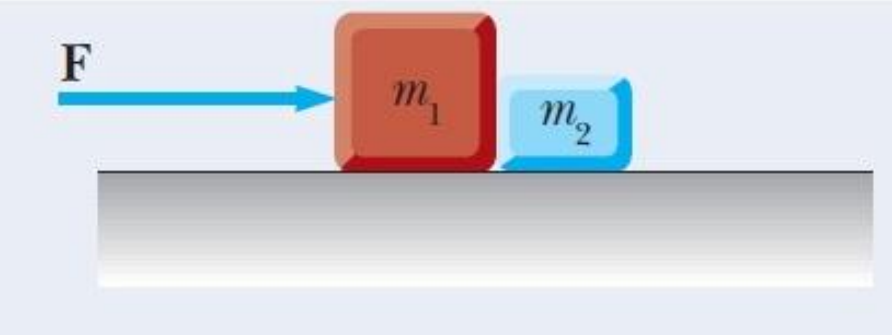


Nel caso non ci sia attrito …

$$a = \frac{\mathrm{F}}{m_1 + m_2}$$

$$\vec{\mathrm{F}}_{1,\mathrm{tot}} = m_1 \begin{pmatrix} a \\ 0 \end{pmatrix} = m_1 \begin{pmatrix} \dfrac{\mathrm{F}}{m_1 + m_2} \\ 0 \end{pmatrix}$$

$$\vec{\mathrm{F}}_{2,\mathrm{tot}} = m_2 \begin{pmatrix} a \\ 0 \end{pmatrix} = m_2 \begin{pmatrix} \dfrac{\mathrm{F}}{m_1 + m_2} \\ 0 \end{pmatrix}$$



Nel caso ci sia attrito …

$$\mathrm{N}_1 = \mathrm{W}_1 = m_1 g \qquad \mathrm{N}_2 = \mathrm{W}_2 = m_2 g$$

$$A_1 = \mu_{\mathrm{d},1} m_1 g \qquad A_2 = \mu_{\mathrm{d},2} m_2 g$$

$$\mathrm{F} - \mathrm{A}_1 - \mathrm{A}_2 = (m_1 + m_2)a = 0$$

$$\mathrm{A}_2 = \mathrm{A}_1 - \mathrm{F}$$

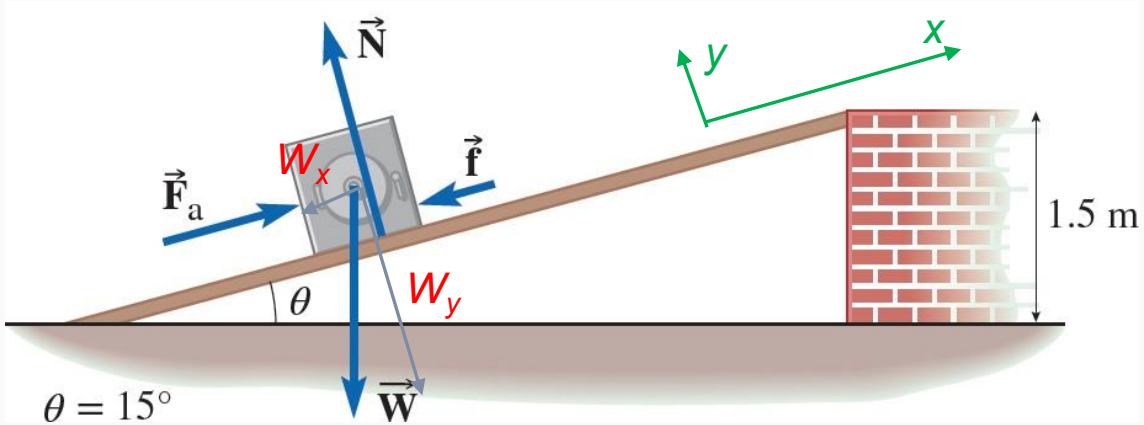
$$\mu_{\mathrm{d},2} m_2 g = \mu_{\mathrm{d},1} m_1 g - \mathrm{F}$$

Esercizio

Una cassaforte deve essere spostata su una rampa ad un'altezza di 1,5 m dal pavimento. La massa della cassaforte è di 510 kg, il coefficiente di attrito statico lungo l'inclinazione è μs = 0,42 e il coefficiente di attrito cinetico lungo l'inclinazione è μk = 0,33. La rampa forma un angolo θ = 15° sopra l'orizzontale.

(a) Quanto devono spingere i traslocatori per avviare la cassaforte risalendo il pendio? Si supponga che spingano in una direzione parallela all'inclinazione.

(b) Per far scorrere la cassaforte verso l'alto a velocità costante, con quale forza devono spingere i traslocatori?



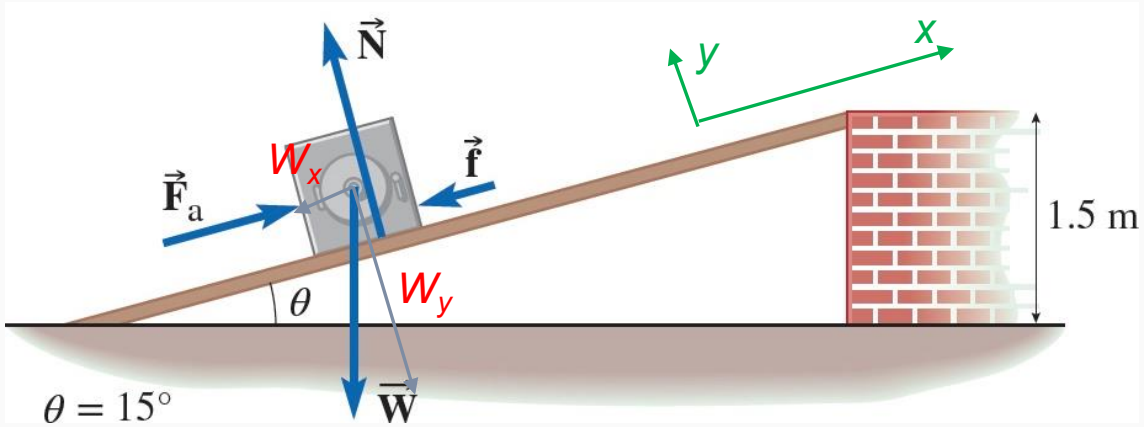
x axis $$\sum F_x = F_{ax} + f + W_x = 0$$

y axis $$N + W_y = 0$$

Esercizio

$$\sum F_x = F_{ax} + f_x + W_x = 0$$

$$\sum F_x = F_a - \mu_s mg\cos\theta - mg\sin\theta = 0$$



Risolvendo per F_a,

$$\begin{aligned} F_a &= mg(\mu_s \cos\theta + \sin\theta) \\ &= 510\ kg \times 9.80\ m/s^2 \times (0.42 \times cos\ 15° + sin\ 15°) \\ &= 3300\ N \end{aligned}$$

(a) → Una forza applicata superiore a 3300 N avvia la scatola a salire la pendenza.

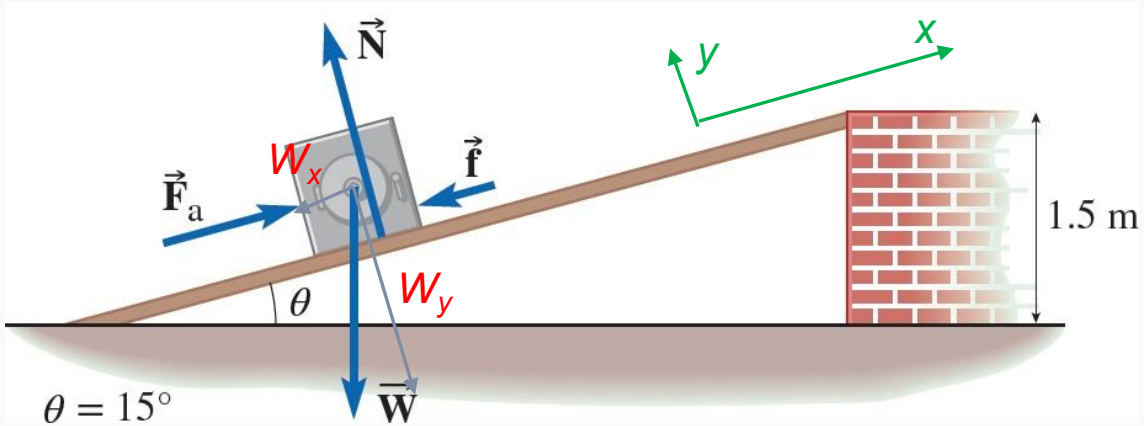
$$\begin{aligned} F_a &= mg(\mu_k \cos\theta + \sin\theta) \\ &= 510\ \text{kg} \times 9.80\ \text{m/s}^2 \times (0.33 \times \cos 15° + \sin 15°) \\ &= 2900\ \text{N} \end{aligned}$$

(b) → I motori spingono con una forza di grandezza di 2900 N diretta verso l'alto.

Esercizio

$$\sum F_x = F_{ax} + f_x + W_x = 0$$

$$\sum F_x = F_a - \mu_s mg\cos\theta - mg\sin\theta = 0$$



Per quale angolo sono in attrito statico o dinamico?

(a) →

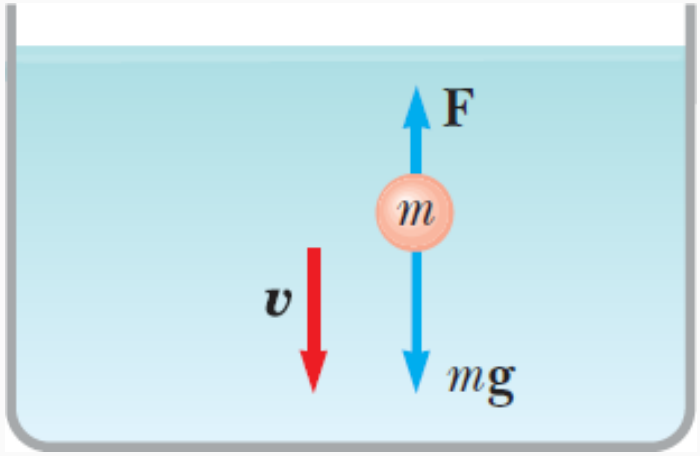
$$0 = mg(\mu_s\cos\theta + \sin\theta)$$
$$\mu_s \geq \tan\theta$$

(b) →

$$0 = mg(\mu_k\cos\theta + \sin\theta)$$
$$\mu_k = \tan\theta$$

La forza di attrito viscoso è una forza che si oppone al moto ed è proporzionale alla velocità del corpo soggetto a tale forza:

$$\vec{F}_v = -b\vec{v}$$



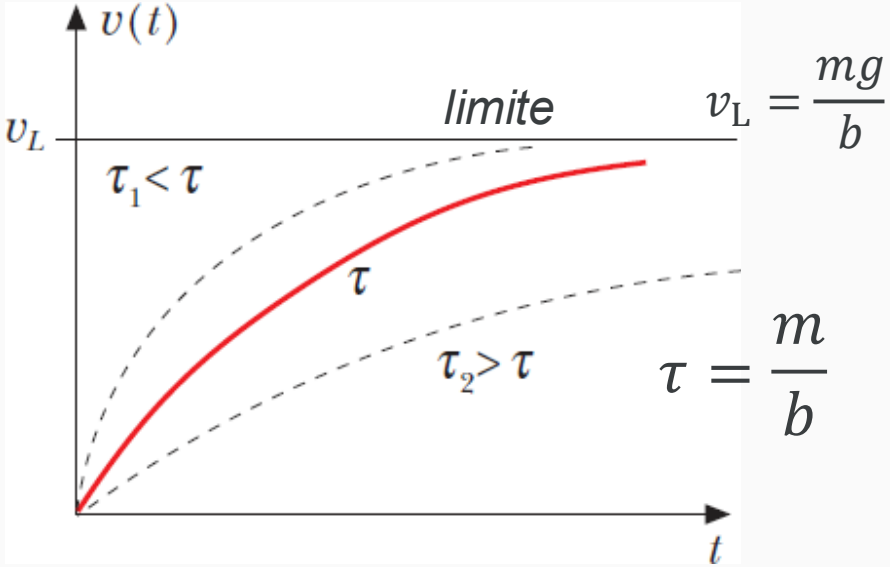
Supponiamo di voler calcolare la legge oraria per un corpo in caduta libera in un liquido viscoso. Possiamo risolvere in una direzione visto che $\vec{F}_v$ è parallelo a $\vec{v}$.

$$m\frac{dv}{dt} = mg - bv \qquad \frac{dv}{g - \frac{b}{m}v} = dt \qquad -\frac{m}{b}ln\left(g - \frac{b}{m}v\right)\Big|_0^v = t\Big|_0^t$$

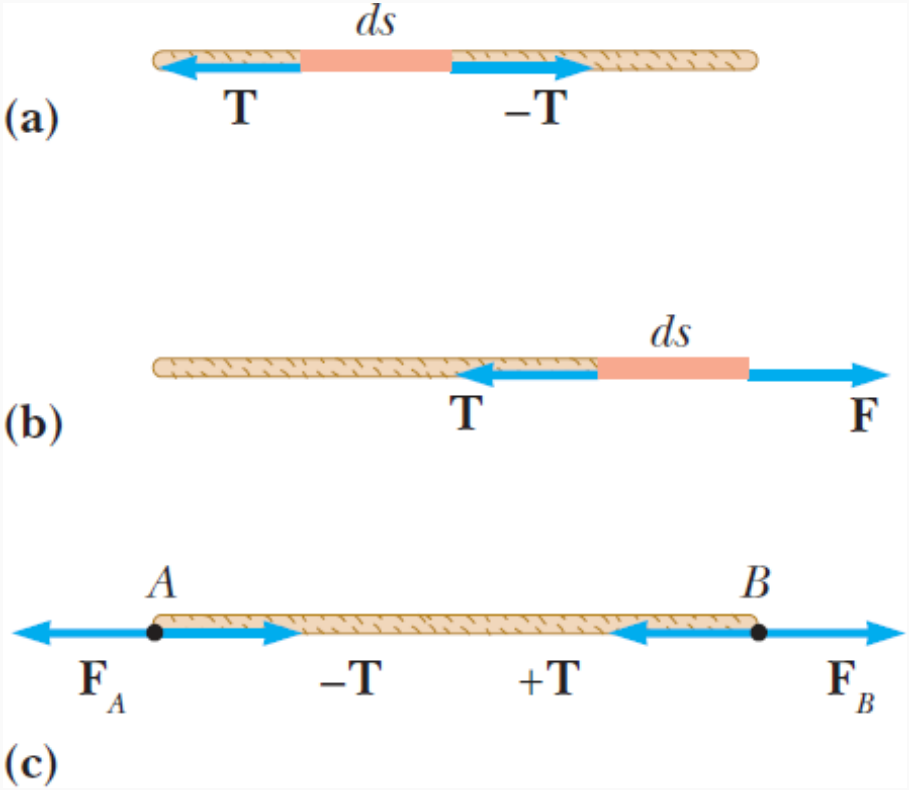
$$-\frac{m}{b}ln\left(g - \frac{b}{m}v\right) + \frac{m}{b}ln(g) = t \qquad ln\left(\frac{g - \frac{b}{m}v}{g}\right) = -\frac{b}{m}t$$

$$ln\left(1 - \frac{b}{mg}v\right) = -\frac{b}{m}t$$

$$v = \frac{mg}{b}\left(1 - e^{-\frac{b}{m}t}\right)$$



La forza, con direzione lungo il filo teso, che il filo esercita su qualsiasi punto materiale viene chiamata tensione del filo.



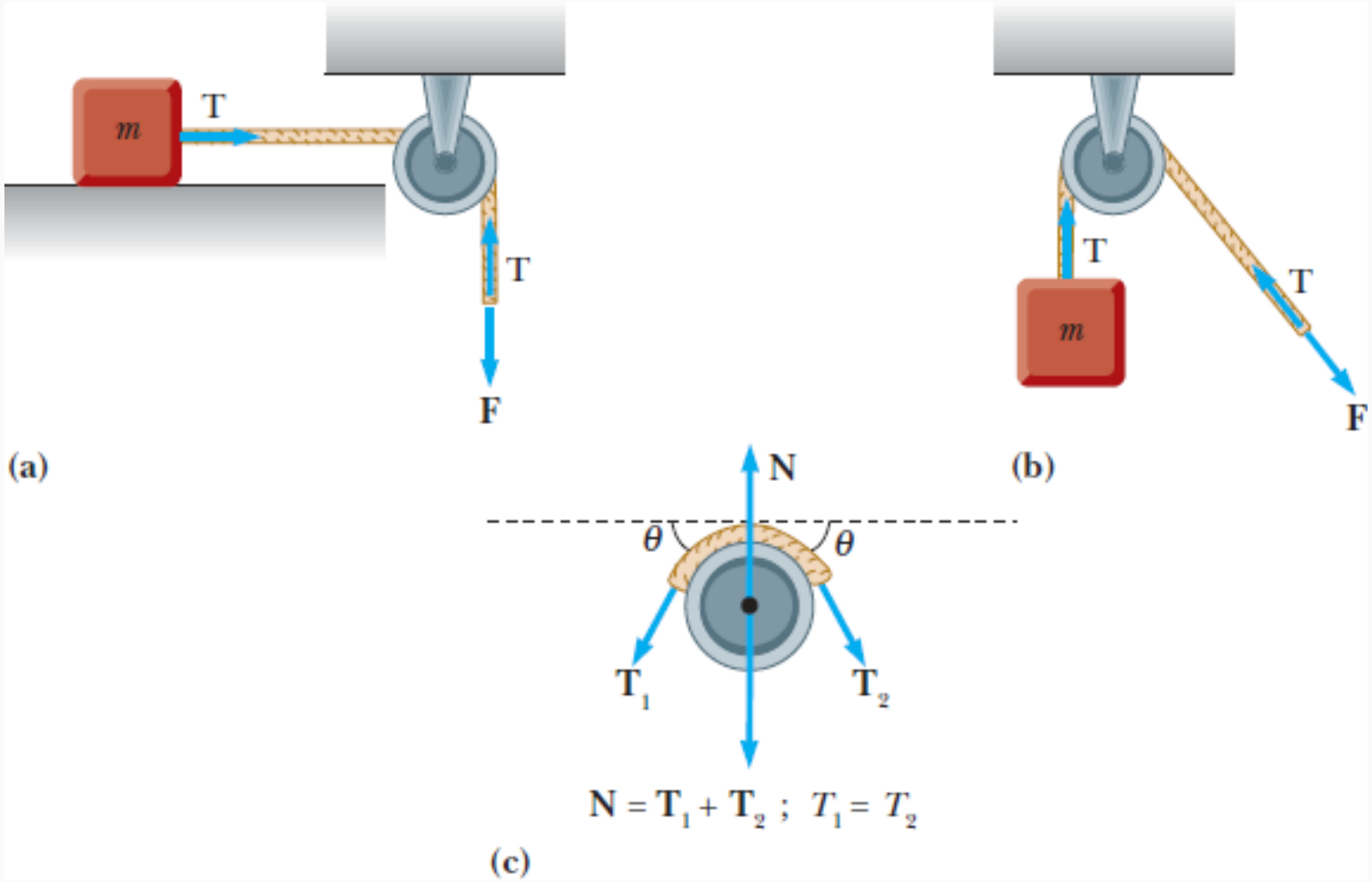
Filo ideale *Inestensibile*
Massa trascurabile

Se il filo è in **quiete** allora la somma delle forze su ogni elemento infinitesimo ds è nulla

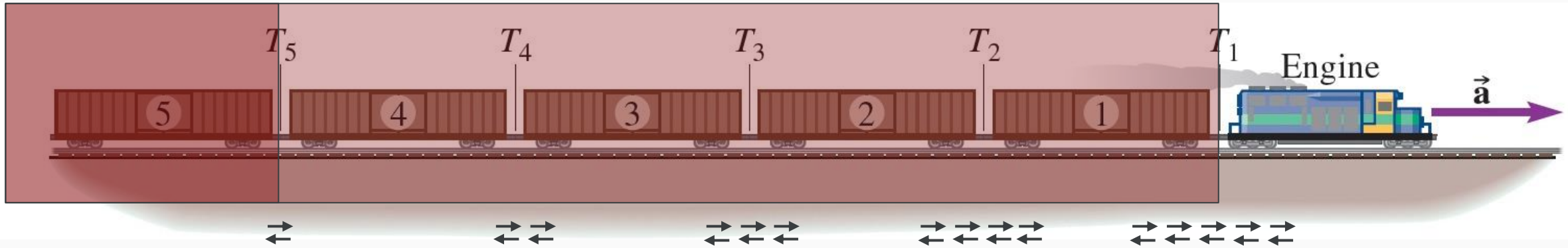
$$F_A = F_B = T$$

$$\vec{F}_A = -\vec{F}_B$$

Se il filo è in **movimento** , essendo inestensibile, tutti i suoi punti come gli oggetti ad esso collegati avranno la stessa accelerazione.


m
T
T
F
(a)
T
m
T
F
(b)
N
θ
θ
T1
T2
N = T1 + T2 ; T1 = T2
(c)

Esempio del treno



Peso del vagone merci W = 90.0 kN

A t_i = 0 s v_i = 0.0 m/s
A t_f = 300 s v_f = 15.0 m/s

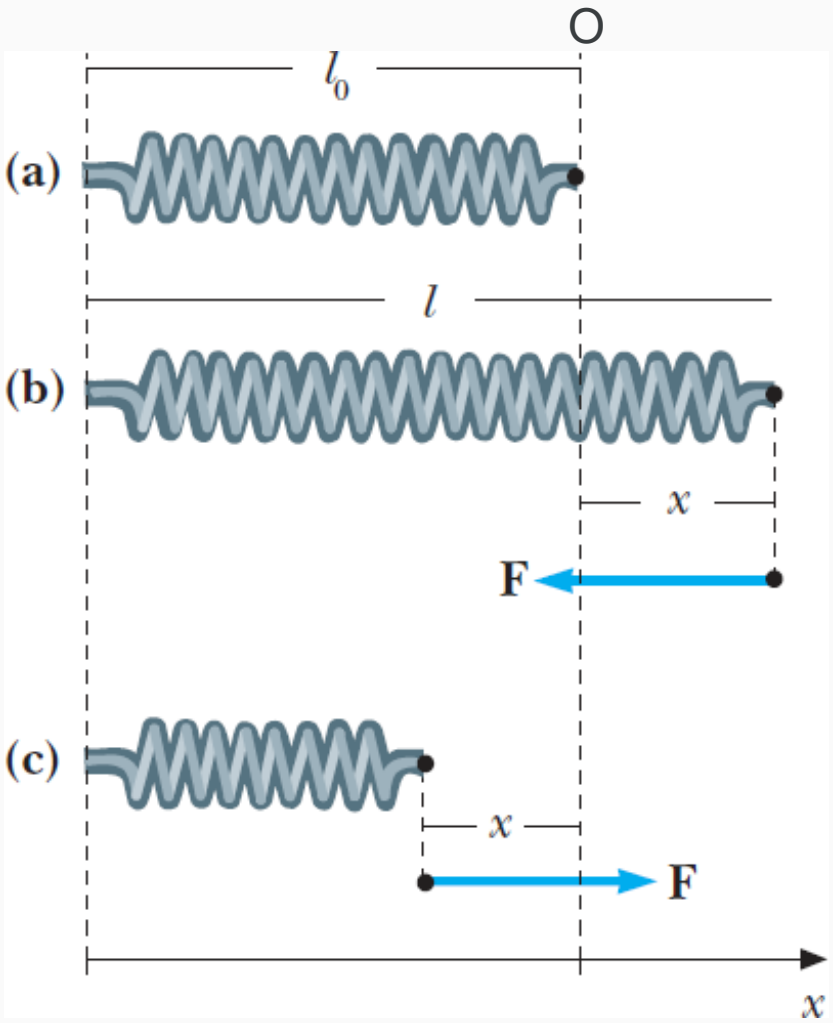
Trazione del motore con forza costante $\vec{F}$

Nessuna resistenza all'aria o attrito

Quale è il valore di T_1 e T_5?

$$a = \frac{v_f}{t_f} \qquad |\vec{F}| = 5\frac{W}{g}a = T_1 \qquad T_5 = \frac{W}{g}a$$

Come se una corda avesse una massa



Fissiamo O la posizione a riposo.

Si definisce forza elastica una forza di direzione costante, con verso rivolto sempre al punto O e con modulo proporzionale alla distanza da O.

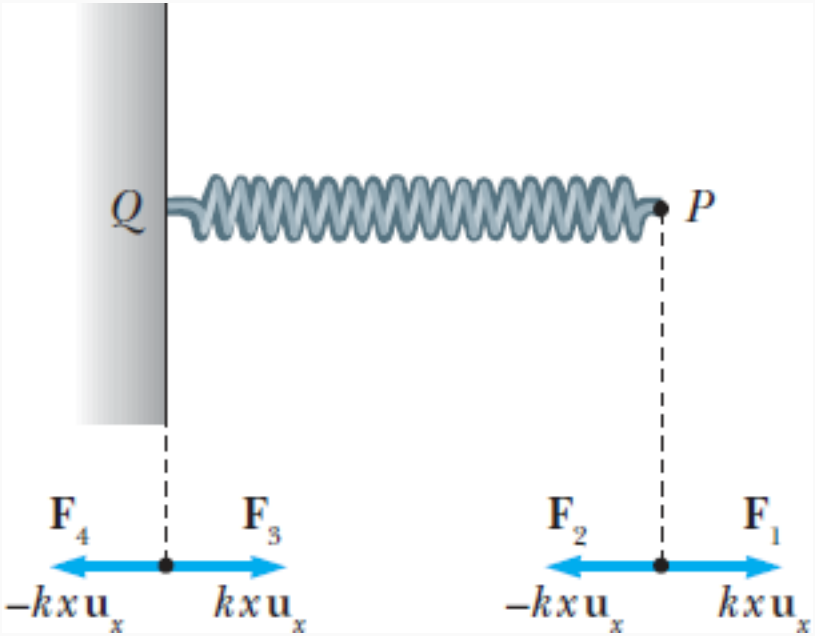
$$\vec{F} = -kx\hat{u}_x$$

Dove k è la costante elastica.

Il moto che deriva da una forza elastica uni-dimensionale

$$a = \frac{F}{m} = -\frac{k}{m}x = -\omega^2 x \qquad \omega = \sqrt{\frac{k}{m}} \;\; ; \;\; T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}}$$

Forza elastica



Se si vuole mantenere una molla deformata occorre applicare una forza uguale ed opposta alla forza elastica ad ogni capo della molla

Quali sono le coppie di forze?

Se si tiene il vincolo in Q e si lascia libero P, descriviamo il moto:

$$\frac{dx^2}{dt^2} = -\frac{k}{m}x = -\omega^2 x$$

Condizioni iniziali

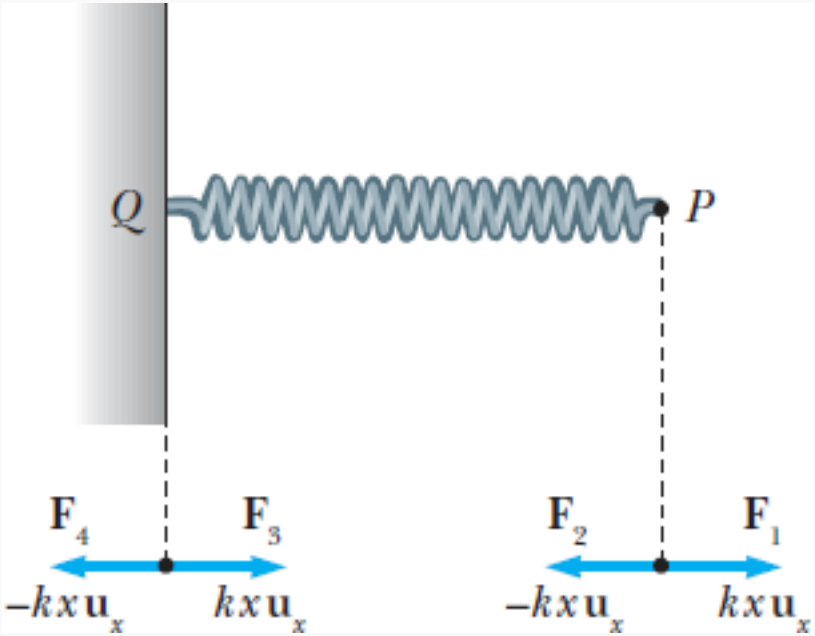
$$x_0 = A\sin\phi \Rightarrow x_0 = A$$
$$v_0 = -\omega A\cos\phi = 0$$
$$\Rightarrow \phi = {}^{\pi}/_{2}$$

$$x = A\sin(\omega t + \phi) = A\sin\omega t\cos\phi + A\cos\omega t\sin\phi = x_0\cos\omega t - \frac{v_0}{\omega}\sin\omega t = x_0\cos\omega t$$

$$v = -\omega x_0\cos\omega t$$

$$a = -\omega^2 x$$

Forza elastica



Se si vuole mantenere una molla deformata occorre applicare una forza uguale ed opposta alla forza elastica ad ogni capo della molla

Quali sono le coppie di forze?

Se si tiene il vincolo in Q e si lascia libero P, descriviamo il moto:

$$\frac{dx^2}{dt^2} = -\frac{k}{m}x = -\omega^2 x$$

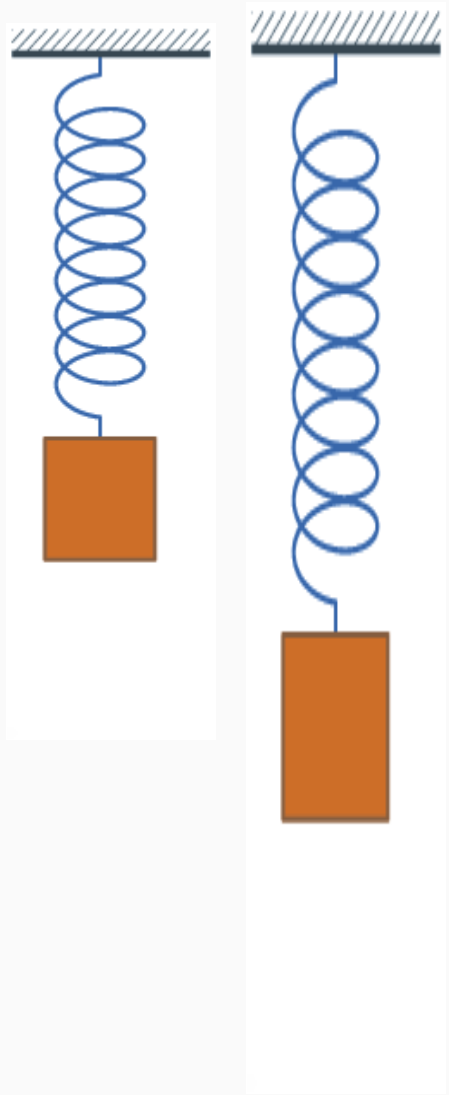
Condizioni iniziali

$$x_0 = A\sin\varphi$$
$$v_0 = -\omega A\cos\varphi$$

$$x = A\sin(\omega t + \phi) = A\sin\omega t\cos\phi + A\cos\omega t\sin\phi = x_0\cos\omega t - \frac{v_0}{\omega}\sin\omega t$$

$$A = \sqrt{x_0^2 + \frac{v_0^2}{\omega^2}} \qquad \phi = \omega\frac{x_0}{v_0}$$

Cenni: Se mettiamo la molla in verticale?



- Nel caso di una molla verticale, c'è anche forza peso

$$F = -kx + mg$$

$$m\frac{d^2x}{dt^2} = -kx + mg$$

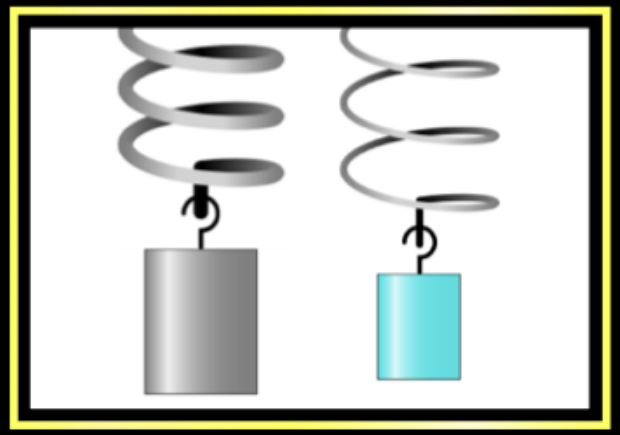
Ma siccome mg non dipende da x, la soluzione è ancora del tipo

$$x(t) = A^* cos\,(\omega t) + \frac{mg}{k}$$

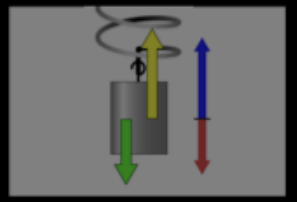
  - **la frequenza è la stessa** che si avrebbe se la molla fosse disposta in orizzontale senza attrito, cioè è la stessa che si avrebbe senza la forza peso.
  - Spostamento del centro di oscillazione di $\frac{mg}{k}$
  - Aumenta ampiezza e diventa A^*
- La forza peso (esterna) è detta forzante costante

Privacy & Terms

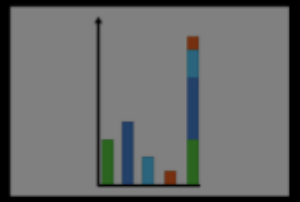
Masses and Springs



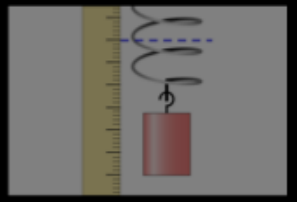
Intro



Vectors

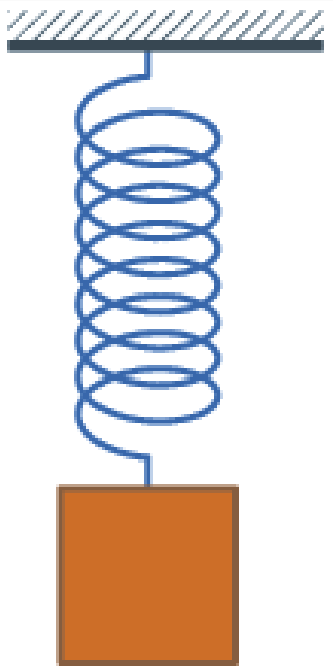


Energy



Lab

PhET



Le oscillazioni naturali non continuano per sempre, ma si smorzano naturalmente per frizione e vari meccanismi

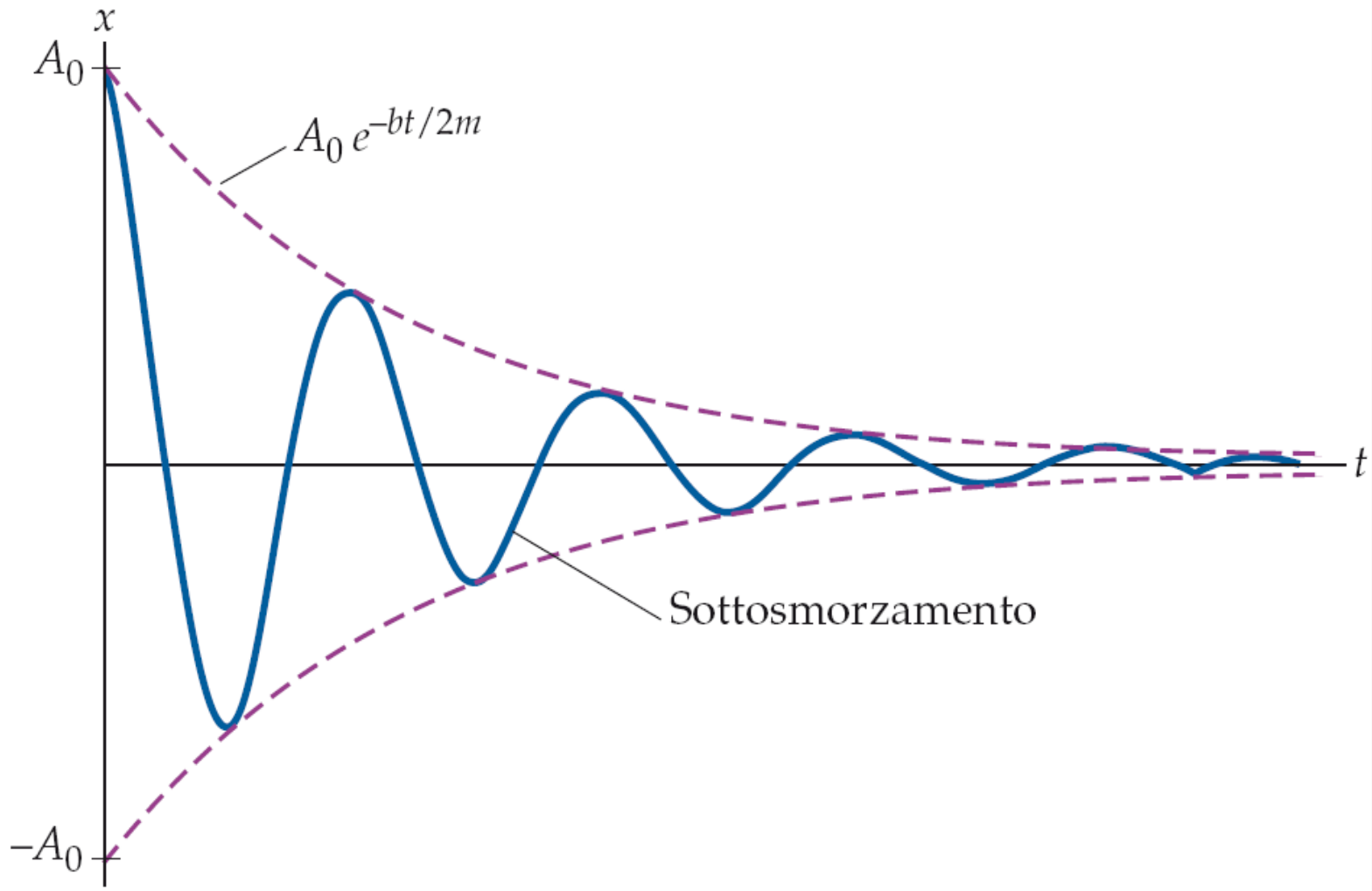
Nei **meccanismi naturali**, tipicamente la frizione e lo smorzamento è tanto più intenso quanto maggiore è la velocita (vedremo con attrito viscoso)

$$\overrightarrow{F_{smorz}} = -b\vec{v}$$

Coefficiente di smorzamento

$$b = \frac{F}{v} = kg\frac{m}{s^2}\frac{s}{m} = \frac{kg}{s}$$

Legge del moto smorzato



Legge del moto si trova da:

$$F = -kx - bv$$

$$-kx - bv = m\frac{d^2x}{dt^2}$$

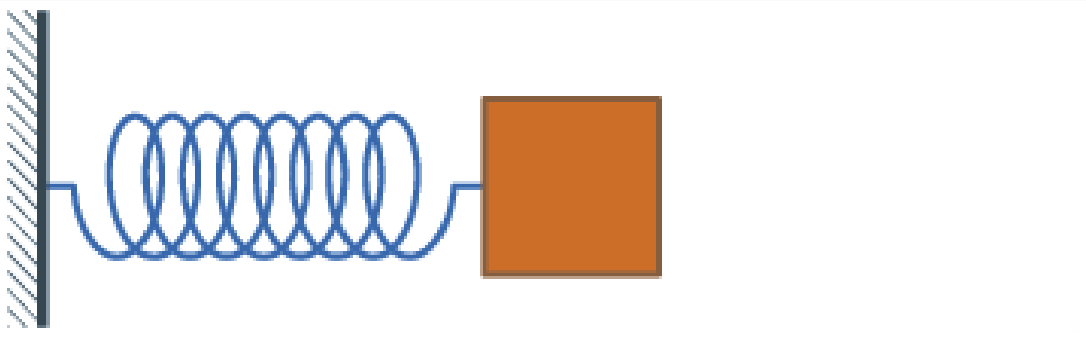
Soluzione:

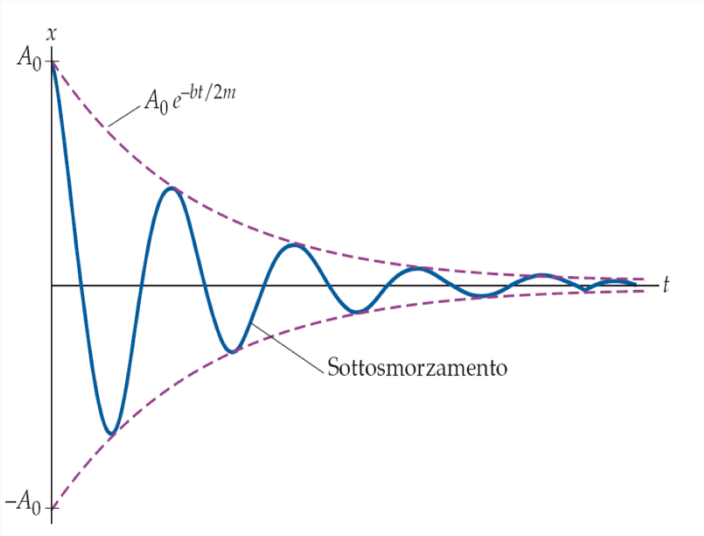
$$x(t) = A\ e^{-\left(\frac{b}{2m}\right)t}\ cos(\omega t)$$

Dove

b=coefficiente smorzamento
m=massa
t=tempo

Esempio





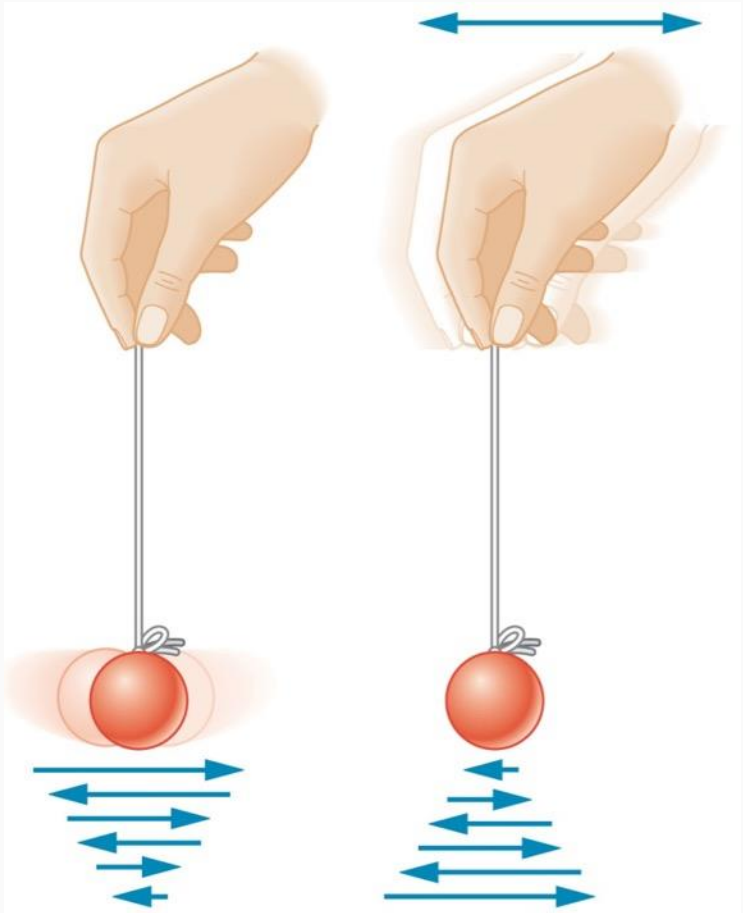
Un corpo di massa m=1kg appeso ad una molla di costante elastica k=1N/m e' messo in oscillazione orizzontale con ampiezza iniziale A=1m. Lo smorzamento ha un coefficiente di smorzamento di 1kg/s. Quanto vale ampiezza dopo 3 sec?

Ampiezza: $\frac{A(t=3s)}{A(t=0s)} = \frac{A\ e^{-\frac{b}{2m}\cdot 3}}{A\ e^{-\frac{b}{2m}\cdot 0}} = e^{-\frac{3b}{2m}} = e^{-\frac{3}{2}} = 0.04 \rightarrow 4\%$

Posizione: $x(t=1s) = A\cos(3\omega)\ e^{-\frac{3b}{2m}} = 1\cdot\cos\left(3\sqrt{\frac{k}{m}}\right)\cdot e^{-\frac{3}{2}} = -0.22\ m$

Cenni: Amplificazione e risonanza

Approfondimento



Se invece si forza un oscillatore armonico con una frequenza simile alla sua frequenza naturale l'ampiezza dell'oscillazione può aumentare notevolmente, soprattutto se l'oscillazione è piccola.

$$F_{forzante} = \mathrm{B}\cos(\omega^* t)$$

In tal caso si parla di risonanza.

$$F = F_{EL} + F_{forzante}$$

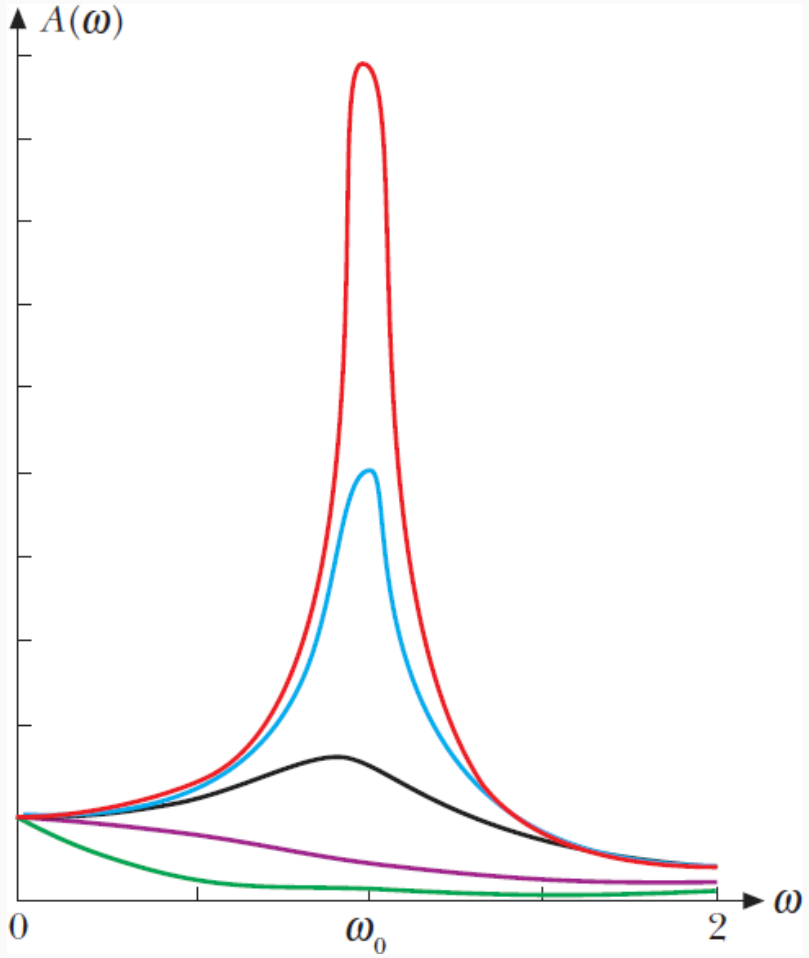
$$m\frac{d^2x}{dt^2} = -kx + F_{forzante}$$

Ad ogni periodo si riceve una spinta in fase che ogni volta aumenta ampiezza:

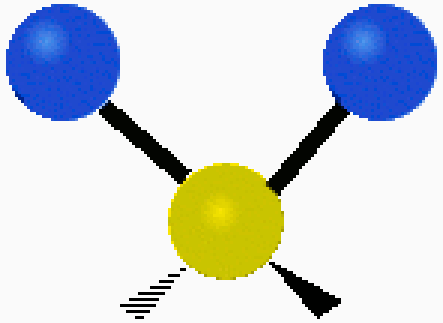
$$x(t) = (A\ Bt)\cos(\omega t) \quad se\ \omega^* \sim \omega$$

Spinta deve essere alla stessa frequenza e in fase

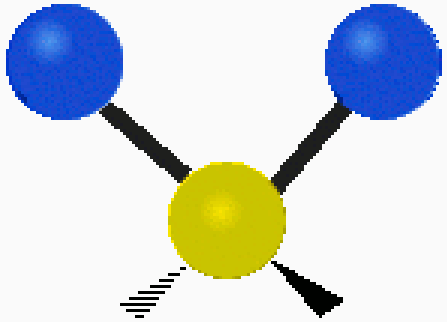




Forno a microonde

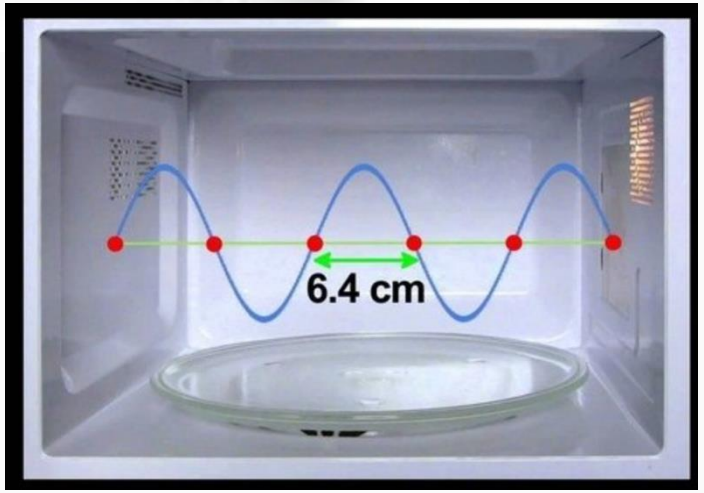


Simmetrico

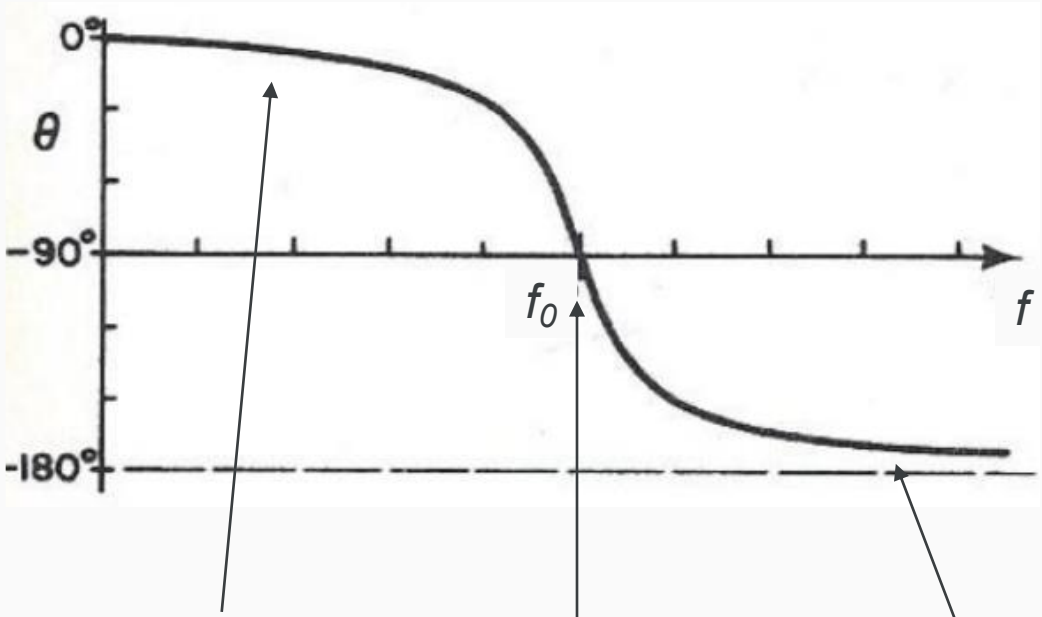


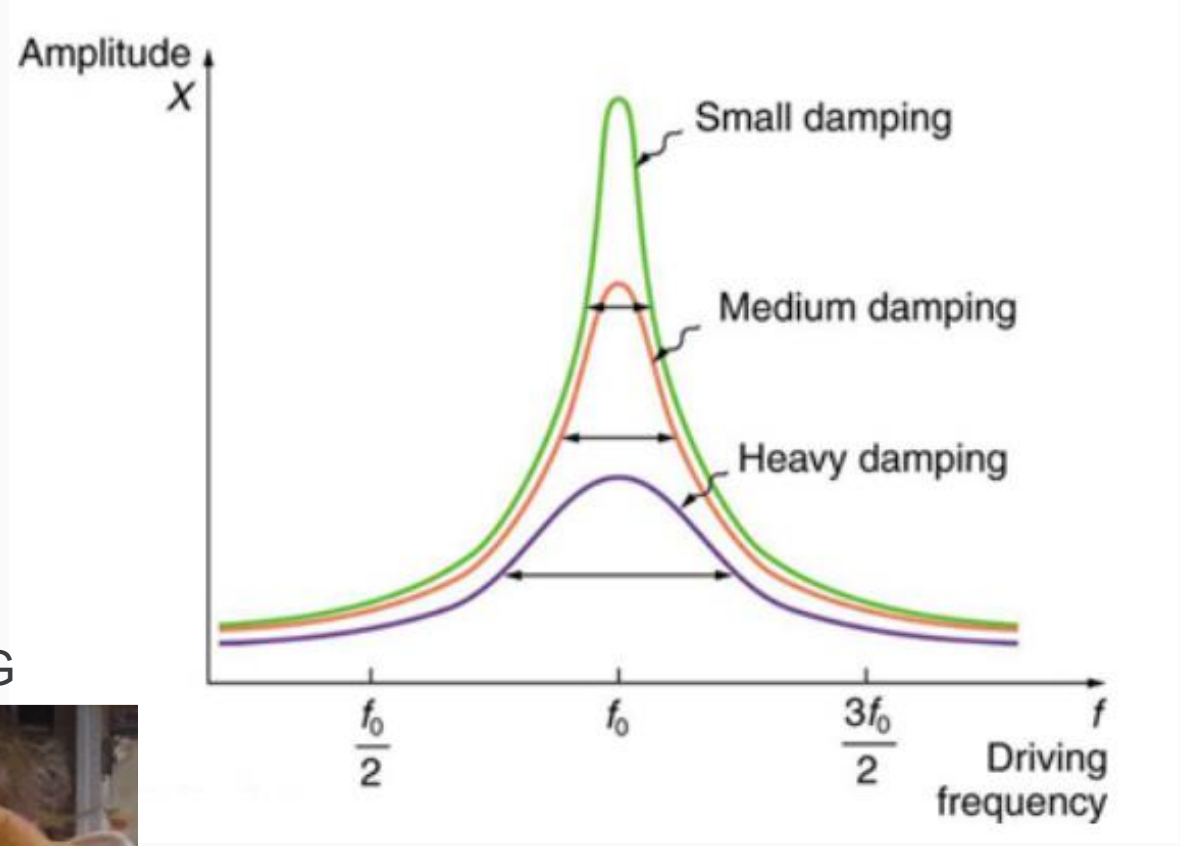
Asimmetrico





Forced oscillator - Resonance







WOW



SDONG



https://www.walter-fendt.de/html5/phen/resonance_en.htm

Esercizio

Una piccola barca a remi ha una massa m_1 di 40 kg. Quando una persona m_2 80 kg sale sulla barca, la barca galleggia h_2 9,8 cm più in basso nell'acqua.

Se la barca viene spinta leggermente più in profondità nell'acqua, si muoverà su e giù con un semplice movimento armonico (trascurando l'attrito).

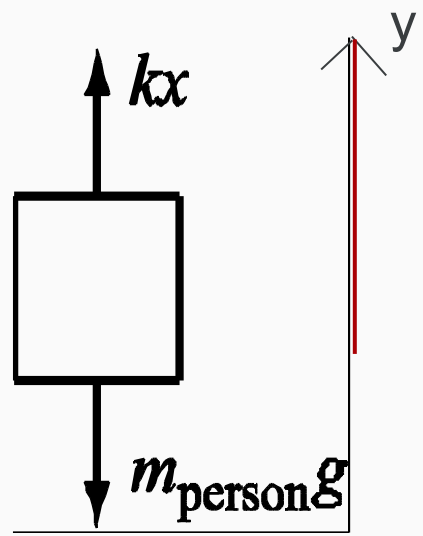
Qual è il periodo di oscillazione per la barca mentre oscilla nella sua posizione di equilibrio?



Strategia Usa la legge di Hooke, la prima legge di Newton e la relazione che dà il periodo di un sistema a molle a blocco.

Soluzione Trova la "costante molla" della barca. All'equilibrio,

$$F_{net} = -(m_1 + m_2)g + A(h_1 + h_2 - \Delta h)\rho_l g$$



Utilizzare le relazioni ottenute quando l'uomo sale sulla barca per avere una costante a molla

$$\left.\begin{aligned} m_1 g &= A h_1 \rho_l g \\ m_2 g &= A h_2 \rho_l g \end{aligned}\right\} \rightarrow F_{net} = -A\rho_l g \cdot \Delta h$$

$$\rightarrow A = m_2/h_2\rho_l$$

$$k = A\rho_l g = \frac{m_2}{h_2} g$$

Calcola il periodo di oscillazione.

$$T = \frac{2\pi}{\omega} = 2\pi\sqrt{\frac{(m_1 + m_2)}{k}} = 2\pi\sqrt{\left(1 + \frac{m_1}{m_2}\right)\frac{h_2}{g}} = 0.77s$$

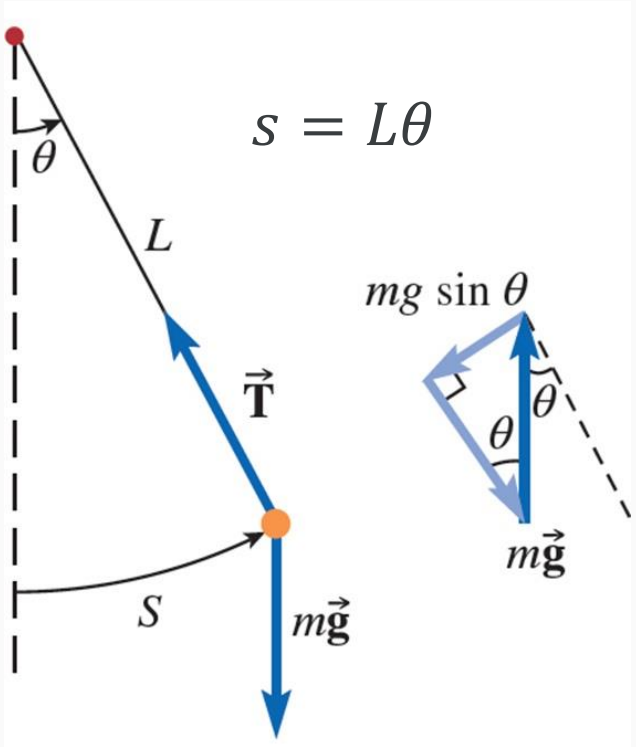

TACOMA BRIDGE
COLLAPSE
BRITISH
PATHÉ
PATHE GAZETTE

Il pendolo

Consideriamo il sistema costituito da un corpo, di massa m e dimensioni trascurabili, sospeso da una trave tramite una corda ideale di lunghezza L.

Spostiamo il pendolo dalla verticale, mantenendolo nel piano della pagina, e lo lasciamo libero.

Il pendolo inizierà a oscillare attorno alla verticale e il suo movimento, in assenza di attrito, è periodico.



1 La forza di richiamo è la componente tangenziale del peso.

$$F_{tan} = -\mathrm{mg}\sin\theta$$

2 Per angoli piccoli, $\sin\theta \approx \theta = S/L$, dove S nella lunghezza dell'arco circolare.

$$F_{tan} \approx -mg\frac{s}{L}$$

3 La costante della molla effettiva è

$$k_{eff} = mg/L \quad \rightarrow \quad F_{tan} \approx -k_{eff} \cdot s$$

Il pendolo

2ª Legge di Newton

$$ma_s = -(mg/L)s$$

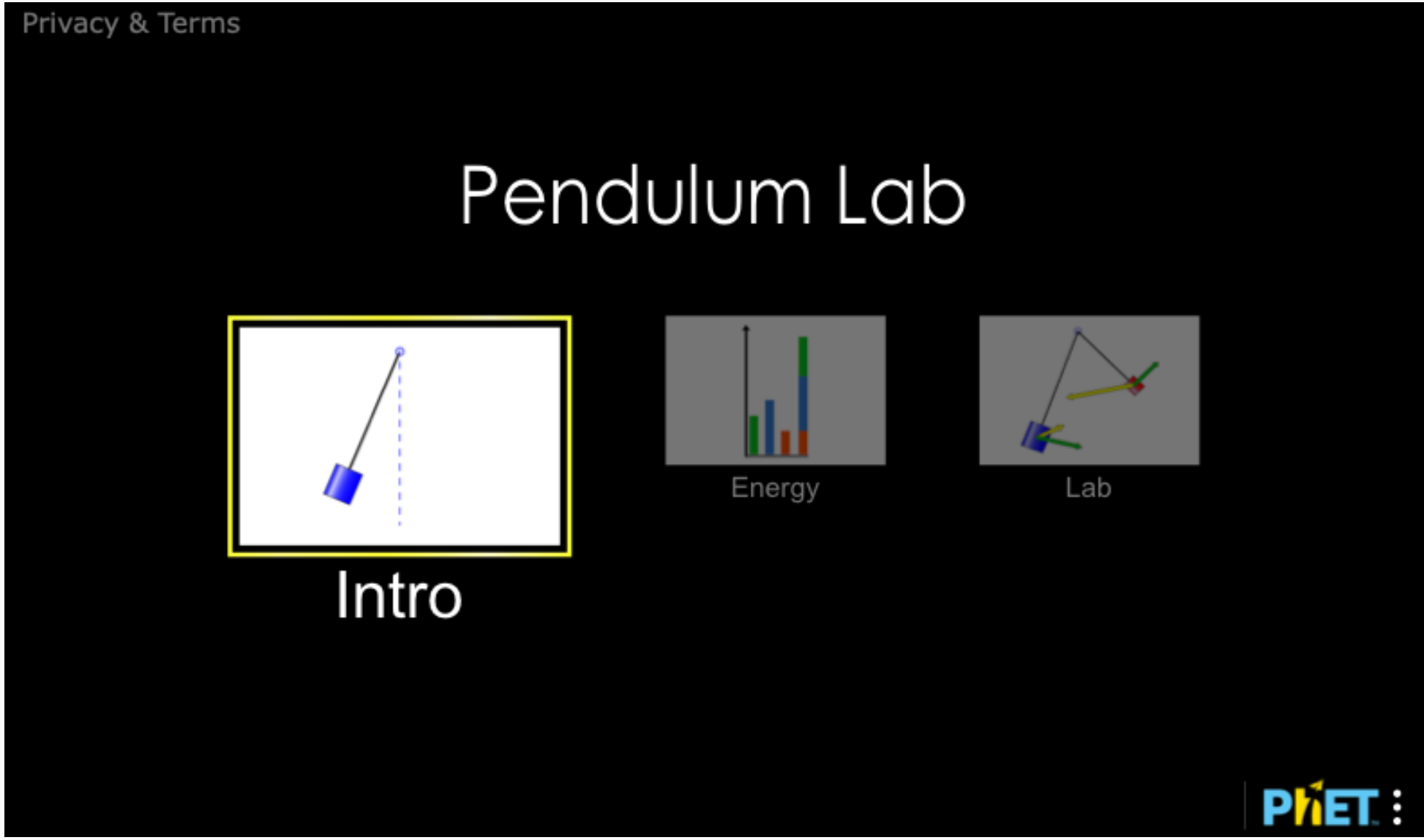
$$s(t) = L\theta_0 \cos \omega t$$

$$a_s = -\omega^2 s(t)$$

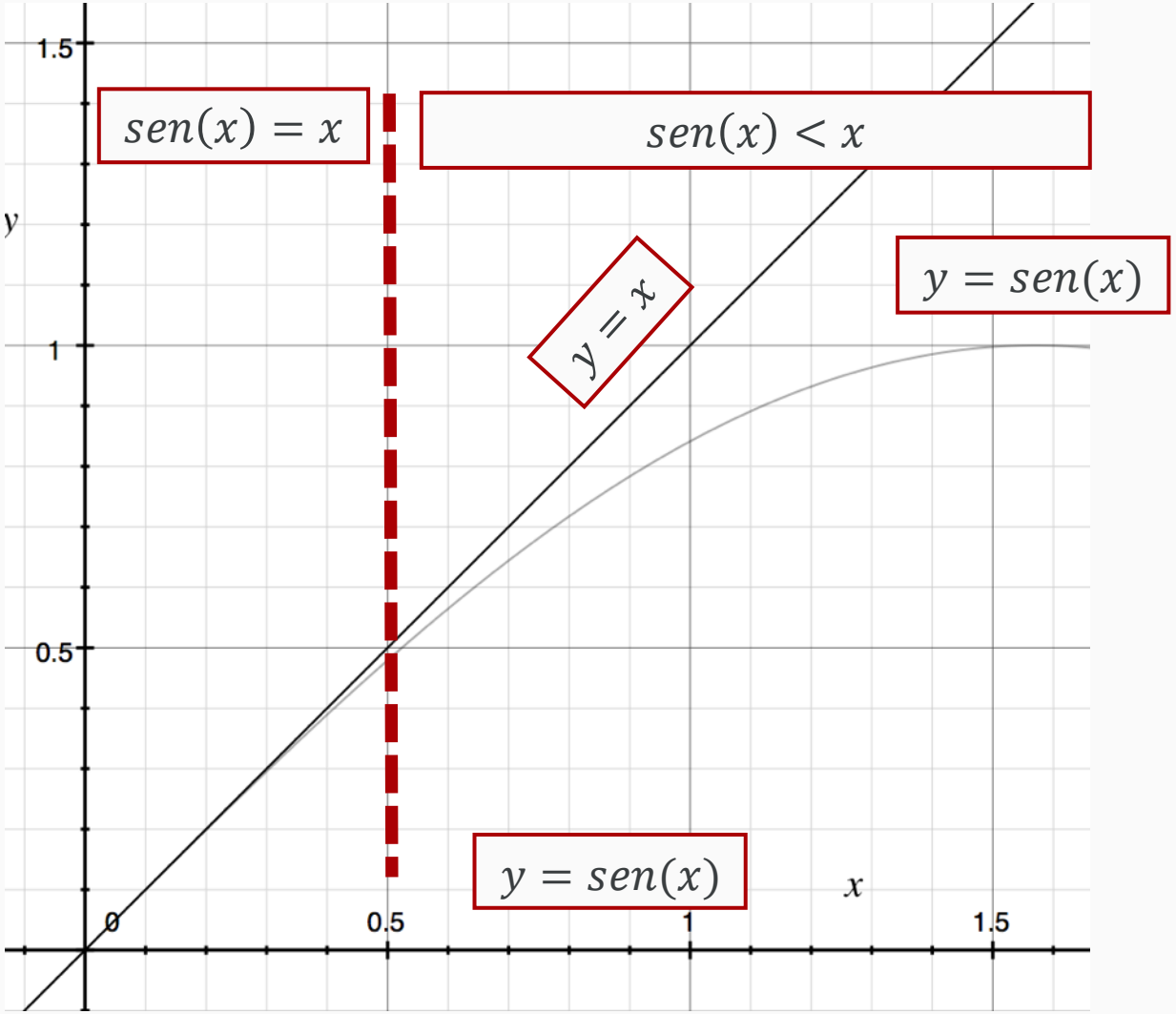
$$\omega = \sqrt{\frac{g}{L}}$$

$$v_s = \sqrt{\frac{g}{L}} L\theta_0 \sin \omega t$$
$$= \sqrt{gL}\theta_0 \sin \omega t$$

$$T = \frac{2\pi}{\omega} = 2\pi \sqrt{\frac{L}{g}}$$



Quanto vale l'approssimazione piccolo angolo?



Per $x < 0.5$ rad (=circa 30 gradi)

$$sen(x) = x$$

Costruiamo il pendolo



Vogliamo costruire un pendolo che abbia un semiperiodo di 1 secondo)

$$T = \frac{2\pi}{\omega} = 2\pi\sqrt{\frac{L}{g}} = \frac{6.28}{\sqrt{9.81}}\sqrt{L} = 2\sqrt{L}$$

$$\sqrt{L} = \frac{T}{2} \rightarrow L = \left(\frac{T}{2}\right)^2 = 1m$$

Q: se portassimo il pendolo sulla luna, segnerebbe lo stesso tempo?

Q: e se il pendolo è piccolo?



Esercizi

- Dato un oscillatore con k=0.3 N/cm, messo in oscillazione con A=1.2cm, quale e' ampiezza massima, velocita' massima, accelerazione massima. Quali sono periodo, frequenza, e frequenza angolare?
- L'oscillatore sopra nel caso dopo 80 secondi avrebbe una ampiezza pari a 1/12 di quella iniziale, che potenza devo somministrare per mantenerlo in oscillazione con ampiezza costante?
- A breve andremo a lavorare sulla luna, di quanto deve essere lungo un pendolo per dare un semiperiodo di 1 sec?
- Una molecola oscilla con una frequenza di 0.8 MHz e pesa 10^-29 kg, quale e' la sua costante elastica?