

Corso di Fisica Generale – Pt1

Chimica Industriale 25/26



UNIVERSITÀ
DEGLI STUDI
DI PADOVA

Lez 3. Dinamica del punto

Docente:

Alessandro Patelli
alessandro.patelli@unipd.it





- Principio di Inerzia
- Legge di Newton
- La natura vettoriale delle forze

- Gravità
- Forze normali
- Attrito
- Forze elastiche

La cinematica
descrive il moto

$$\overrightarrow{r}(t) = \overrightarrow{r}_0 + \overrightarrow{v}_0(t - t_0) + \frac{1}{2}\vec{a}(t - t_0)^2$$

Ma cosa causa il moto?





www.immaginidivertenti.org

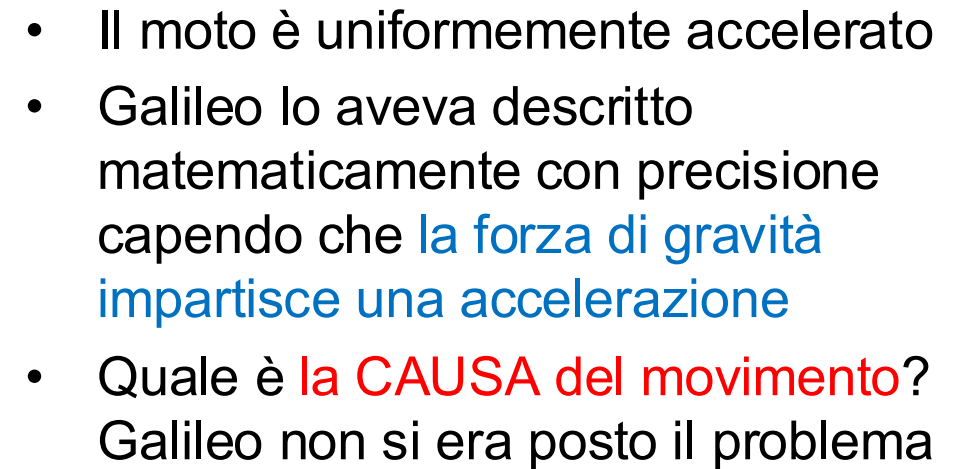
- Aristotele pensava che servisse **una forza per dare velocità** ad un oggetto, che altrimenti starebbe fermo
- Già Stratone (300 AC) osservando le gocce cadere da un tetto si accorse di una cosa....quale?
- **Le gocce aumentano la distanza tra di loro → accelerazione**

**Chi genera
l'accelerazione delle
gocce verso il suolo?**



1800 anni dopo: Galileo fece MISURE







Primo principio della dinamica

*“In assenza di forze, un corpo mantiene il proprio stato di quiete o **di moto rettilineo uniforme**”*

1. Se non viene esercitata una forza su un corpo, o sta fermo, o rimane in movimento con velocità costante.
2. E viceversa, se il corpo si muove a velocità costante (o è fermo), non ci sono forze attive sul corpo

Primo principio della dinamica

*“In assenza di forze, un corpo mantiene il proprio stato di quiete o **di moto rettilineo uniforme**”*



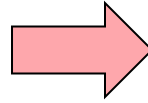
- Tutti sappiamo cosa succede se freniamo sul ghiaccio: scivoliamo e “non ci fermiamo più”
- ... manteniamo velocità costante



1^a legge di Newton

Isaac Newton (1642 – 1726)

Cosa sta causando la variazione di velocità di un oggetto?



Più alta è la massa, più difficile è cambiare la sua velocità (es: per fermarlo)

Definiamo

Momento lineare

inerzia

$$\vec{p} = m\vec{v}$$

unità
 $\text{Kg} \cdot \text{m} \cdot \text{s}^{-1}$

dimensione
 $[\text{M}][\text{L}][\text{T}]^{-1}$

1° legge di Newton

Se un oggetto è isolato (non interagisce con l'ambiente esterno), si muove in moto lineare a velocità costante o se a riposo, mantiene lo stato

Conservazione della quantità di moto lineare

$$\Delta \vec{p} = 0$$

Considerando
Variazioni infinitesimali

$$\frac{d\vec{p}}{dt} = 0 \rightarrow \vec{p} = \text{costante}$$

Sistemi di riferimento inerziali



La velocità a riposo o costante sono lo stesso stato



Secondo principio della dinamica

La variazione di velocità, in modulo e/o in direzione, di un corpo è dovuta a una forza

$$\Delta v \neq 0 \Leftrightarrow \exists \vec{F}$$

La forza è la grandezza che esprime e misura l'interazione fra sistemi fisici

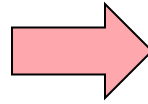
2° legge di Newton

Ogni interazione di un oggetto con l'ambiente esterno è rappresentata da una forza $\vec{F}$ e porta ad una variazione della quantità di moto lineare

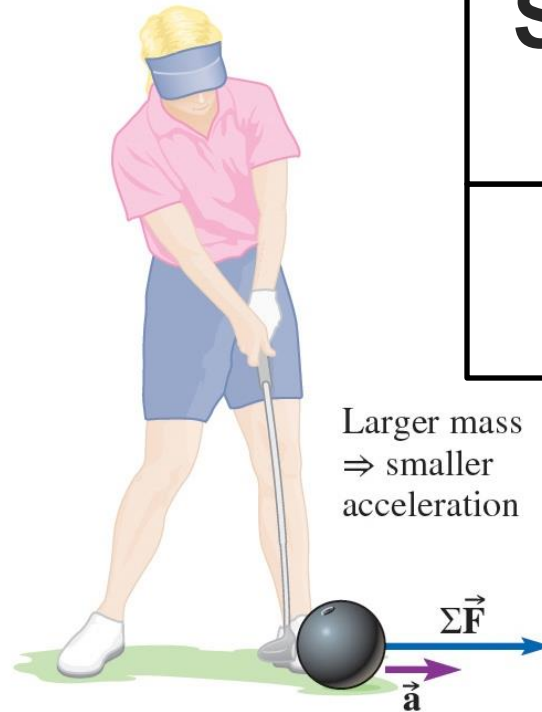
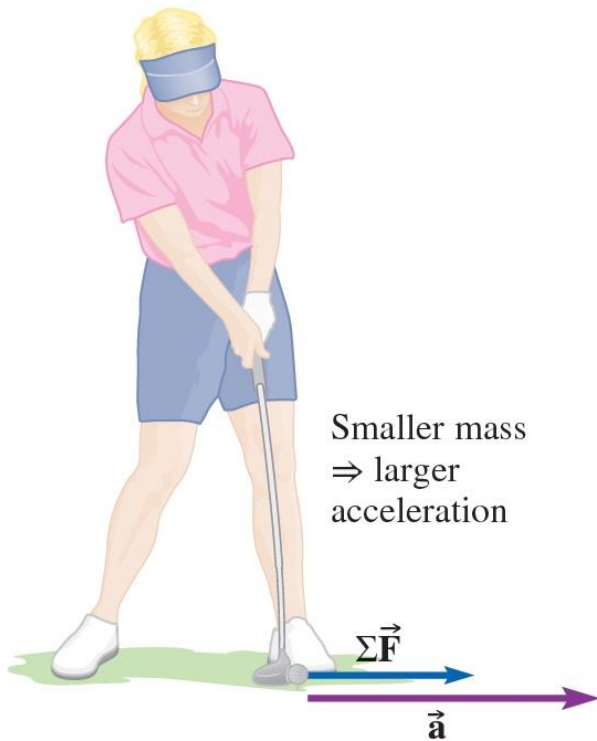
La forza è il tasso di variazione della quantità di moto

$$\frac{d\vec{p}}{dt} \neq 0 \qquad \frac{d\vec{p}}{dt} = m \frac{d\vec{v}}{dt} = m\vec{a} = \vec{F}$$

Cosa sta causando la variazione di velocità di un oggetto?



Più alta è la massa, più difficile è cambiare la sua velocità
(es: per fermarlo)



Secondo principio della dinamica

$$\vec{F} = m\vec{a}$$

↑
inerzia

unità
 $N = \text{Kg} \cdot \text{m} \cdot \text{s}^{-2}$

dimensione
 $[M][L][T]^{-2}$

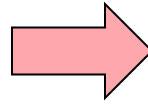
- A parità di forza, più grande è la massa, minore è accelerazione
- E' più difficile (serve più forza) accelerare corpi con maggiore massa



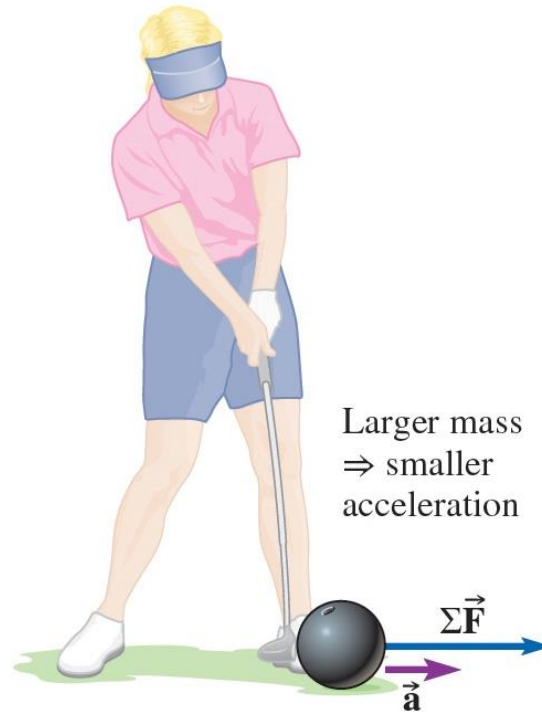
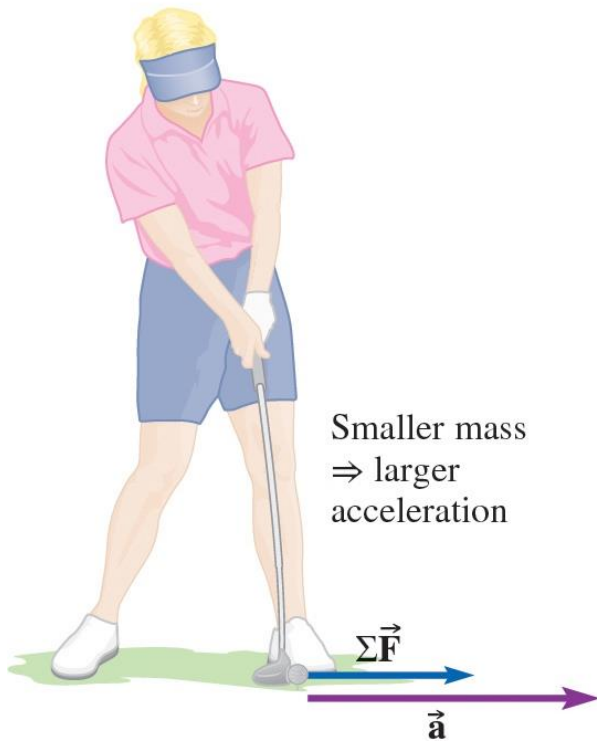


2° legge di Newton

Cosa sta causando la variazione di velocità di un oggetto?



Più alta è la massa, più difficile è cambiare la sua velocità
(es: per fermarlo)



$$\vec{F} = m\vec{a}$$

inertia

unità
 $N = \text{Kg} \cdot \text{m} \cdot \text{s}^{-2}$

dimensione
 $[M][L][T]^{-2}$

Massa = Inerzia

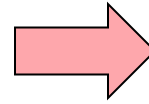
La massa rappresenta la facilità con cui posso cambiare la velocità

Peso ≠ Massa

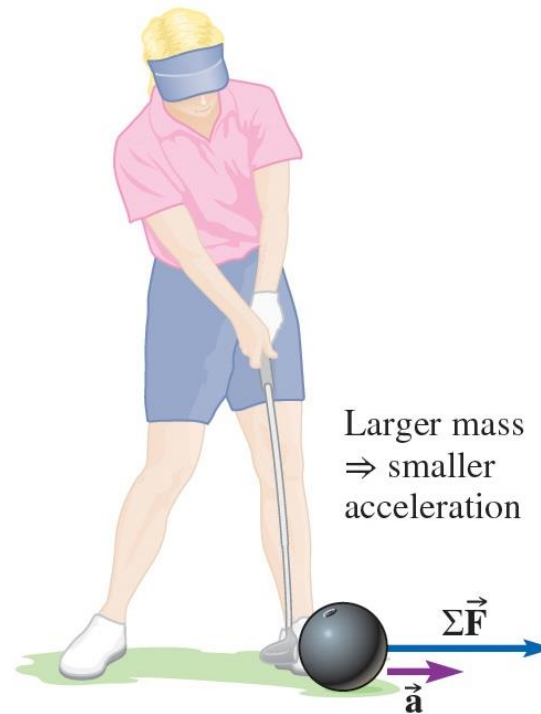
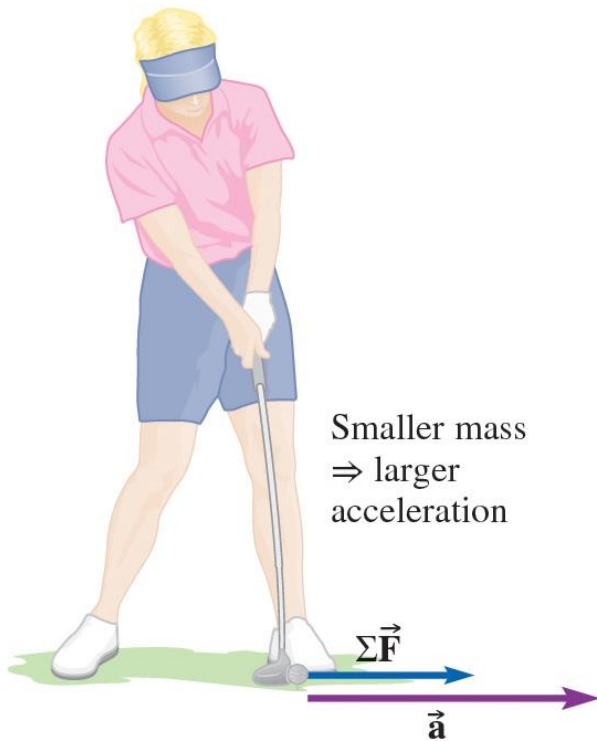
Sulla luna e poi sulla terra la massa è la stessa il peso è diverso



Cosa sta causando la variazione di velocità di un oggetto?



Più alta è la massa, più difficile è cambiare la sua velocità (es: per fermarlo)



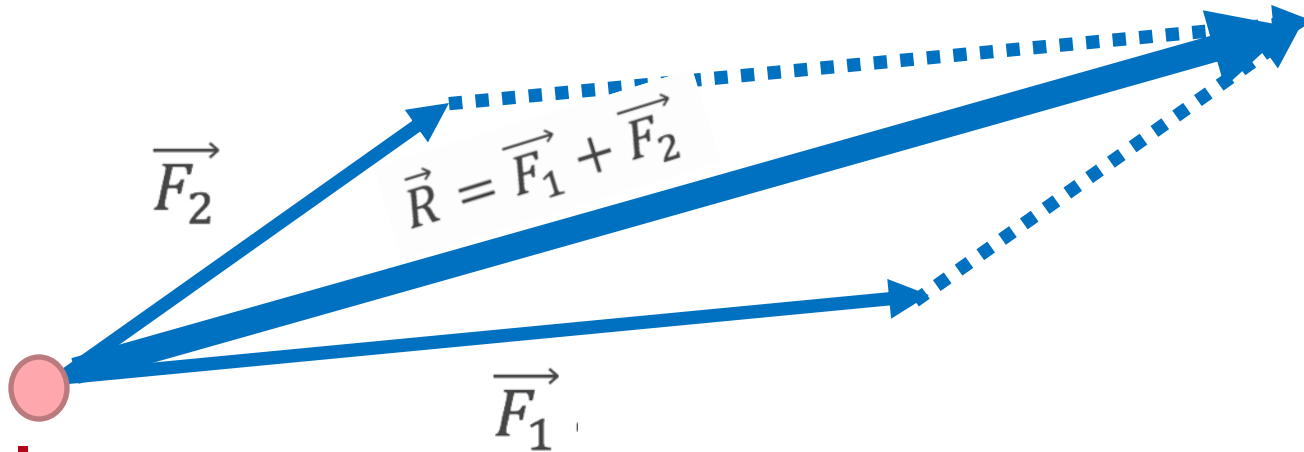
$$\vec{F} = m\vec{a}$$

inertia

unità
 $N = \text{Kg} \cdot \text{m} \cdot \text{s}^{-2}$

dimensione
 $[M][L][T]^{-2}$

- Se più di una forza agisce sull'oggetto $\vec{F}$ è la forza netta (la somma delle forze) che cambia la velocità
- Sempre $\vec{a} // \vec{F}$

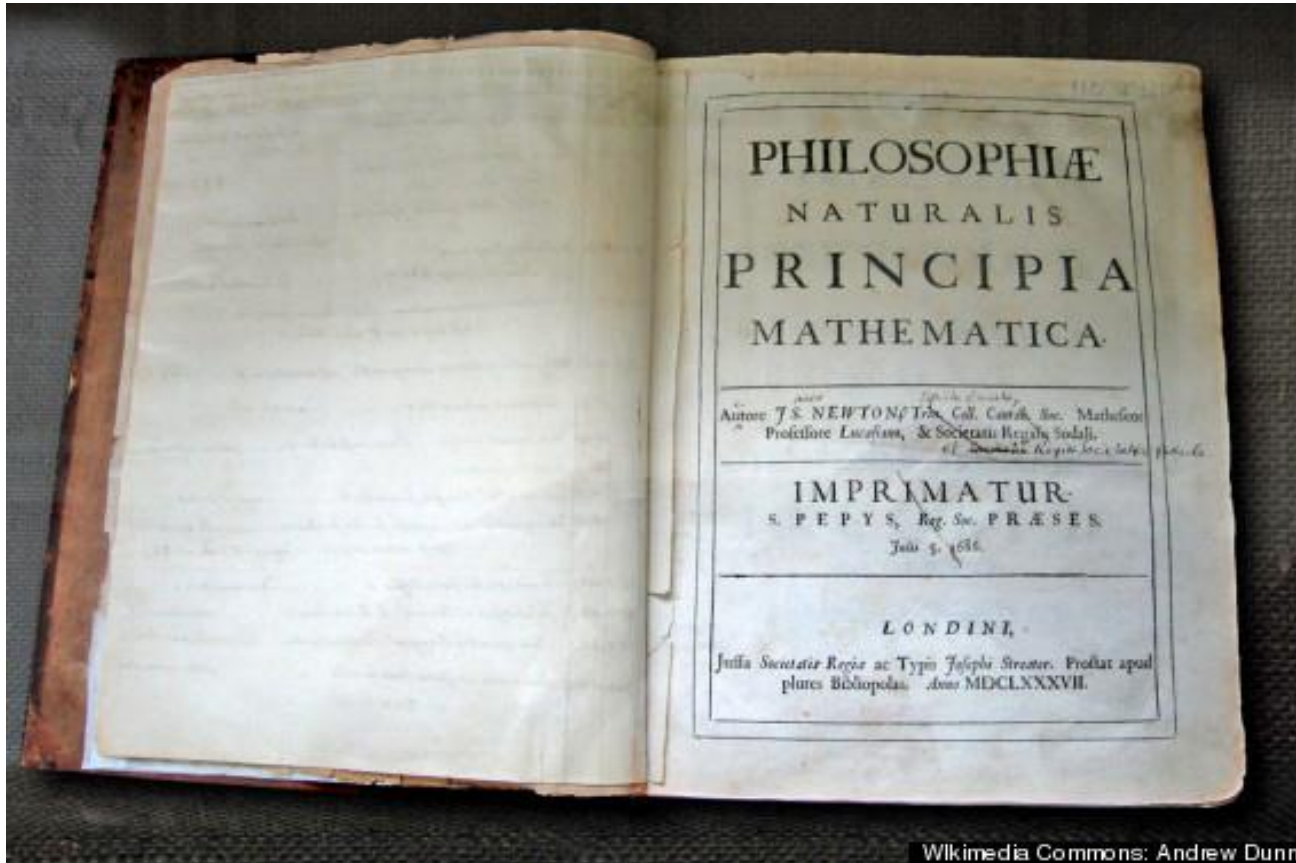


- Date due forze $\vec{F}_1$ a $\vec{F}_2$ che agiscono su un punto materiale di massa “m”
- Le forze si sommano vettorialmente e la forza totale e' detta la RISULTANTE delle forze

$$\vec{R} = \vec{F}_1 + \vec{F}_2$$

Il punto materiale di massa “m” accelera sotto effetto della RISULTANTE:

- nella direzione della RISULTANTE e
- con accelerazione $\vec{a} = \vec{R}/m = (\vec{F}_1 + \vec{F}_2)/m = \vec{F}_1/m + \vec{F}_2/m$



Galileo Galilei



Is. Newton



During a pandemic, Isaac Newton had to work from home, too. He used the time wisely.

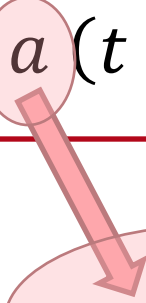
- Grande piaga a Londra quando Newton aveva 20 anni, costretto a casa per 1 anno
- In quell'anno
 - Scoperto calcolo infinitesimale
 - Pubblicato Teoria di Ottica
 - Pubblicato teoria della gravità...



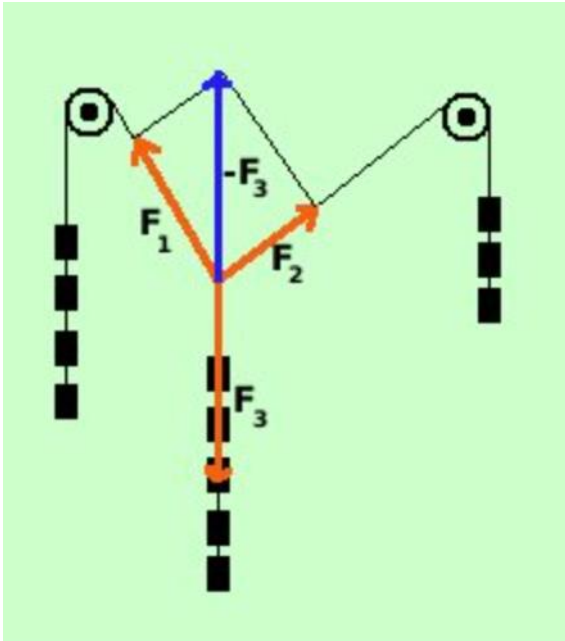
L'accelerazione viene *sempre* da una forza

Moto rettilineo uniformemente accelerato

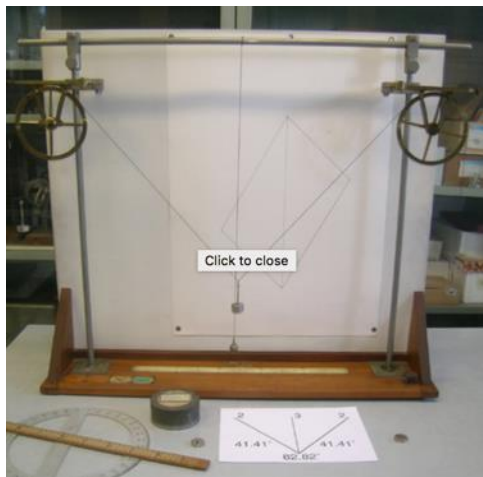
$$x(t) = x_0 + v_0(t - t_0) + \frac{1}{2}a(t - t_0)^2$$


$$a = F_x/m$$

- Prima sapevamo che c'era una accelerazione
- Ora sappiamo che questa **accelerazione è causata da una forza** che agisce, dipende dalla massa m del corpo e vale $a = F_x/m$



- Avevamo visto che lo studio del moto in più dimensioni si poteva **scomporre nelle componenti** lungo un sistema di assi cartesiani...
- Questo vale anche per le forze: **la forza è una grandezza vettoriale**, e quindi si può
 - Scomporre nelle sue componenti
 - Fare i conti separatamente per le componenti
 - Mettere assieme vettorialmente il risultato finale



Esiste un esperimento per la verifica della natura vettoriale delle forze (**Esperimento di Varignon**)→ <http://patrimonio-didattico.fisica.unipd.it/esperimento.php?esperimento=4>

Legge Newton

$$\vec{F} = m \vec{a}$$

- Scritta così, corrisponde a tre leggi:

$$\vec{F}_x = m \vec{a}_x ; \quad \vec{F}_y = m \vec{a}_y ; \quad \vec{F}_z = m \vec{a}_z$$

- E per ognuna di queste il moto diventa quindi:

$$x(t) = x_0 + v_{x,0}(t - t_0) + \frac{1}{2} a_x (t - t_0)^2 \quad \text{con} \quad a_x = F_x/m$$

$$y(t) = y_0 + v_{y,0}(t - t_0) + \frac{1}{2} a_y (t - t_0)^2 \quad \text{con} \quad a_y = F_y/m$$

$$z(t) = z_0 + v_{z,0}(t - t_0) + \frac{1}{2} a_z (t - t_0)^2 \quad \text{con} \quad a_z = F_z/m$$



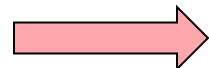
Terzo principio della dinamica

Consideriamo due oggetti punto con massa m_1 e m_2 in un sistema isolato

$$\vec{p} = \vec{p}_1 + \vec{p}_2 = m_1 \vec{v}_1 + m_2 \vec{v}_2$$

Poiché il sistema è isolato

$$\frac{d\vec{p}}{dt} = \frac{d\vec{p}_1}{dt} + \frac{d\vec{p}_2}{dt} = m_1 \frac{d\vec{v}_1}{dt} + m_2 \frac{d\vec{v}_2}{dt} = 0$$


$$\vec{F}_{12} = -\vec{F}_{21}$$

3° legge di Newton

In un'interazione tra due oggetti, ogni oggetto esercita una forza sull'altro. Queste due forze sono uguali in grandezza e opposte in direzione

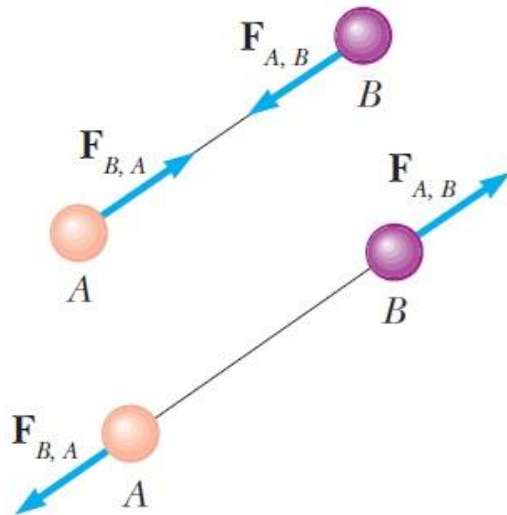
Le forze sono sempre in coppie, una forza agisce su ciascun oggetto interagente con la stessa grandezza e direzione opposta

La "Forza" viene introdotta per descrivere l'interazione tra 2 oggetti

Sempre a **coppie**, una su ogni oggetto:
stessa grandezza / direzioni opposte

La forza è un **vettore** $\vec{F}$

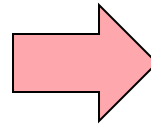
l'unità di misura della forza è N, *Newton*



Legge Newton nella forma più generale

$$\vec{F} = m \vec{a}$$

In generale
 m è costante

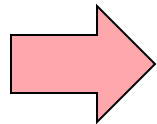


Avendo definito la
quantità di moto
 $\vec{p} = m\vec{v}$

$$\vec{F} = \frac{d\vec{p}}{dt}$$

Posso definire la sua forma integrale

Se m è
costante


$$\vec{J} = \int_{t_0}^t \vec{F} dt = \int_{p_0}^p d\vec{p} = \vec{p} - \vec{p}_0 = \Delta\vec{p} = m\Delta\vec{v}$$

Se su un punto materiale agiscono contemporaneamente più forze, il moto del punto ha luogo come se agisse una sola forza, la **risultante delle forze** applicate al punto.

$$\vec{F}_{net} = \sum_i \vec{F}_i = \vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \dots + \vec{F}_n$$

*Indipendenza delle
azioni simultanee*

L'accelerazione del punto è pari alla somma vettoriale delle accelerazioni che il punto avrebbe se agisse ciascuna forza da sola.

$$\vec{a} = \frac{\vec{F}}{m} = \sum_i \frac{\vec{F}_i}{m} = \sum_i \vec{a}_i$$

Ma allora se $\vec{F}_{net} = \mathbf{0}$

velocità nulla
→ **quiete**

$$\vec{F}_{net} = \sum_i \vec{F}_i = \mathbf{0} \Rightarrow \begin{cases} F_x = \sum_i F_{i,x} = 0 \\ F_y = \sum_i F_{i,y} = 0 \\ F_z = \sum_i F_{i,z} = 0 \end{cases}$$

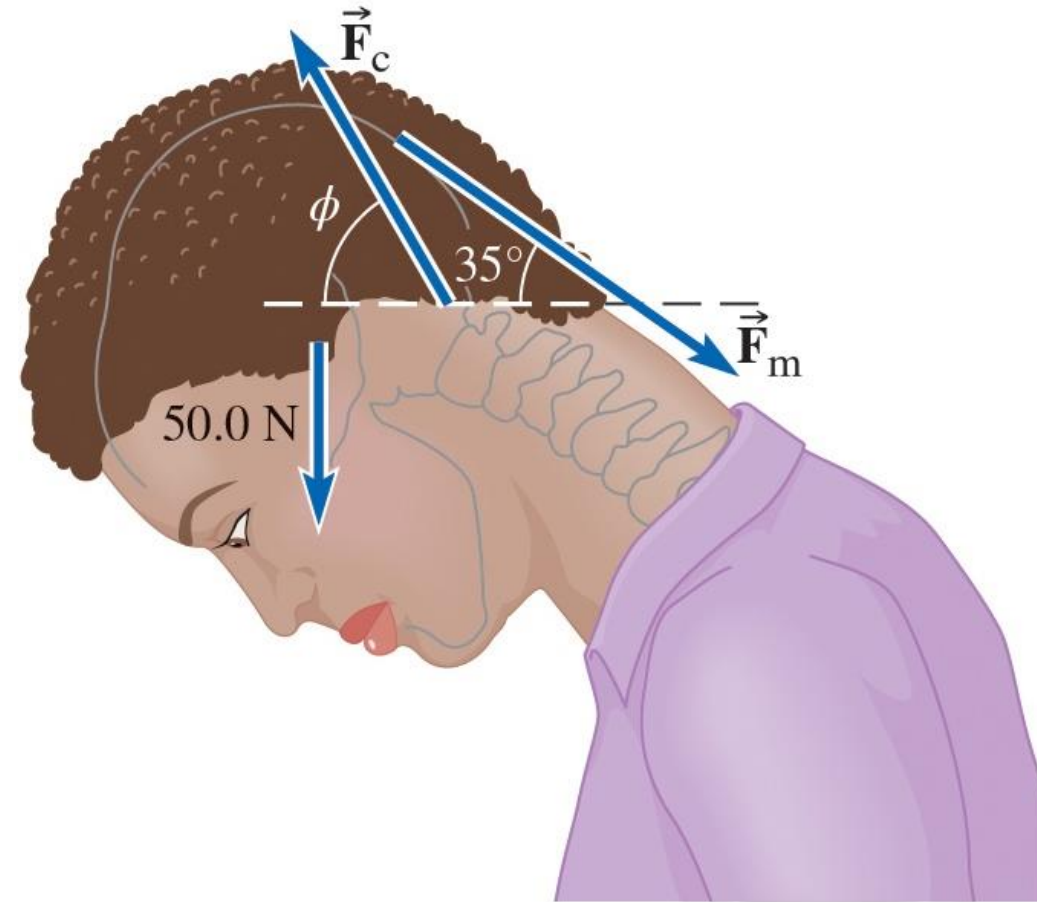
**Equilibrio
statico**

La testa di una studentessa è china sul suo smartphone.

La testa pesa 50.0 N ed è sostenuta dalla forza muscolare $\vec{F}_m$ esercitata dai muscoli estensori del collo e dalla forza di contatto $\vec{F}_c$ esercitata all'articolazione atlanto-occipitale.

Dato che la magnitudine di $\vec{F}_m$ è 60.0 N ed è diretta 35° sotto l'orizzontale, trova

- (a) la magnitudine di $\vec{F}_c$
- (b) la direzione di $\vec{F}_c$.



La testa non cade, quindi nessuna variazione di quantità di moto lineare $\rightarrow$ forza totale nulla

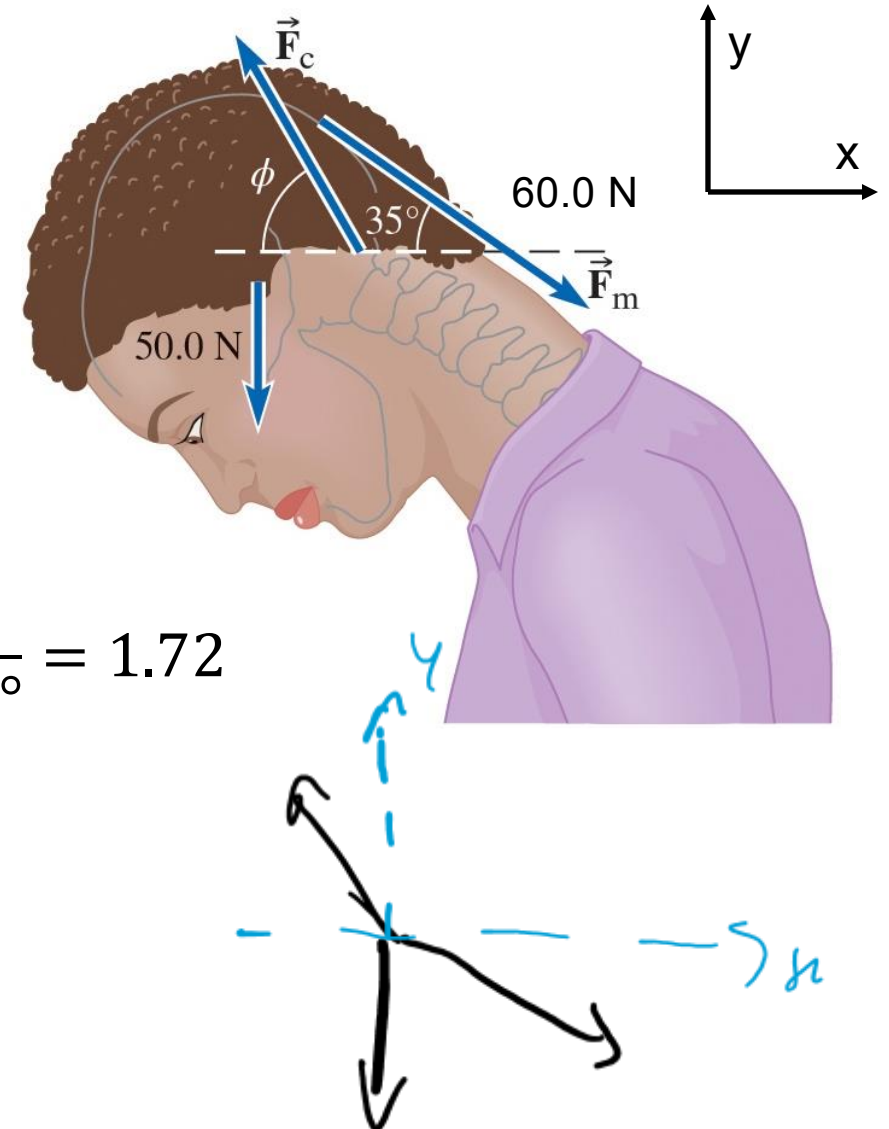
$$F_{mx} + F_{cx} = F_m \cos 35^\circ - F_c \cos \phi = 0$$

$$F_{my} + F_{cy} - W = -F_m \sin 35^\circ + F_c \sin \phi - W = 0$$

$$(b) \quad \tan \phi = \frac{F_m \sin 35^\circ + W}{F_m \cos 35^\circ} = \tan 35^\circ + \frac{W}{F_m \cos 35^\circ} = 1.72$$

$$\phi = 59.8^\circ$$

$$(a) \quad F_c = F_m \frac{\cos 35^\circ}{\cos \phi} = 97.7 \text{ N}$$



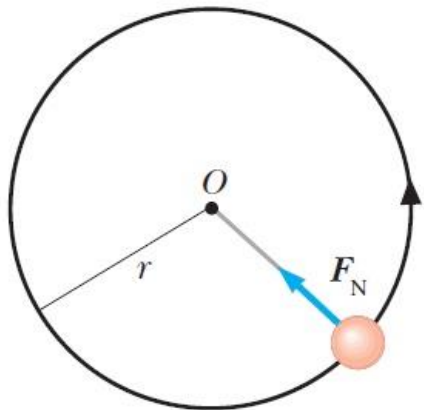
L'equilibrio dinamico si ha quando l'azione di una forza provoca un **moto uniforme non accelerato**, $|\vec{v}| = \textit{costante}$.

In un moto curvilineo

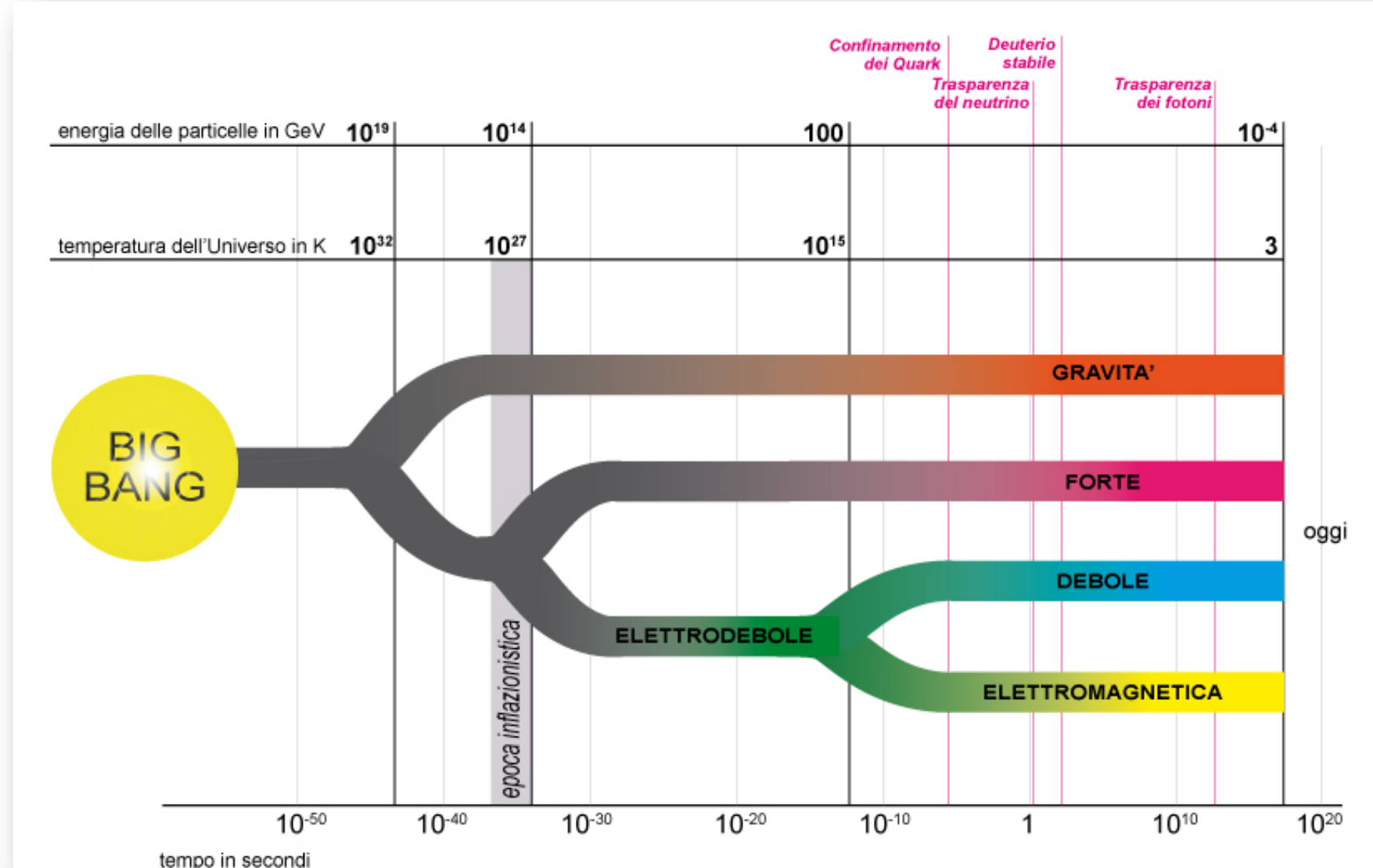
$$\vec{F} = \vec{F}_T + \vec{F}_N = m\vec{a}_T + m\vec{a}_N = m \frac{dv}{dt} \hat{u}_T + m \frac{v^2}{R} \hat{u}_N$$

Se $\vec{F}_N = 0$

~~$$\vec{F} = \vec{F}_T + \vec{F}_N = m\vec{a}_T + m\vec{a}_N = m \frac{dv}{dt} \hat{u}_T + m \frac{v^2}{R} \hat{u}_N$$~~

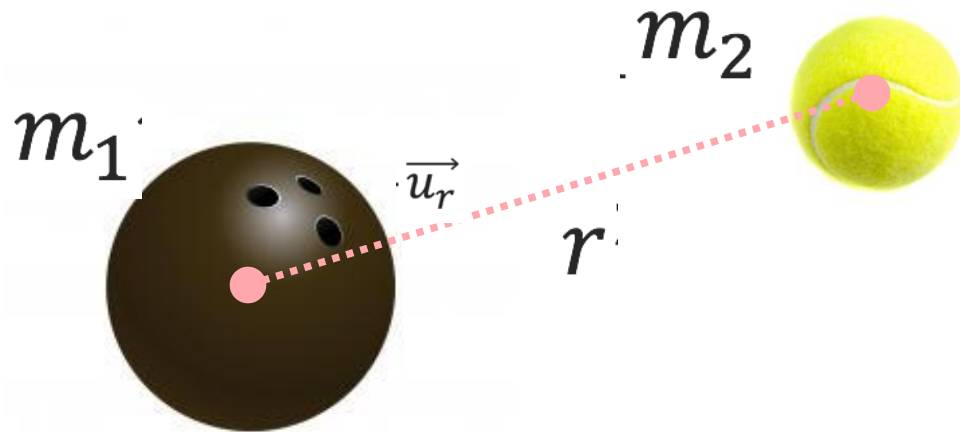


Moto circolare uniforme è un equilibrio dinamico



- Le interazioni fondamentali sono 4, e cosa sono tutte quelle di cui abbiamo spesso sentito parlare
 - Forza attrito
 - Forza van der Waals
 - Forza viscosa
 - ...
- Queste sono **forze “macroscopiche”** a cui abbiamo dato nome, ma in realta' sono tutte dovute solo a interazione elettromagnetiche.





Modulo della forza gravità

$$F_G = G \frac{m_1 m_2}{r^2}$$

... in formato vettoriale

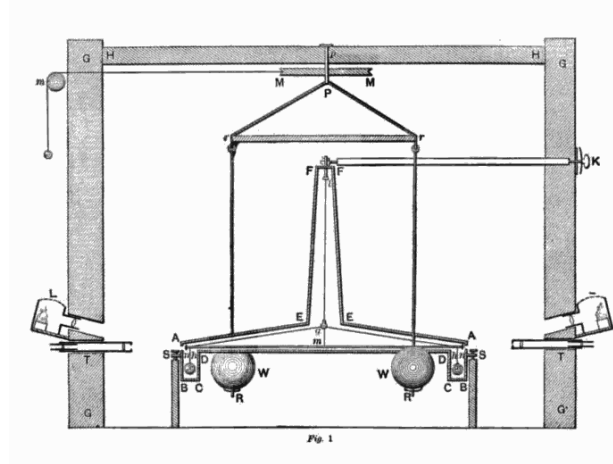
$$\vec{F}_G = -G \frac{m_1 m_2}{r^2} \vec{u}_r$$

- **Caratteristiche:**
 - La forza di gravità si esercita tra tutti i corpi dotati di massa
 - E' proporzionale alle masse dei due corpi
 - E' inversamente proporzionale al quadrato della distanza
 - E' solo attrattiva
 - E' diretta come la congiungente delle masse
- G è costante di Newton/Cavendish o della gravitazione universale:

$$G = 6.67 \times 10^{-11} \frac{N m^2}{kg^2}$$



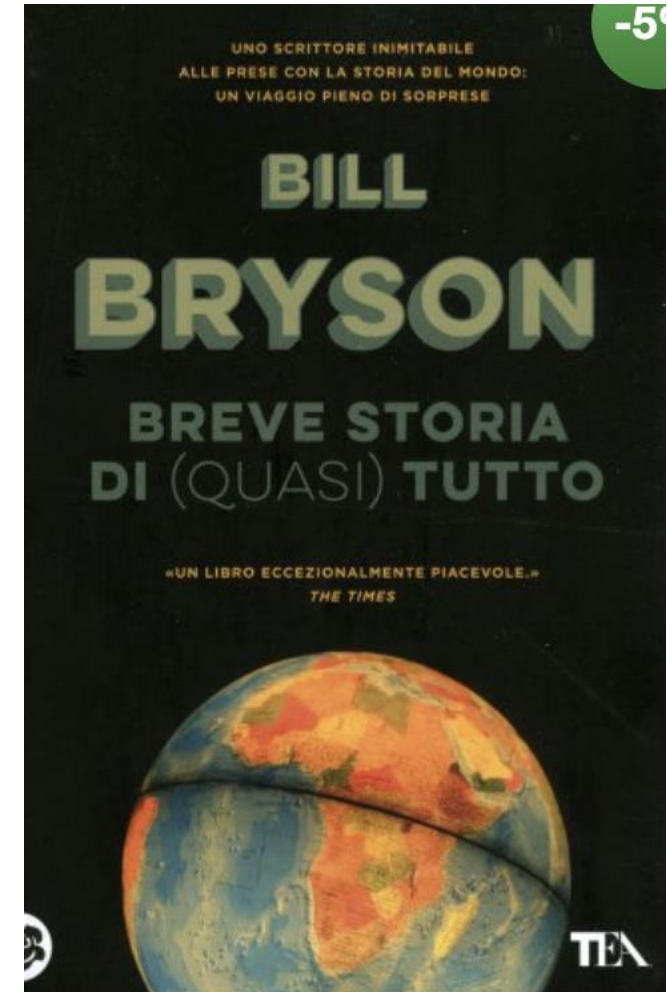
1731 – 1810

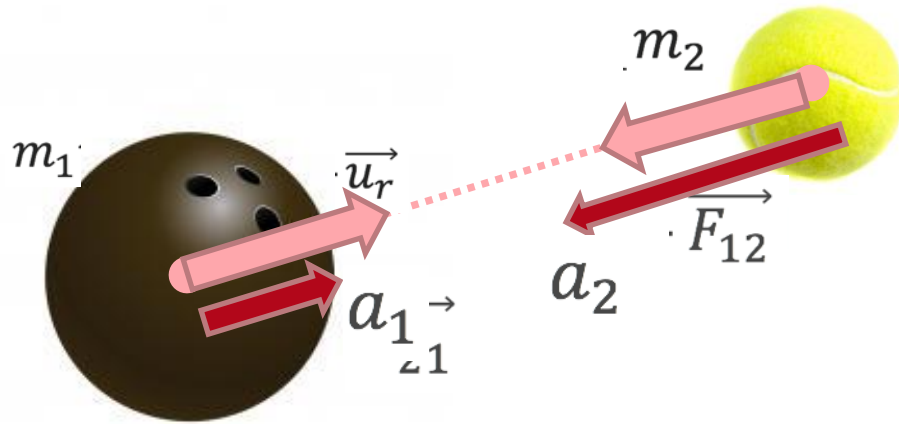


Misura g (1873):
 $G = 6.74 \times 10^{-11} \text{ m}^3 \text{ kg}^{-1} \text{ s}^{-2}$

Valore riferimento ($\pm 1\%$)
 $6.67408 \times 10^{-11} \text{ m}^3 \text{ kg}^{-1} \text{ s}^{-2}$

<https://www.aif.it/fisico/biografia-henry-cavendish/>





$$F_G = G \frac{m_1 m_2}{r^2}$$

Le forze SONO INTERAZIONI nel senso che avvengono a coppie

- I due corpi si attirano con $F_G = F_{12} = F_{21}$, stesso modulo, stessa direzione, verso opposto

$$\vec{F}_{21} = -\vec{F}_{12}$$

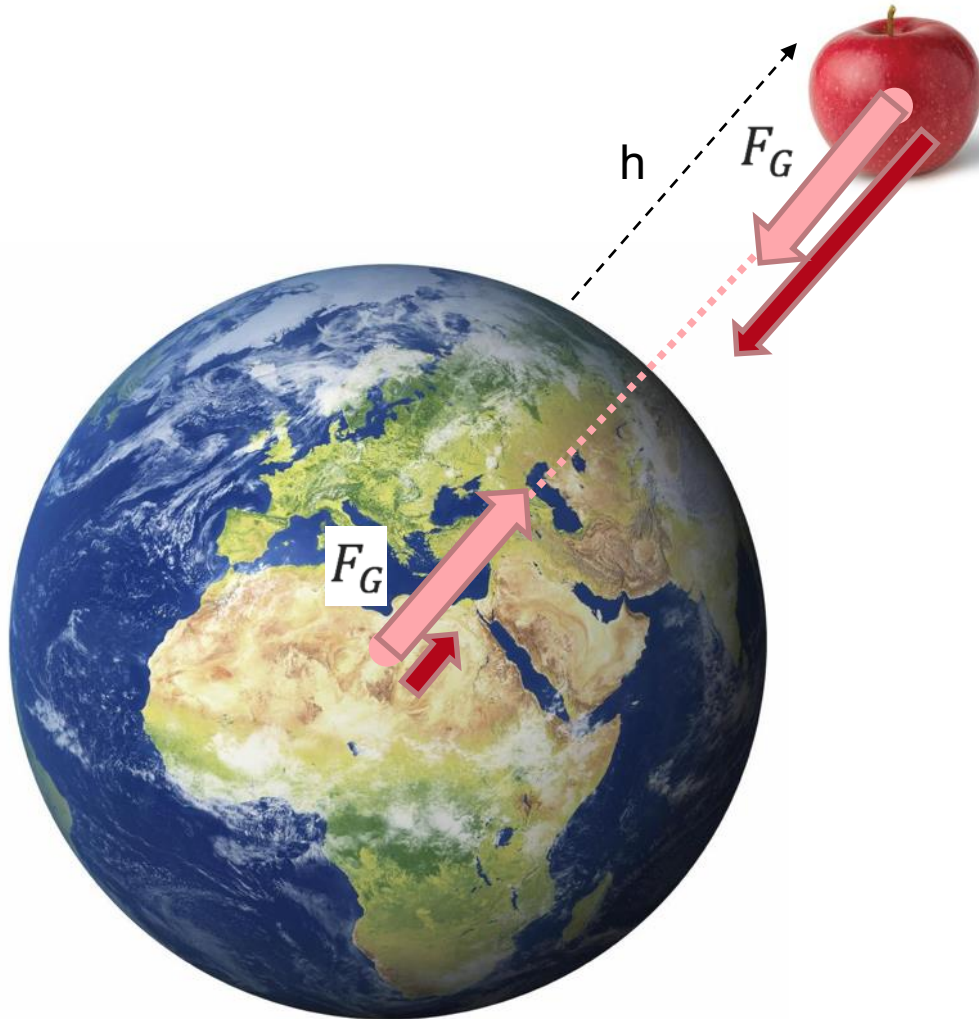
- Le accelerazioni hanno stessa direzione, verso opposto e diverso modulo

$$\vec{a}_1 \neq \vec{a}_2$$

Chi va più veloce?

La mela attira la terra

Una mela attira la terra con la stessa forza con cui la terra attira la mela



$$\begin{aligned} F_G &= G \frac{m_T m_m}{(R_T + h)^2} \\ &= \frac{6.67 \times 10^{-11} \cdot 5.97 \times 10^{24} \cdot 0.1}{(6.37 \times 10^6)^2} \\ &= 0.981 \text{ N} \end{aligned}$$

Guardiamo alle accelerazioni:

$$a_T = \frac{F_G}{m_T} = \frac{0.981}{m_T} = 1.6 \times 10^{-25} \text{ m/s}^2$$

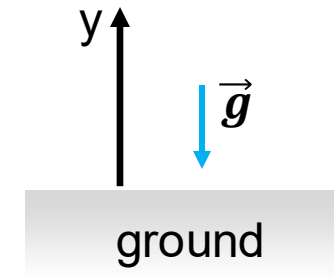
$$a_m = \frac{F_G}{m_m} = \frac{0.981}{m_m} = 9.81 \text{ m/s}^2$$



La piuma e la moneta – Tubo di Newton



$$\vec{F} = m\vec{g}$$



<https://www.youtube.com/watch?v=E43-CfukEgs>

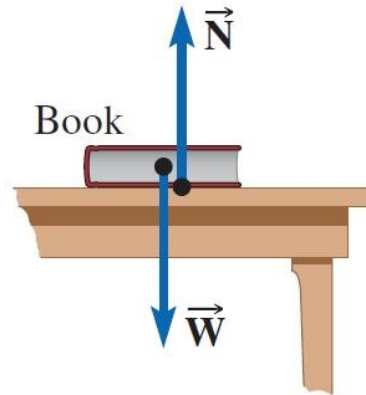


- Che cosa dicono il primo e il secondo principio della dinamica?
- Se un corpo è fermo, significa che non ci sono forze in gioco?
- Come mai la 'massa' si cancella quando applichiamo la seconda legge di Newton alla forza gravitazionale?
- La forza della legge di Newton è una forza specifica o generica?
- Va bene misurare il peso di una persona in kg?
- Cosa si intende per principio di azione e reazione?
- Se una mela cade per terra, la terra ne subisce accelerazione?

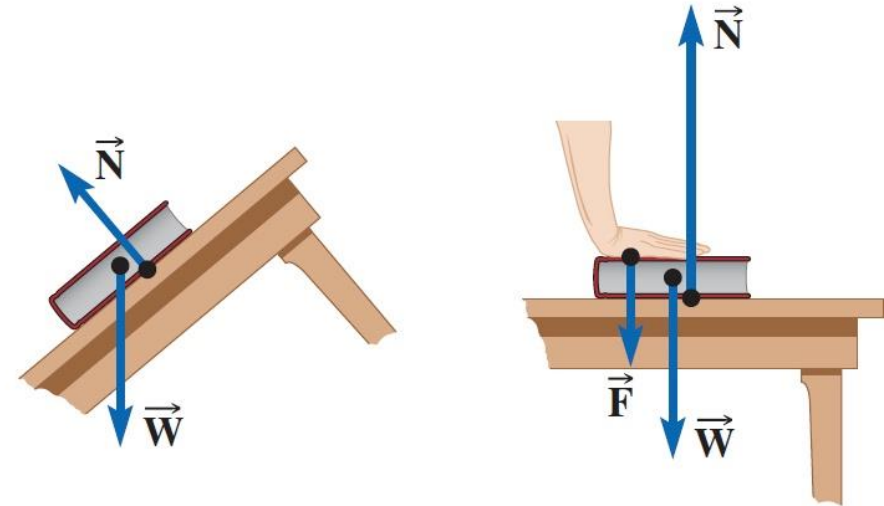


*L'origine è
su scala
atomica*

Normal force and weight
equal in magnitude



Normal force and weight *not* equal in magnitude



In generale la reazione vincolare non è determinabile a priori, utilizzando una data formula, ma deve essere calcolata caso per caso dall'esame delle condizioni fisiche.

Una forza di contatto perpendicolare alla superficie di contatto che impedisce a due oggetti solidi di passare l'uno attraverso l'altro è chiamata forza normale.

$\vec{W}$ e $\vec{N}$ non sono forze di coppia poiché agiscono sullo stesso oggetto e sono dovute a interazioni diverse



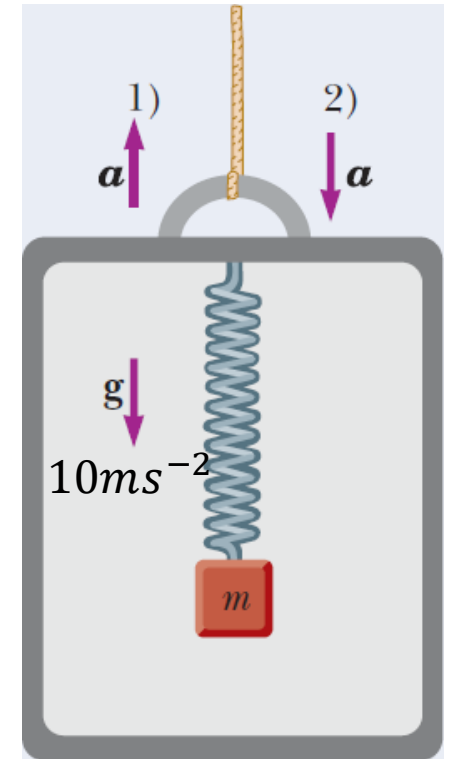
$$\vec{F} + \vec{N} = m\vec{g} + \vec{N} = m\vec{a}$$

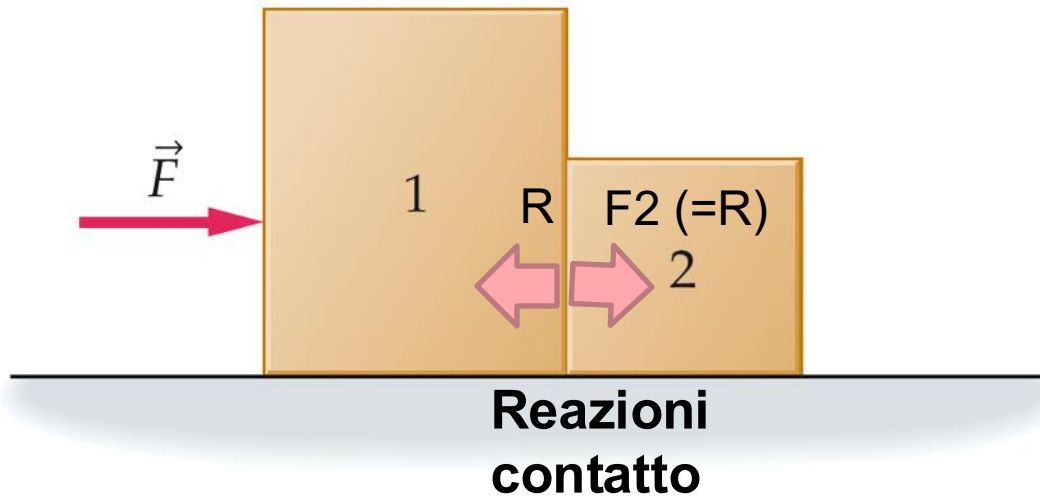
Un corpo di massa $m = 4 \text{ kg}$ pende al capo di un dinamometro che è appeso al soffitto di un ascensore.

Calcolare il peso del corpo misurato dal dinamometro quando l'ascensore :

1. è fermo
2. quando sale con $\vec{a} = 2\text{ms}^{-2}$
3. quando scende con $\vec{a} = -2\text{ms}^{-2}$

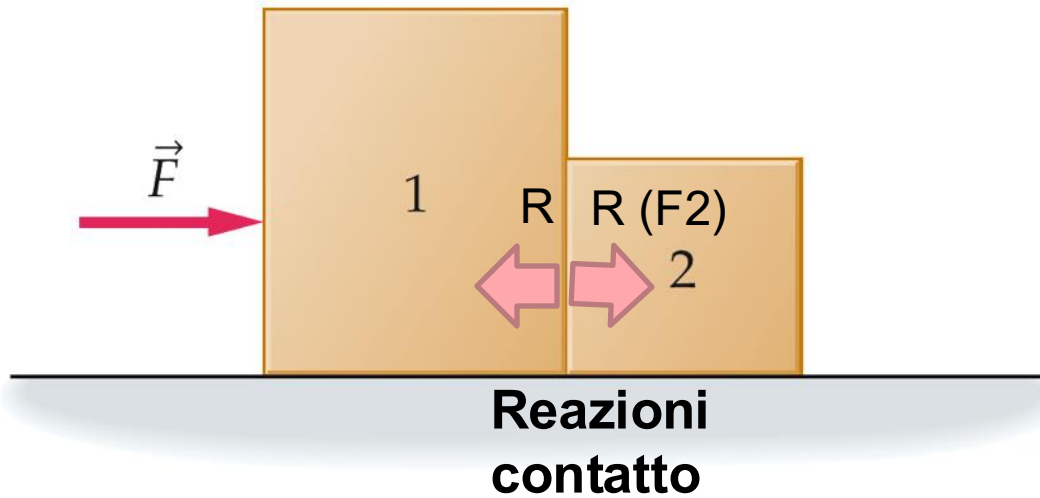
1. $\vec{N} = \vec{F} = m\vec{g} \rightarrow N = 40\text{N}$
2. $\vec{N} = m(\vec{g} + \vec{a}) \rightarrow N = 48\text{N}$
3. $\vec{N} = m(\vec{g} - \vec{a}) \rightarrow N = 32\text{N}$





- Spingo due scatole di massa m_1 e m_2 con una forza F , come si muove la scatola 1, e come la scatola 2?
- **F non è unica forza in gioco: ci sono reazioni di contatto per cui la scatola 1 spinge la scatola 2 (e la scatola 2 fa reazione)**
 - F (forza su entrambe le scatole, applicata su scatola 1)
 - F_2 (forza sulla scatola 2)
 - R , reazione della scatola 2 sulla scatola 1

- **La risultante delle forze sul corpo 2 è $F_2 = R$**
- **La risultante delle forze sul corpo 1 è $F_1 = F - R$**
- **F non è la forza sul corpo 1, ma sui corpi 1+2**



- Fate la distinzione tra:
 - Causa del movimento = risultante forze su un oggetto
 - Effetto della forza = ma

F è la causa del movimento $F = ma \rightarrow F = (m_1 + m_2)a$ dove a è accelerazione di entrambi i corpi $a = a_1 = a_2$

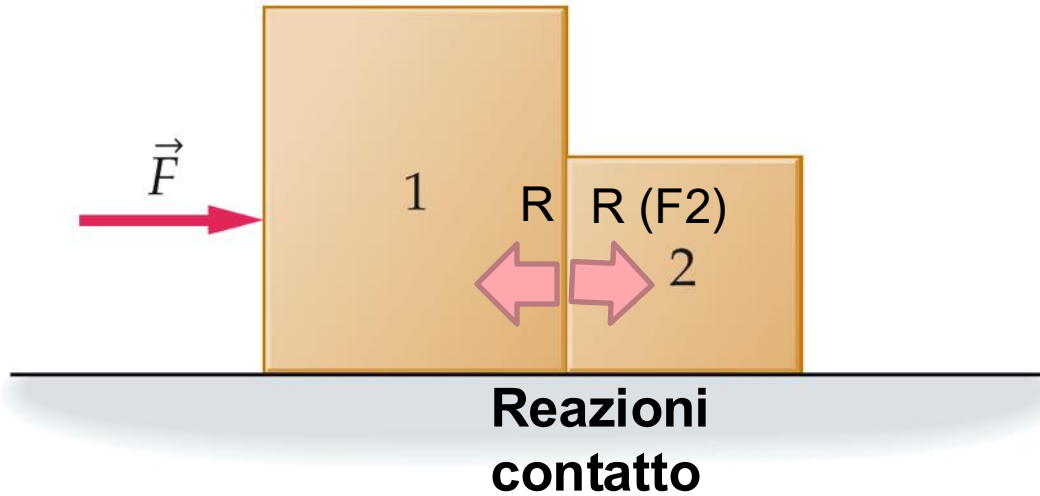
La risultante delle forze sul corpo 2 è R quindi:

$$R = m_2 a_2 = m_2 a = m_2 \frac{F}{m_1 + m_2} = \frac{m_2}{m_1 + m_2} F$$

La risultante delle forze sul corpo 2 è R quindi:

$$R = m_2 a_2 = m_2 a = m_2 \frac{F}{m_1 + m_2} = \frac{m_2}{m_1 + m_2} F$$

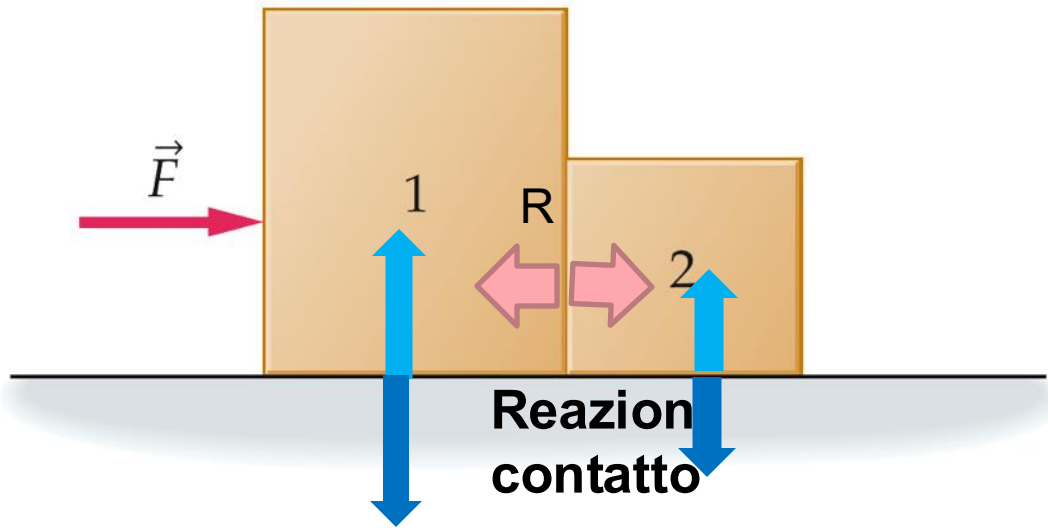
La forza sul corpo 2 è sempre minore di F e dipende dalle due masse



Siccome $a = a_1 = a_2$ e $F = ma \rightarrow F = (m_1 + m_2)a$, allora per il corpo 1 la legge di Newton si scrive:

$$F - R = m_1 a_1 = m_1 a$$

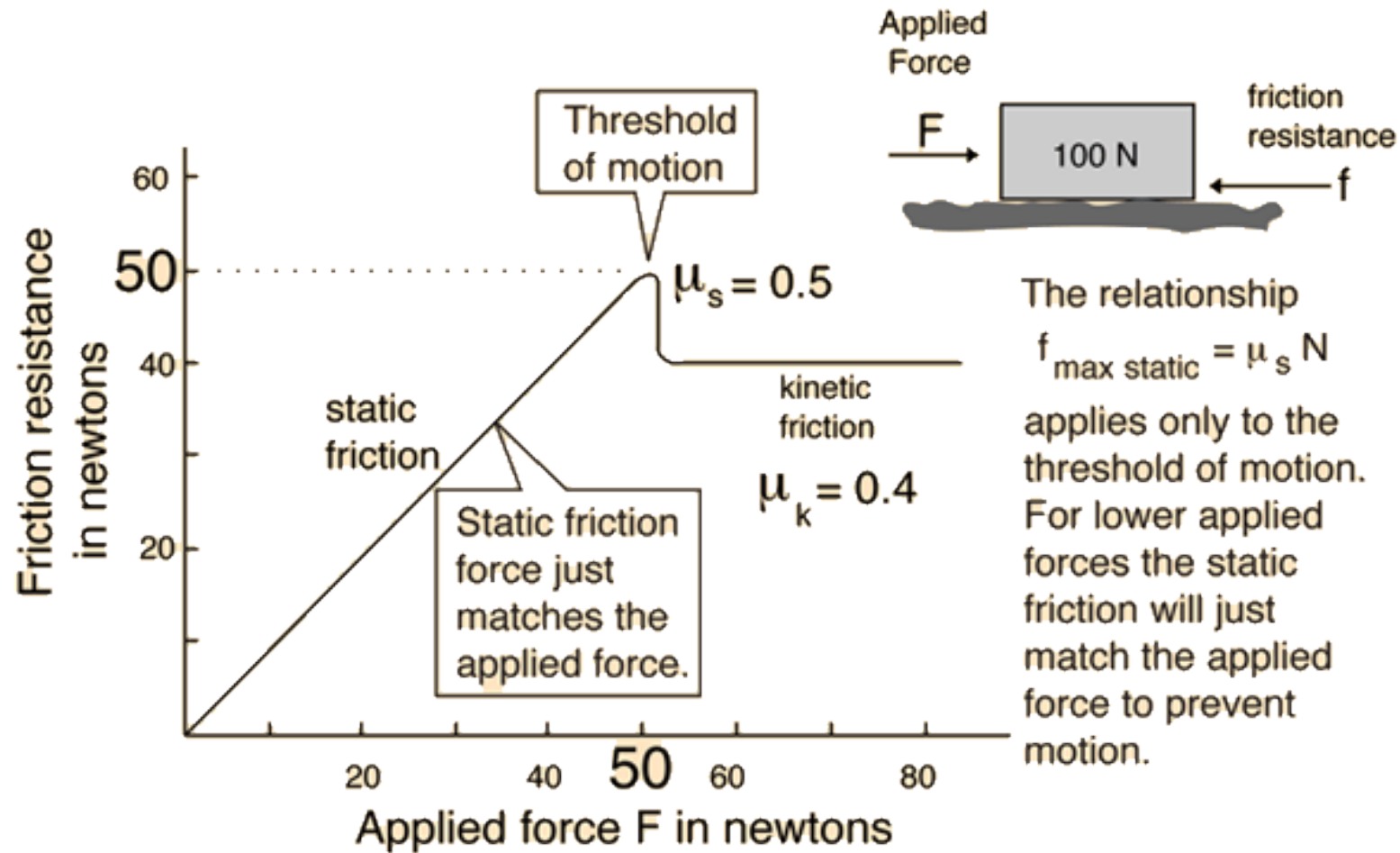
$$\text{dove } F - R = F - \frac{m_2}{m_1 + m_2} F = \frac{m_1}{m_1 + m_2} F = m_1 a$$



Disegnando tutte le forze
in gioco si fa il
**DIAGRAMMA DI CORPO
LIBERO** del sistema

- Nell'esempio di prima non avevo disegnato tutte le forze in gioco
 - **Peso e reazione** del piano delle due scatole
- Non le ho disegnate perché in questo caso **non avevano effetto sul movimento che volevo studiare**
- In generale, meglio saperle visualizzare tutte per un problema

Una forza di contatto parallela alla superficie di contatto è chiamata attrito.



Una forza di contatto parallela alla superficie di contatto è chiamata attrito.

Attrito statico

La costante di proporzionalità è chiamata **coefficiente di attrito statico**. Il suo valore dipende dalle condizioni e dalla natura delle superfici

modulo

$$f_{s, \max} = \mu_s N$$
$$f_s \leq \mu_s N$$

direzione

La forza di attrito statico agisce in qualsiasi direzione necessaria per evitare che gli oggetti inizino a scivolare o scivolare.

Attrito dinamico

La costante di proporzionalità è chiamata **coefficiente di attrito dinamico**. Il suo valore dipende dalle condizioni e dalla natura delle superfici.

modulo

$$f_k = \mu_k N$$

direzione

L'attrito cinetico agisce in una direzione che tende a far arrestare lo scorrimento o lo slittamento.



Note

1. Il coefficiente di attrito statico è sempre maggiore del coefficiente di attrito dinamico per un oggetto su una data superficie.

$$\mu_k < \mu_s$$

2. Dalla terza legge di Newton, le forze di attrito si presentano in coppie di interazione. Se la tabella esercita una forza di attrito sul libro scorrevole a destra, il libro esercita una forza di attrito sulla tabella a sinistra con la stessa grandezza.

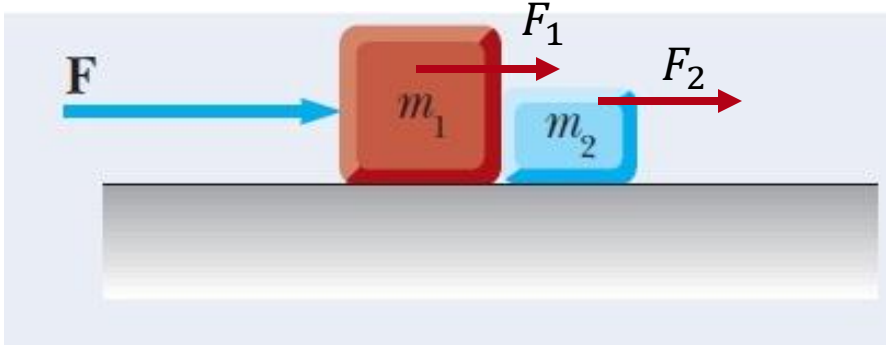


Coefficienti attrito statico e dinamico

Materiali	Attrito dinamico, μ_d	Attrito statico, μ_s
Gomma su cemento (asciutto)	0,80	1÷4
Acciaio su acciaio	0,57	0,74
Vetro su vetro	0,40	0,94
Legno su pelle	0,40	0,50
Rame su acciaio	0,36	0,53
Gomma su cemento (bagnato)	0,25	0,30
Acciaio su ghiaccio	0,06	0,10
Sci sciolinati su neve	0,05	0,10
Teflon su teflon	0,04	0,04
Articolazione del ginocchio	0,003	0,01

Q: quale è la grandezza dei coefficienti di attrito statico o dinamico?

- Nessuna, sono numeri visto che $F_{AS}(max) = \mu_s N$ e $F_{AD} = \mu_d N$



1. I due blocchetti si muovono come un unico corpo, il moto è 1D

$$a = \frac{F}{m_1 + m_2} = \frac{12}{5.0} \quad [m]/[s^2]$$

$$F_1 = m_1 a = 3.0 \frac{12}{5.0} = 7.2 \quad N$$

$$F_2 = m_2 a = 2.0 \frac{12}{5.0} = 4.8 = F - F_1 \quad N$$

Due blocchetti, di massa $m_1 = 3.0 \text{ kg}$ e $m_2 = 2.0 \text{ kg}$, si muovono su di un piano orizzontale liscio sotto l'azione della forza $\vec{F}$ costante, di modulo $F = 12 \text{ N}$.

1. Calcolare le forze $\vec{F}_1$ e $\vec{F}_2$ che agiscono sui blocchetti.

Supponiamo invece che ci sia attrito, con coefficienti dinamici $\mu_1 = 0.30$ e μ_2 rispettivamente per il blocchetto m_1 e m_2 , e che, a parità di forza applicata, il moto sia uniforme.

2. Calcolare il valore di μ_2 .

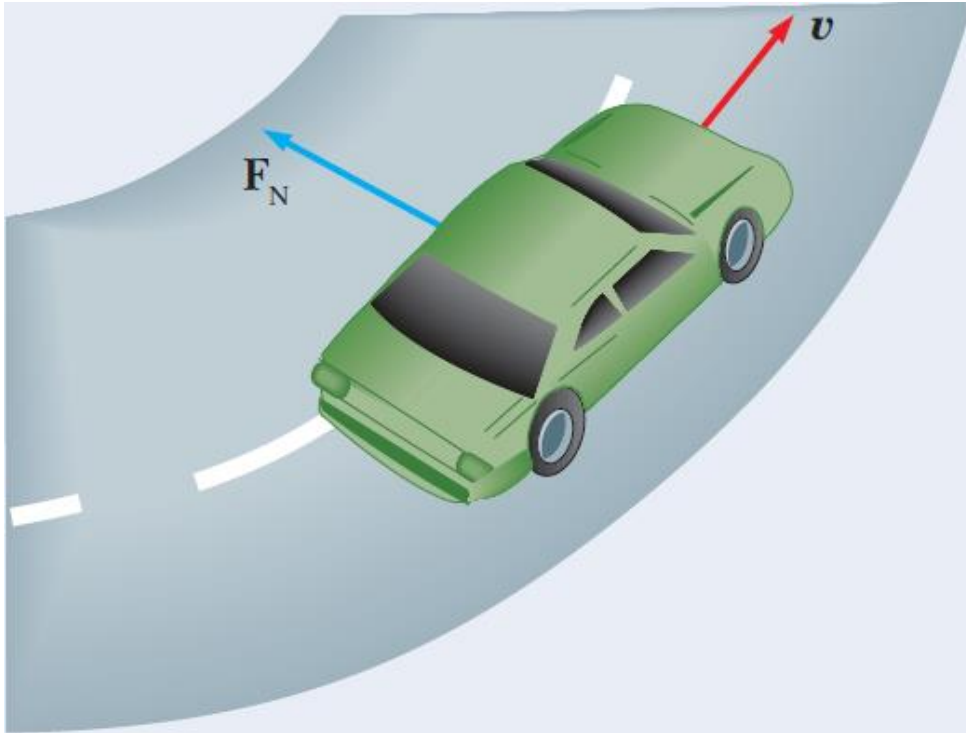
2. Aggiungo le forze di attrito

$$F - \mu_1 m_1 g - F_2 = m_1 a = 0$$

$$F_2 - \mu_2 m_2 g = m_2 a = 0$$

$$\Rightarrow F - \mu_1 m_1 g - \mu_2 m_2 g = 0$$

$$\mu_2 = \frac{F}{m_2 g} - \mu_1 \frac{m_1}{m_2} = 0.16$$



Vogliamo adesso studiare la velocità massima con cui un'auto può affrontare in una strada piana una curva di raggio r

La forza centripeta necessaria a mantenere l'auto sulla curva senza sbandare è fornita dall'attrito tra pneumatici e terreno; poiché la traiettoria è un arco di circonferenza di raggio r non c'è spostamento lungo r e il coefficiente di attrito rilevante per il problema è quello statico. Pertanto il caso limite si ha per il valore massimo della forza di attrito

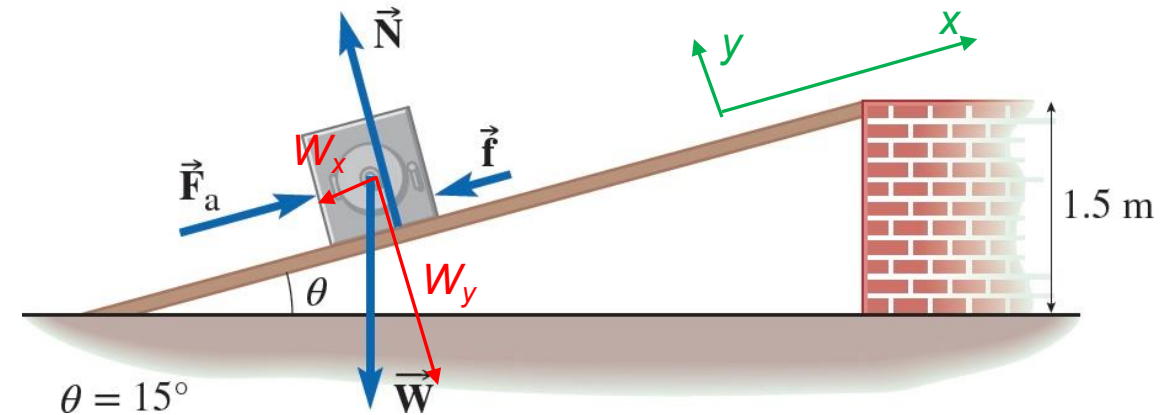
$$F_N = \mu_s N = \mu_s mg \rightarrow \mu_s mg = mv^2/r$$

$$v_{max} = \sqrt{\mu_s gr}$$

Con $\mu_s = 0.500$ e $r = 30.0$ m si trova $v = 12.1$ m/s = 43.6 km/h

Una cassaforte deve essere spostata su una rampa ad un'altezza di 1,5 m dal pavimento. La massa della cassaforte è di 510 kg, il coefficiente di attrito statico lungo l'inclinazione è $\mu_s = 0,42$ e il coefficiente di attrito cinetico lungo l'inclinazione è $\mu_k = 0,33$. La rampa forma un angolo $\theta = 15^\circ$ sopra l'orizzontale.

- (a) Quanto devono spingere i traslocatori per avviare la cassaforte risalendo il pendio? Si supponga che spingano in una direzione parallela all'inclinazione.
- (b) Per far scorrere la cassaforte verso l'alto a velocità costante, con quale forza devono spingere i traslocatori?



x axis

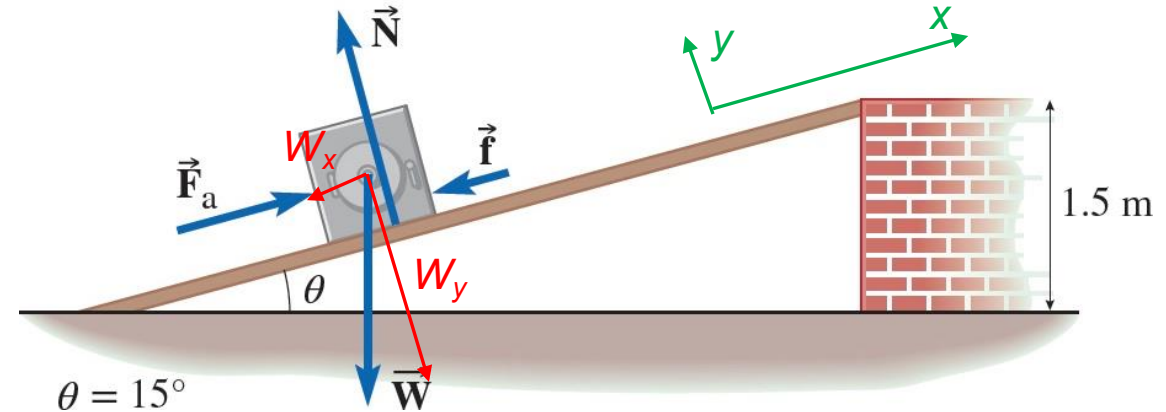
$$\sum F_x = F_{ax} + f + W_x = 0$$

y axis

$$N + W_y = 0$$

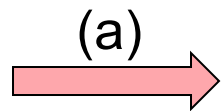
$$\sum F_x = F_{ax} + f_x + W_x = 0$$

$$\sum F_x = F_a - \mu_s mg \cos \theta - mg \sin \theta = 0$$



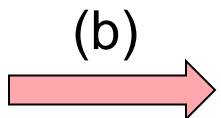
Risolvendo per F_a ,

$$\begin{aligned} F_a &= mg(\mu_s \cos \theta + \sin \theta) \\ &= 510 \text{ kg} \times 9.80 \text{ m/s}^2 \times (0.42 \times \cos 15^\circ + \sin 15^\circ) \\ &= 3300 \text{ N} \end{aligned}$$



(a) Una forza applicata superiore a 3300 N avvia la scatola a salire la pendenza.

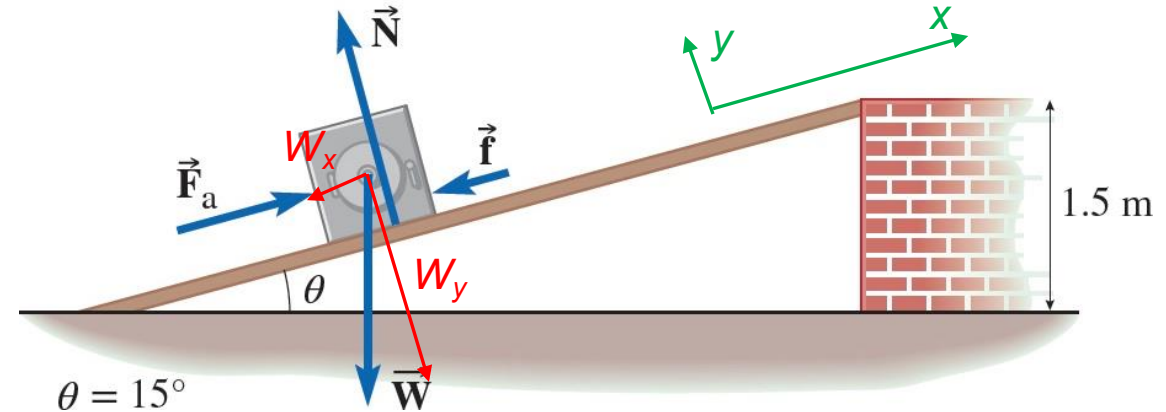
$$\begin{aligned} F_a &= mg(\mu_k \cos \theta + \sin \theta) \\ &= 510 \text{ kg} \times 9.80 \text{ m/s}^2 \times (0.33 \times \cos 15^\circ + \sin 15^\circ) \\ &= 2900 \text{ N} \end{aligned}$$



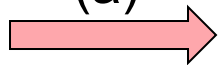
(b) I motori spingono con una forza di grandezza di 2900 N diretta verso l'alto.

$$\sum F_x = F_{ax} + f_x + W_x = 0$$

$$\sum F_x = F_a - \mu_s mg \cos \theta - mg \sin \theta = 0$$

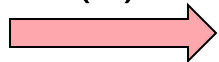


Per quale angolo sono in attrito statico o dinamico?

(a) 

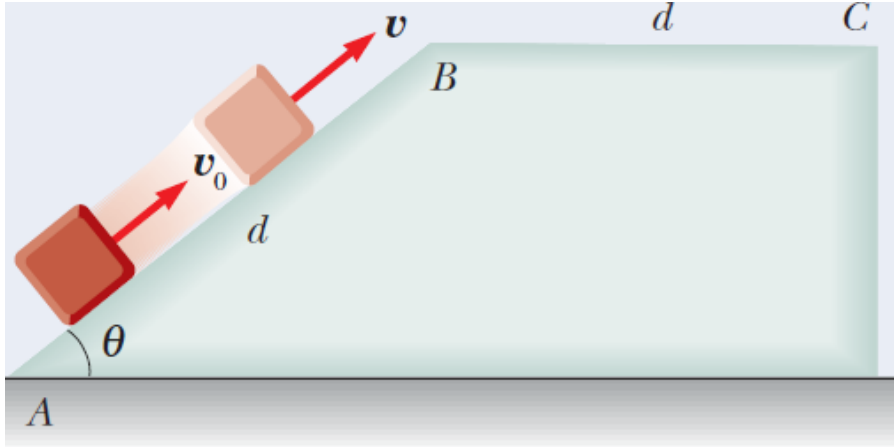
$$0 = mg(\mu_s \cos \theta + \sin \theta)$$

$$\mu_s \geq \tan \theta$$

(b) 

$$0 = mg(\mu_k \cos \theta + \sin \theta)$$

$$\mu_k = \tan \theta$$



Un punto materiale viene lanciato, con velocità iniziale v_0 nel punto A, lungo un piano inclinato scabro ($\theta = 40 \text{ deg}$). Il coefficiente di attrito dinamico è $\mu_d = 0.40$.

In B il punto si distacca dal piano e, nel vuoto, arriva in C, che è alla stessa quota di B.

Si sa che $AB = BC = d = 1.43 \text{ m}$. Calcolare il valore di v_0 .

Tratto AB

$$v_B^2 - v_0^2 = 2(-g \sin \theta - \mu_k g \cos \theta)d$$

accelerazione $a = \frac{F}{m}$

Tratto BC – tratto parabolico GITTATA

$$d = \frac{2v_B^2 \sin \theta \cos \theta}{g}$$

Si ricava v_B^2 e si inserisce nell'equazione della traiettoria del tratto AB.

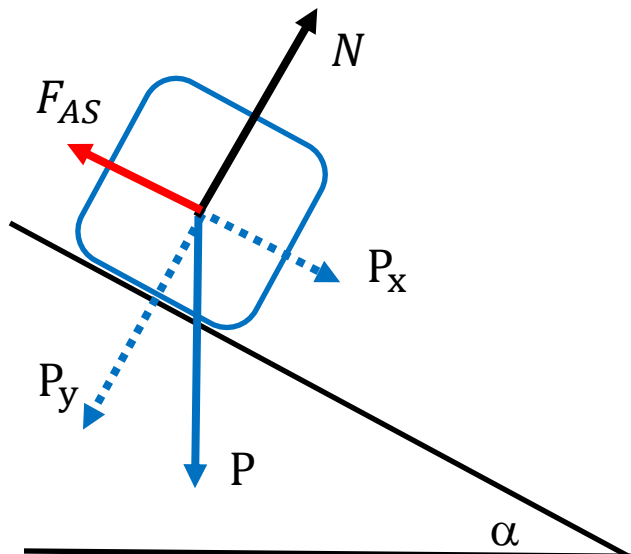
$$v_0^2 = 2g(\sin \theta + \mu_k \cos \theta)d + \frac{gd}{2 \sin \theta \cos \theta} = 40.8 \text{ m}^2/\text{s}^2 \quad v_0 = 6.39 \text{ m/s}$$





il coefficiente di attrito statico
sci-neve è 0.1

Q: Quale deve essere la pendenza minima
di una pista da sci perché uno sciatore
cominci a muoversi?



$$P_x > F_{AS}^{MAX}$$

$$P_x > \mu N = \mu P_y$$

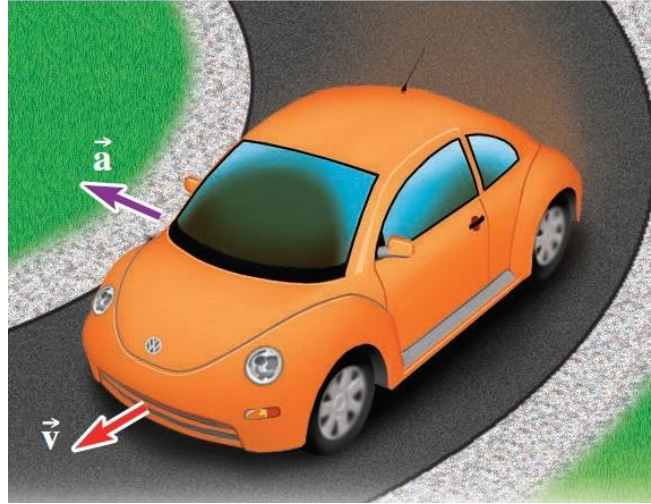
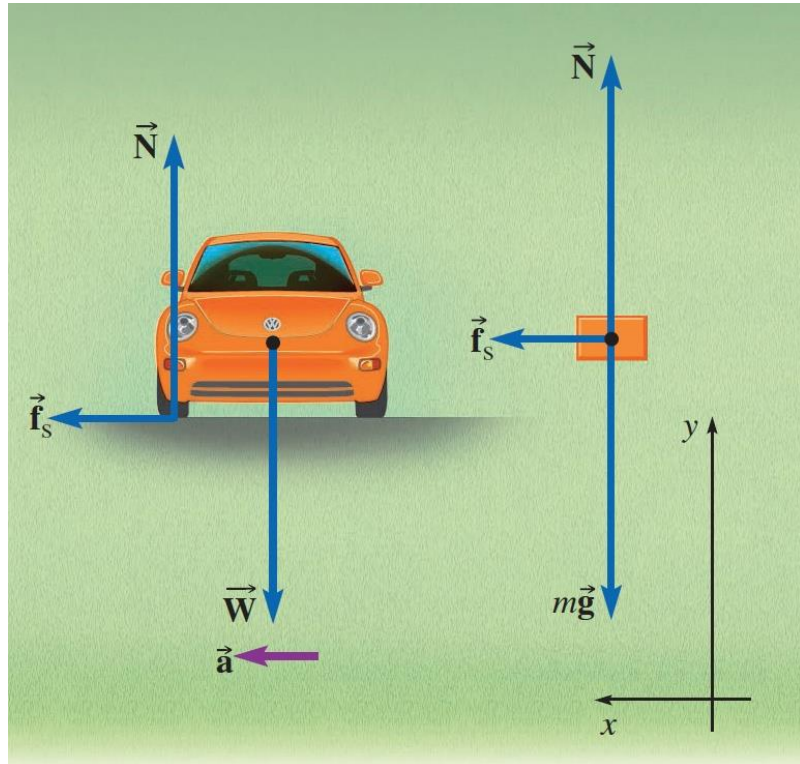
$$P_x = mg \sin \alpha ; P_y = mg \cos \alpha$$

$$\tan \alpha > 0.1 \quad \rightarrow \quad \alpha > 5.7 \text{ gradi}$$



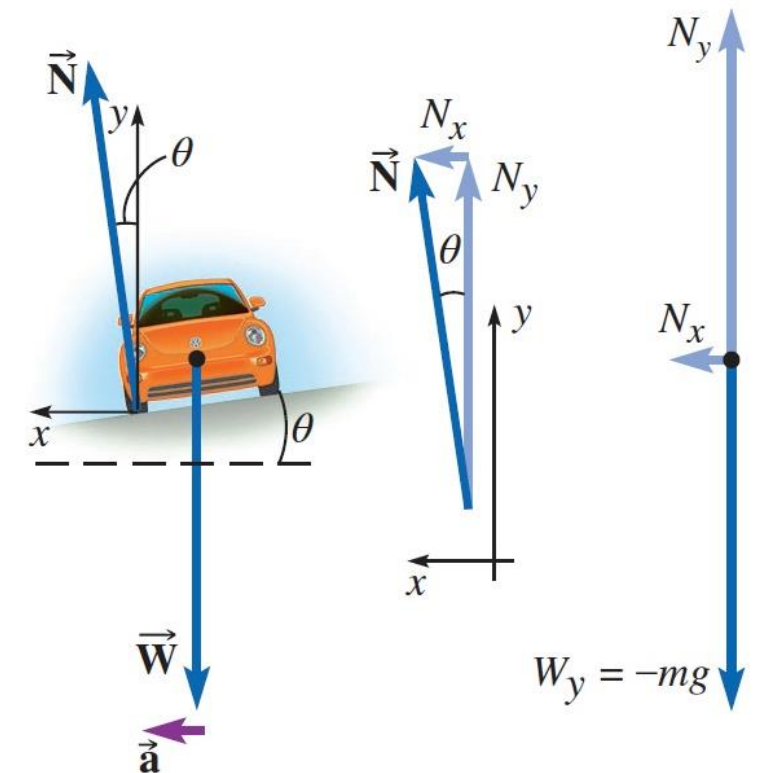
Curve sopraelevate

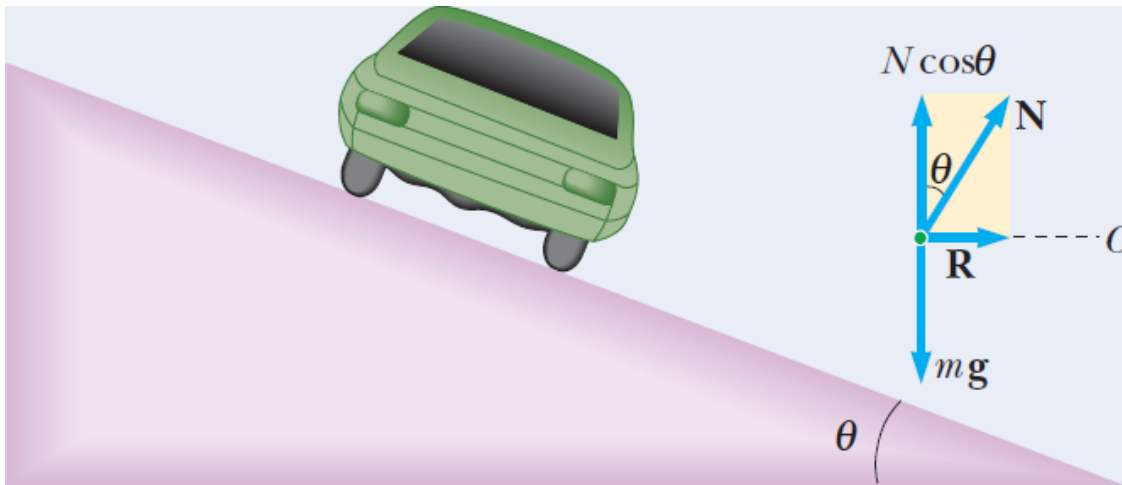
Non sopraelevate



Come si sentono i passeggeri nei due casi?

sopraelevate





Si vuole determinare quale condizione deve essere soddisfatta affinché un corpo, lanciato con velocità v orizzontale lungo una curva sopraelevata liscia, come quelle presenti in un velodromo o in un autodromo, percorra a velocità costante un arco di circonferenza, in un piano orizzontale, con centro in O

Per ottenere un moto circolare uniforme la risultante delle forze applicate $\vec{R}$ deve essere ortogonale alla traiettoria e diretta verso il centro O .

$$F_y = N \cos \theta - mg = 0$$

$$F_x = R = N \sin \theta = mg \tan \theta$$



$$F_x = ma_c$$

$$mg \tan \theta = m \frac{v^2}{R}$$

$$\tan \theta = \frac{v^2}{gR}$$

La forza di attrito viscoso è una forza che si oppone al moto ed è proporzionale alla velocità del corpo soggetto a tale forza:

$$\vec{F}_v = -b\vec{v}$$

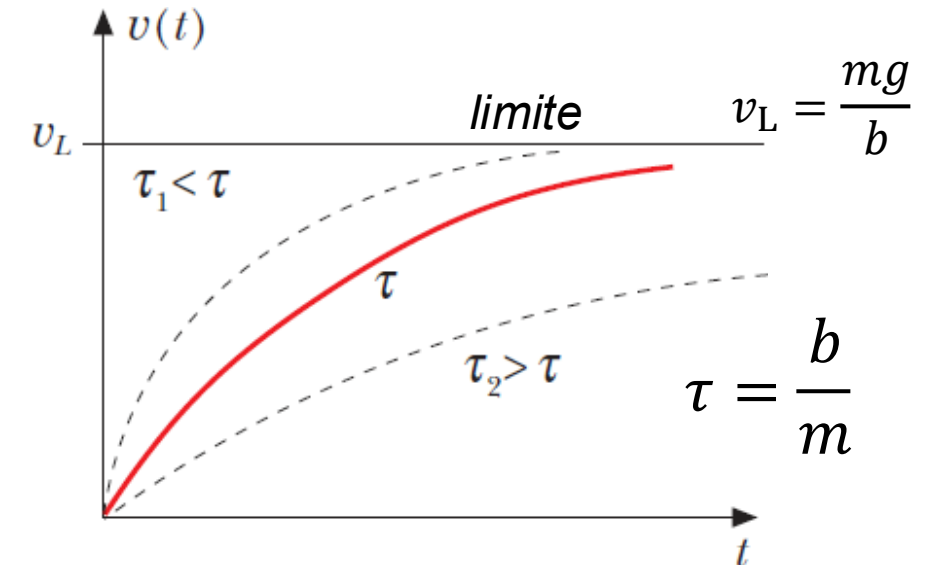
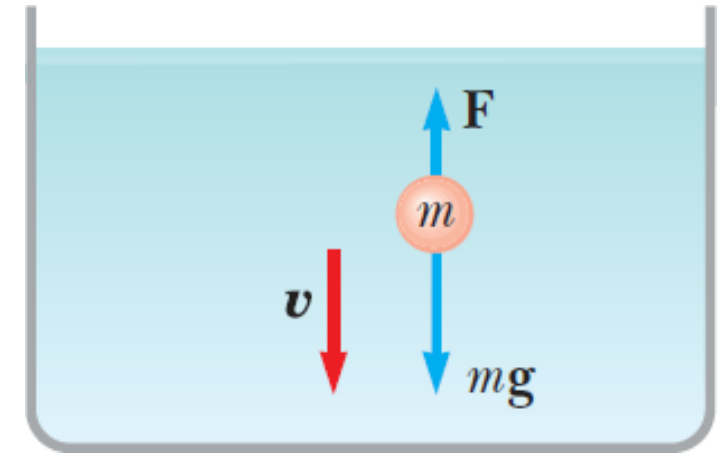
Supponiamo di voler calcolare la legge oraria per un corpo in caduta libera in un liquido viscoso. Possiamo risolvere in una direzione visto che $\vec{F}_v$ è parallelo a $\vec{v}$.

$$m \frac{dv}{dt} = mg - bv \quad \frac{dv}{g - \frac{b}{m}v} = dt \quad -\frac{b}{m} \ln \left(g - \frac{b}{m}v \right) \Big|_0^v = t \Big|_0^t$$

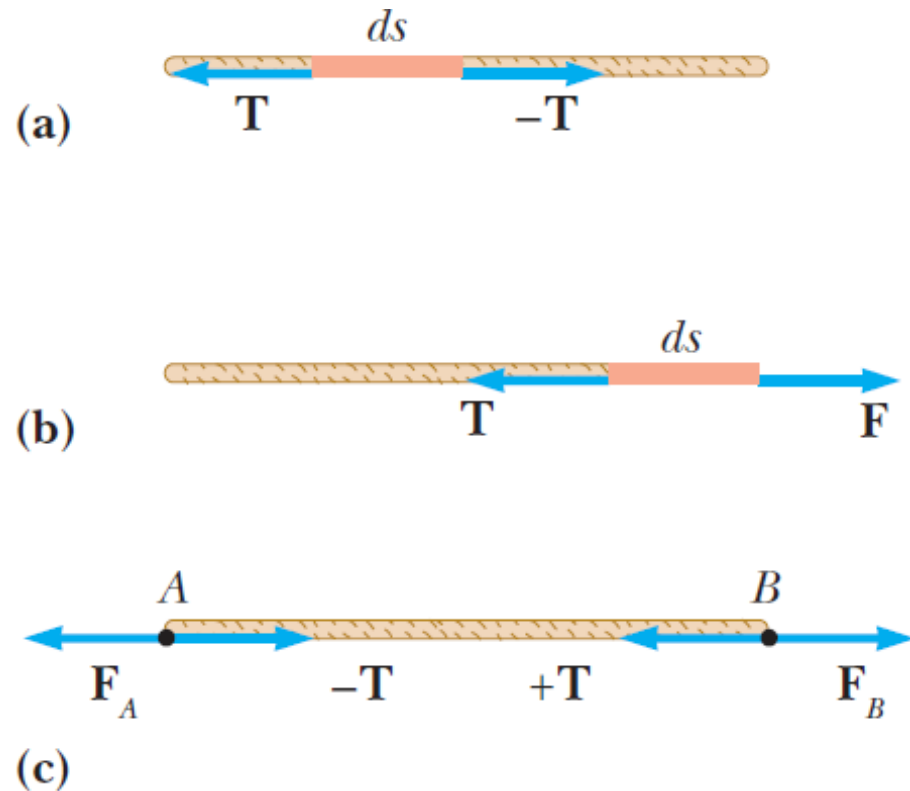
$$-\frac{b}{m} \ln \left(g - \frac{b}{m}v \right) + \frac{b}{m} \ln(g) = t \quad \ln \left(\frac{g - \frac{b}{m}v}{g} \right) = -\frac{m}{b}t$$

$$\ln \left(1 - \frac{b}{mg}v \right) = -\frac{m}{b}t$$

$$v = \frac{mg}{b} \left(1 - e^{-\frac{m}{b}t} \right)$$



La forza, con direzione lungo il filo teso, che il filo esercita su qualsiasi punto materiale viene chiamata tensione del filo.



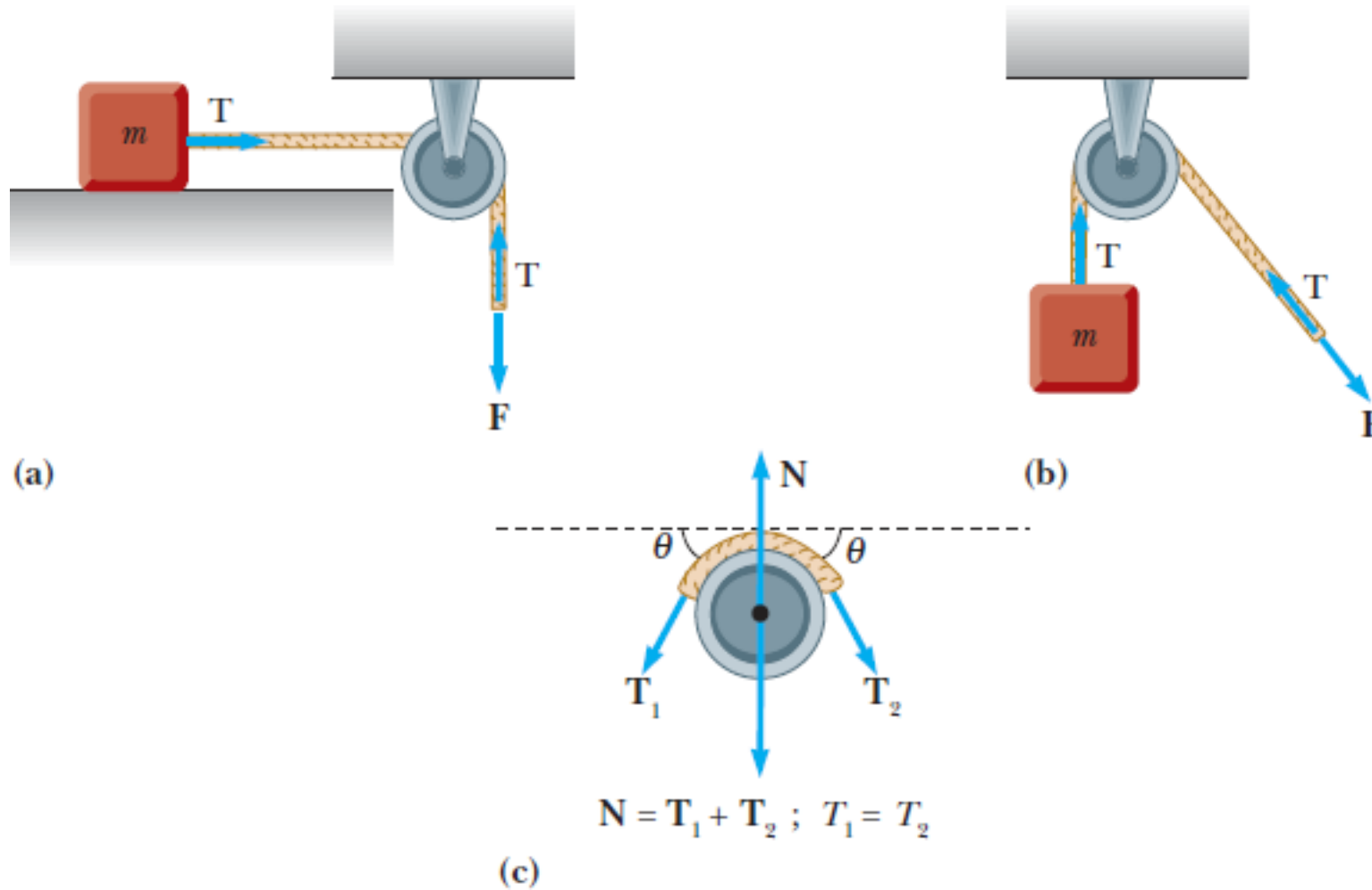
Filo ideale *Inestensibile*
Massa trascurabile

Se il filo è in **quiete** allora la somma delle forze su ogni elemento infinitesimo ds è nulla

→ $F_A = F_B = T$

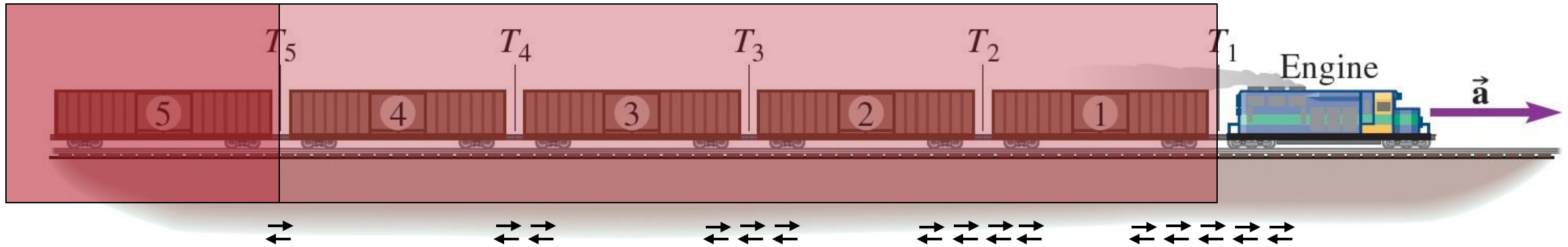
→ $\vec{F}_A = -\vec{F}_B$

Se il filo è in **movimento**, essendo inestensibile, tutti i suoi punti come gli oggetti ad esso collegati avranno la stessa accelerazione.





Esempio del treno



Peso del vagone merci $W = 90.0 \text{ kN}$

A $t_i = 0 \text{ s}$ $v_i = 0.0 \text{ m/s}$
A $t_f = 300 \text{ s}$ $v_f = 15.0 \text{ m/s}$

Trazione del motore con forza costante $\vec{F}$

Nessuna resistenza all'aria o attrito

Quale è il valore di T_1 e T_5 ?

$$a = \frac{v_f}{t_f}$$

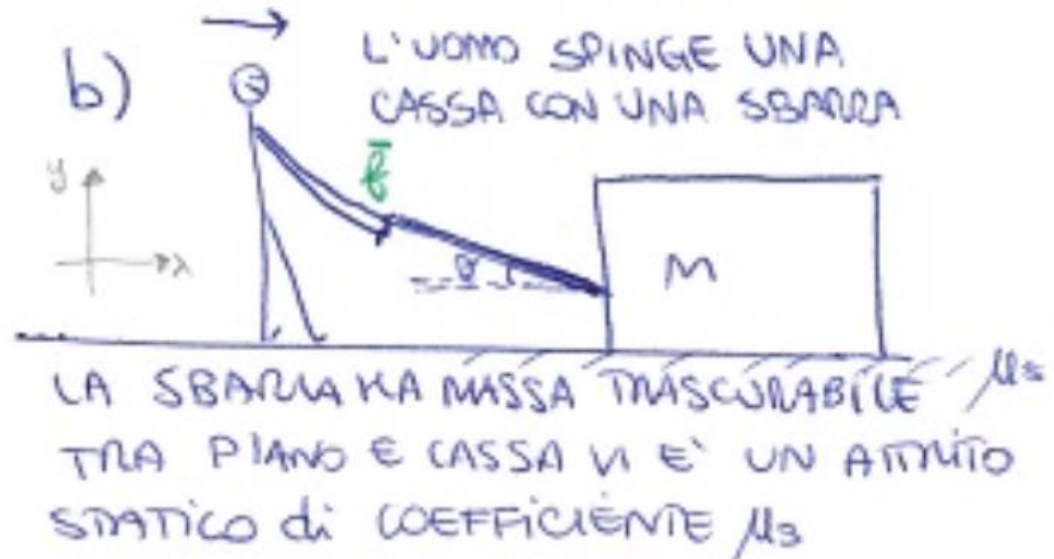
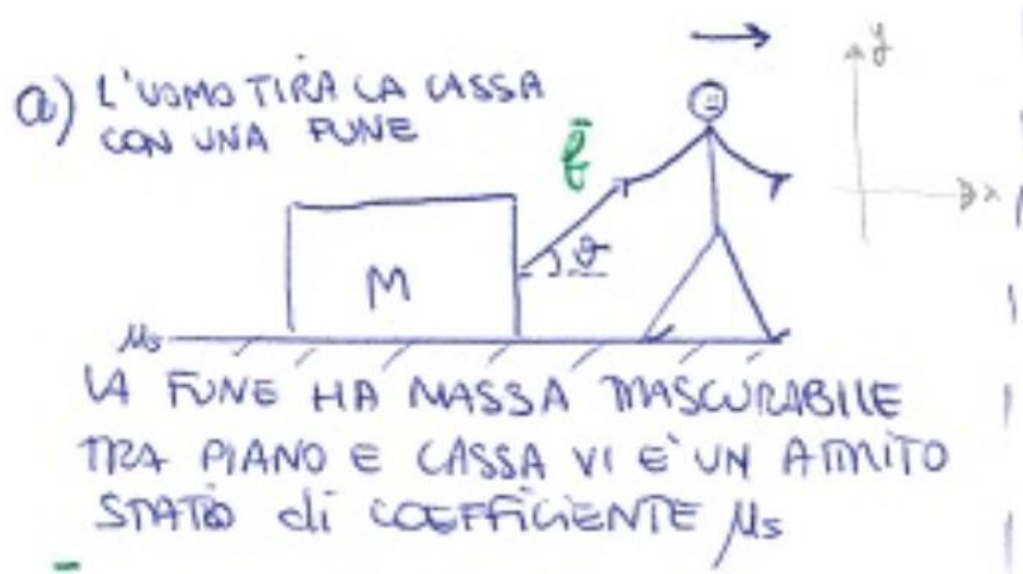
$$|\vec{F}| = 5 \frac{W}{g} a = T_1$$

$$T_5 = \frac{W}{g} a$$

Come se una
corda avesse
una massa

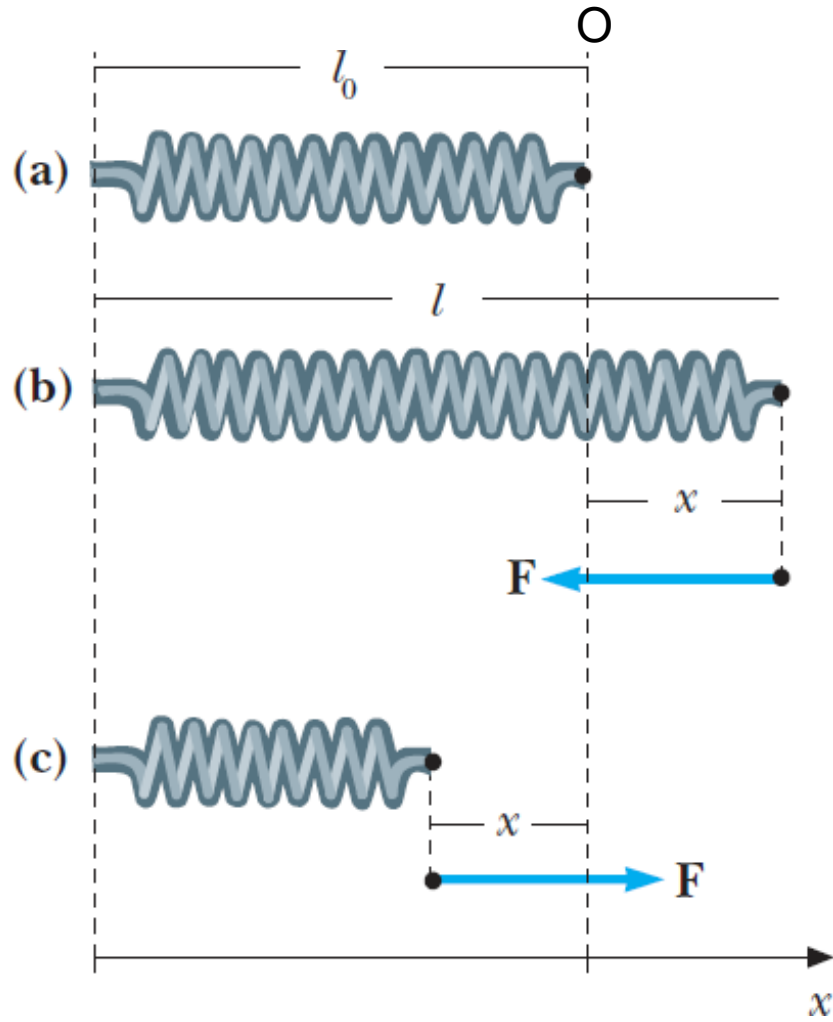
Tirare o spingere una cassa?

<http://matepratica.it/2015/03/ci-vuole-piu-forza-a-tirare-o-spingere-una-cassa.html>



- Spingendo la cassa vado ad esercitare sul piano una forza verticale che va a sommarsi al peso della cassa. Di conseguenza la forza di attrito aumenta.
- Tirando la cassa esercito una forza verticale rivolta verso l'alto, che va sottratta al peso della cassa. Di conseguenza la forza premente sul piano diminuisce e l'attrito anche.





Fissiamo O la posizione a riposo.

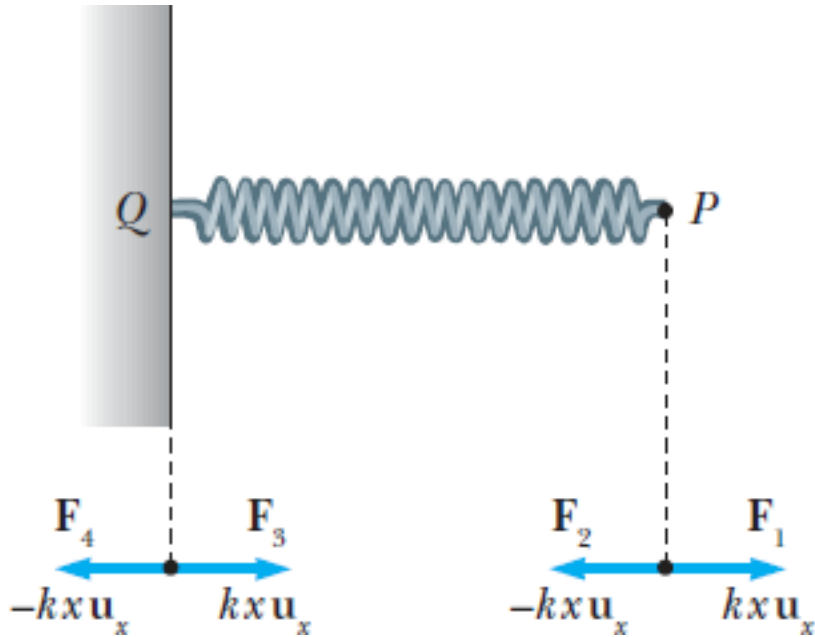
Si definisce forza elastica una forza di direzione costante, con verso rivolto sempre al punto O e con modulo proporzionale alla distanza da O.

$$\vec{F} = -kx\hat{u}_x \quad \text{Legge di Hooke}$$

Dove k è la costante elastica.

Il moto che deriva da una forza elastica uni-dimensionale

$$a = \frac{F}{m} = -\frac{k}{m}x = -\omega^2 x \quad \omega = \sqrt{\frac{k}{m}} \quad ; \quad T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}}$$



Se si vuole mantenere una molla deformata occorre applicare una forza uguale ed opposta alla forza elastica ad ogni capo della molla

Quali sono le coppie di forze?

Se si tiene il vincolo in Q e si lascia libero P, descriviamo il moto:

$$\frac{d^2x}{dt^2} = -\frac{k}{m}x = -\omega^2x$$

Condizioni iniziali

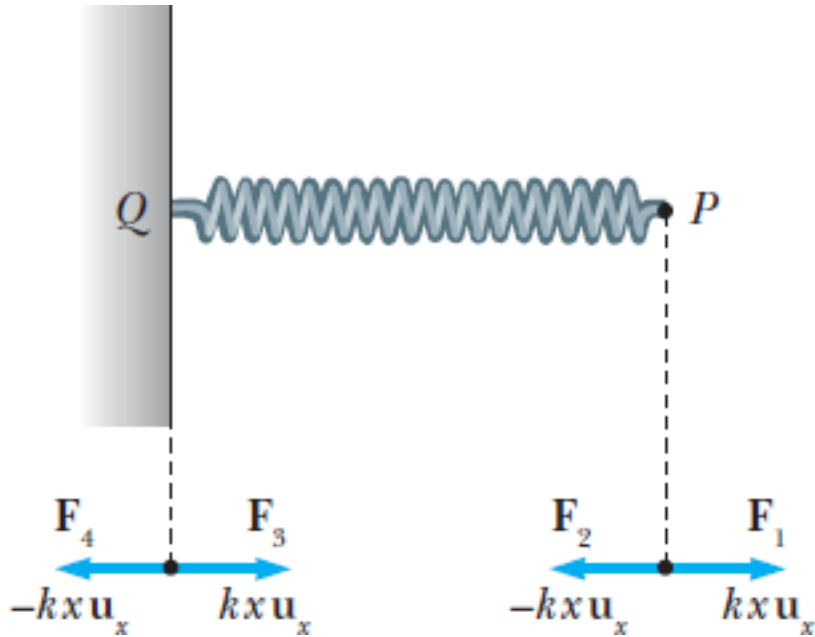
$$x_0 = A \sin \varphi$$

$$v_0 = 0 = -\omega A \cos \varphi$$

$$x = A \sin(\omega t + \varphi) = A \sin \omega t \cos \varphi + A \cos \omega t \sin \varphi = x_0 \cos \omega t - \frac{v_0}{\omega} \sin \omega t = x_0 \cos \omega t$$

$$v = -\omega x_0 \sin \omega t$$

$$a = -\omega^2 x$$



Se si vuole mantenere una molla deformata occorre applicare una forza uguale ed opposta alla forza elastica ad ogni capo della molla

Quali sono le coppie di forze?

Se si tiene il vincolo in Q e si lascia libero P, descriviamo il moto:

$$\frac{d^2x}{dt^2} = -\frac{k}{m}x = -\omega^2x$$

Condizioni iniziali

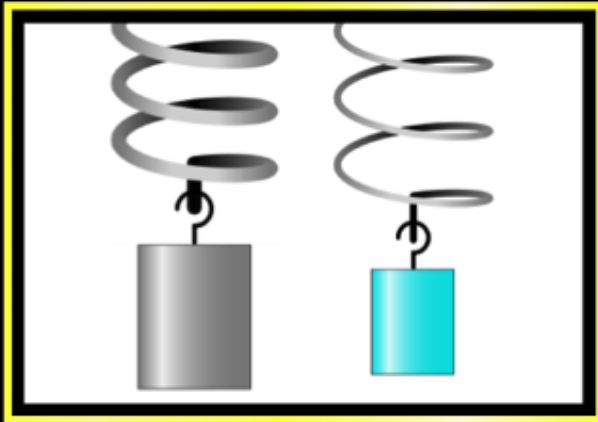
$$x_0 = A \sin \varphi$$

$$v_0 = -\omega A \cos \varphi$$

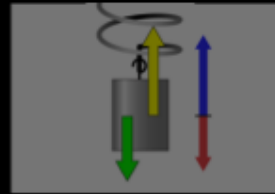
$$x = A \sin(\omega t + \phi) = A \sin \omega t \cos \phi + A \cos \omega t \sin \phi = x_0 \cos \omega t - \frac{v_0}{\omega} \sin \omega t$$

$$A = \sqrt{x_0^2 + \frac{v_0^2}{\omega^2}} \quad \phi = \omega \frac{x_0}{v_0}$$

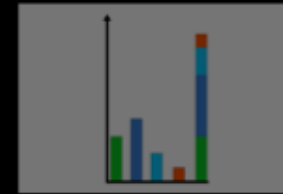
Masses and Springs



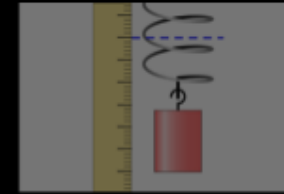
Intro



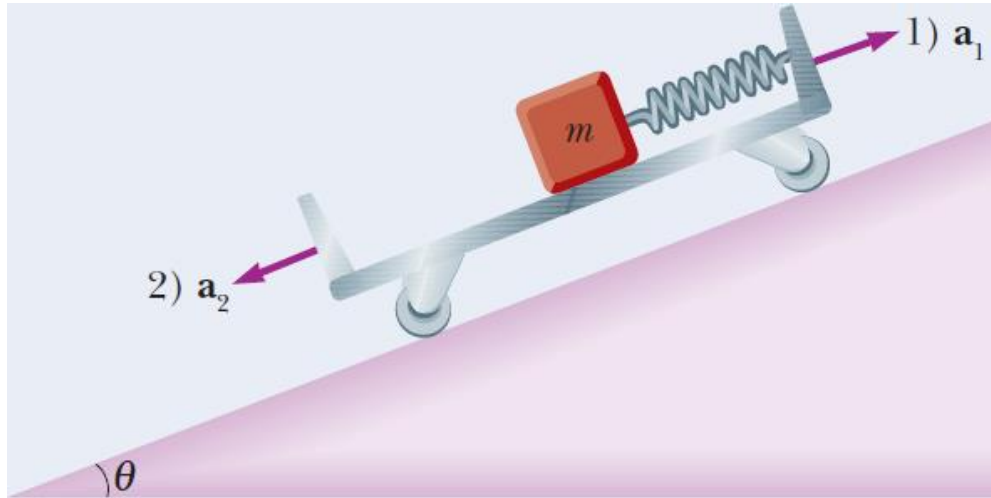
Vectors



Energy



Lab



Un carrello sale lungo un piano inclinato ($\theta = 20^\circ$) con accelerazione costante $a_1 = 2.0 \text{ m/s}^2$. Sul carrello si trova un corpo di massa $m = 0.25 \text{ kg}$, fissato a una parete del carrello da una molla di costante elastica $k = 12 \text{ N/m}$. Non ci sono attriti e il corpo non oscilla.

1. Calcolare di quanto è deformata la molla rispetto alla posizione di riposo e in che verso.

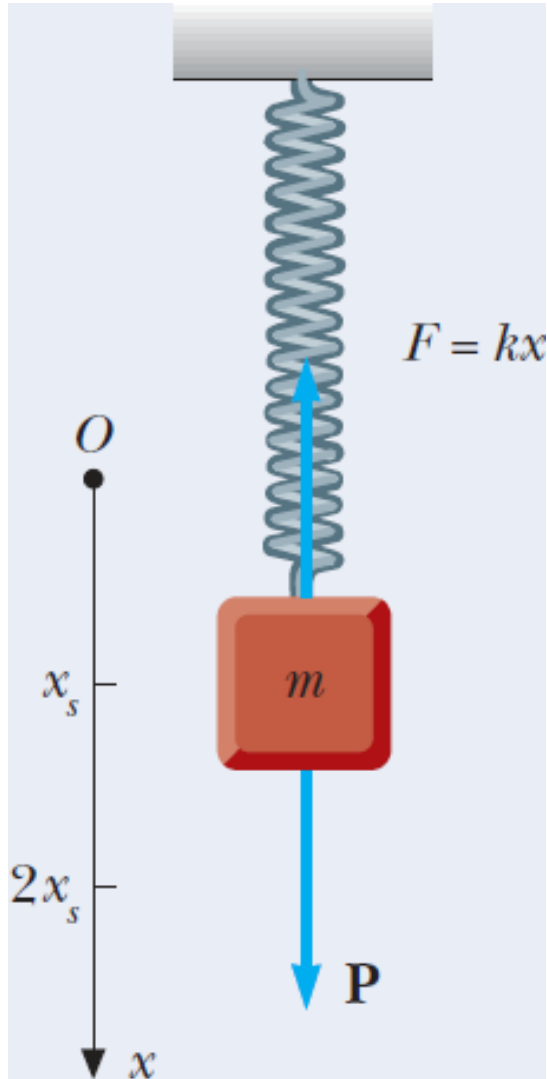
2. Ripetere il calcolo supponendo che lo stesso sistema scenda lungo il piano con accelerazione costante $a_2 = 5.0 \text{ m/s}^2$.

$$1. \quad ma_1 = kx - mg \sin \theta$$

$$x = \frac{m}{k} (g \sin \theta + a_1) = 0.11 \text{ m}$$

$$2. \quad ma_2 = mg \sin \theta - kx$$

$$x = \frac{m}{k} (g \sin \theta - a_2) = -0.034 \text{ m}$$



Un punto materiale di massa m è appeso a una molla di costante elastica k . Detta $x = 0$ la posizione dell'estremo della molla col punto staccato, la posizione di equilibrio statico è

$$P = mg = F_{el} = kx \quad \Rightarrow \quad x = x_s = \frac{mg}{k}$$

Si tira il punto fino alla posizione $x = 2x_s$ e lo si abbandona al tempo $t = 0$ con velocità nulla. Determinare la legge oraria del moto del punto.

$$\frac{d^2x}{dt^2} = -\frac{k}{m}x + g = -\omega^2x + g$$

$$x(t) = A \sin(\omega t + \phi) + \frac{mg}{k}$$

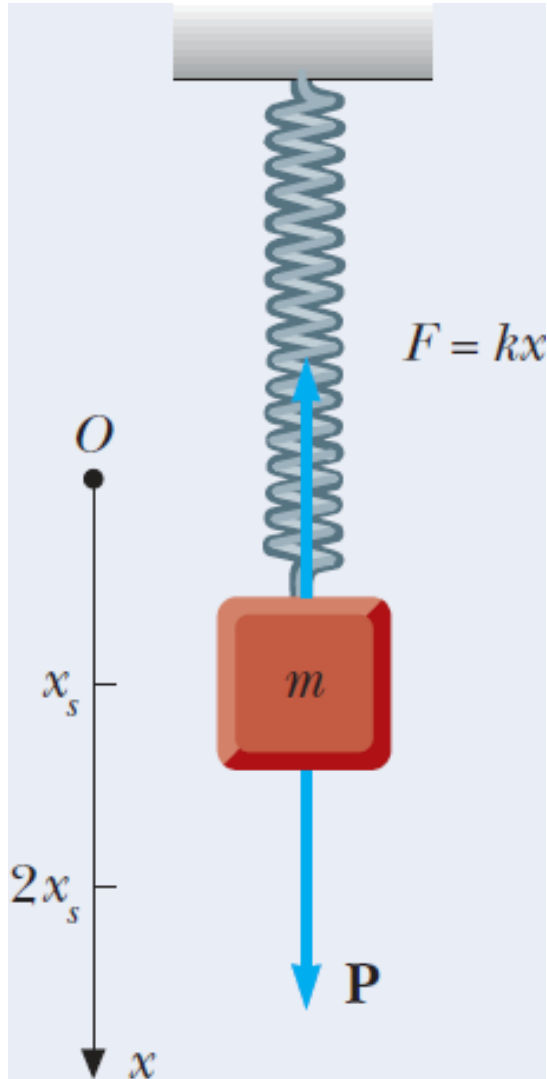
Soluzione eq. omogenea associata

$$y'' + \omega^2 y = 0$$

+

Soluzione particolare eq. non omogenea

$$y'' + \omega^2 y = B$$



Trovo i coefficienti della omogenea associate imponendo le condizioni iniziali

$$x(0) = 2 \frac{mg}{k} = A \sin \phi + \frac{mg}{k} \longrightarrow A \sin \phi = \frac{mg}{k} \longrightarrow A = \frac{mg}{k}$$

$$x'(0) = 0 = -\omega A \cos \phi \longrightarrow \phi = \frac{\pi}{2}$$

$$x(t) = \frac{mg}{k} (1 + \cos \omega t) = x_s + x_s \cos \omega t$$

$$v(t) = -\omega \frac{mg}{k} \sin \omega t$$

$$a(t) = -\omega^2 \frac{mg}{k} \cos \omega t = -\omega^2 (x(t) - x_s)$$

Una piccola barca a remi ha una massa m_1 di 40 kg. Quando una persona di m_2 80 kg sale sulla barca, la barca affonda di h_2 9.8 cm nell'acqua.

Se la barca viene poi spinta leggermente più in profondità nell'acqua, ondeggia su e giù con un semplice movimento armonico (trascurando l'attrito).

Quale sarà il periodo di oscillazione per la barca mentre ondeggia intorno alla sua posizione di equilibrio?





Strategia Usa la legge di Hooke, la prima legge di Newton e la relazione che dà il periodo di un sistema blocco-molla.

Soluzione Trova la "costante elastica" della barca. All'equilibrio,

$$F_{net} = -(m_1 + m_2)g + A(h_1 + h_2 - \Delta h)\rho_l g$$

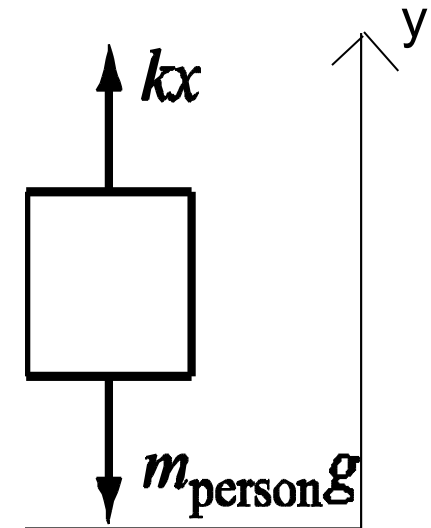
Utilizzando le relazioni ottenute quando l'uomo sale sulla barca per avere una costante elastica

$$\left. \begin{array}{l} m_1 g = A h_1 \rho_l g \\ m_2 g = A h_2 \rho_l g \end{array} \right\} \begin{array}{l} \nearrow F_{net} = -A \rho_l g \cdot \Delta h \\ \rightarrow A = m_2 / h_2 \rho_l \end{array}$$

$$k = A \rho_l g = \frac{m_2}{h_2} g$$

Calcola il periodo di oscillazione.

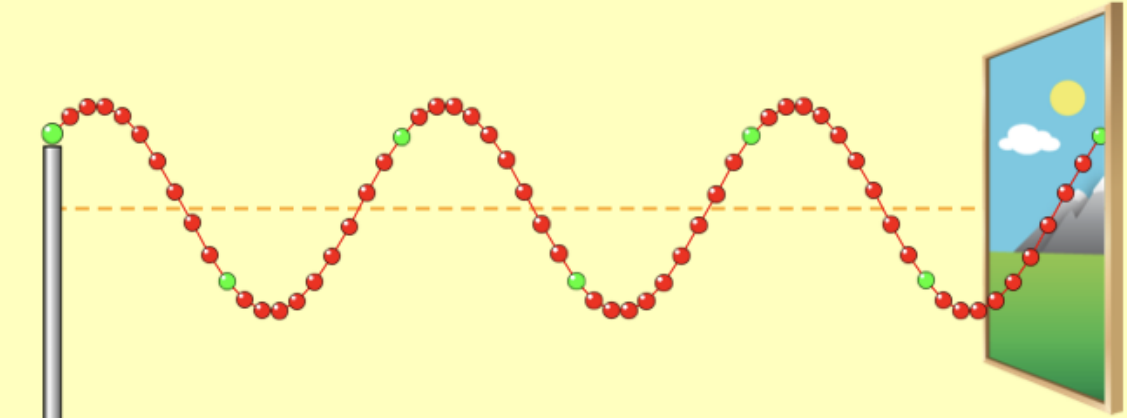
$$T = \frac{2\pi}{\omega} = 2\pi \sqrt{\frac{(m_1 + m_2)}{k}} = 2\pi \sqrt{\left(1 + \frac{m_1}{m_2}\right) \frac{h_2}{g}} = 2.9s$$



Privacy & Terms

☐ Manual ☒ Oscillate ☐ Pulse

☐ Fixed End ☐ Loose End ☒ No End



☒ Slow Motion ☐ Normal

Amplitude: 0.75 cm Frequency: 1.50 Hz Damping: None to Lots Tension: Low to High

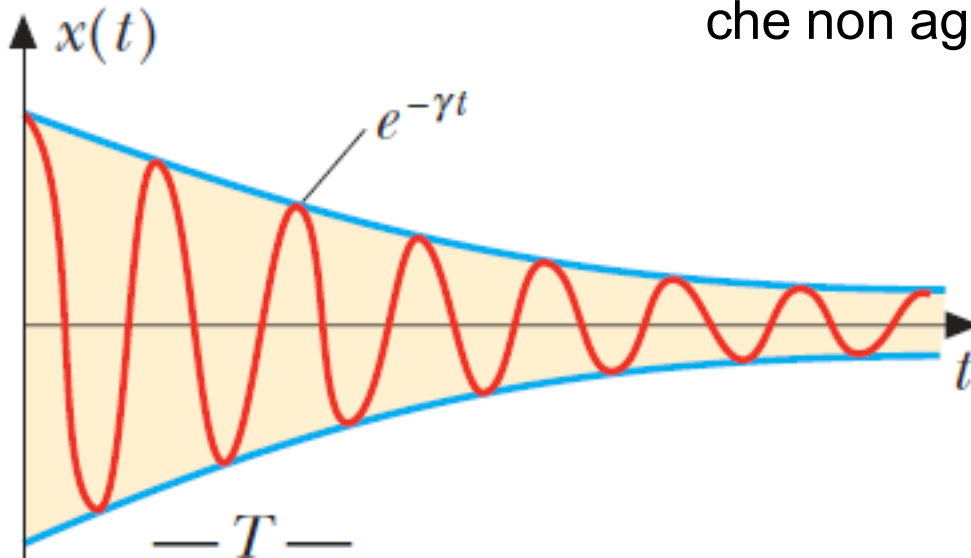
☐ Rulers ☐ Timer ☐ Reference Line

Wave on a String

PHET

Moto armonico in mezzo viscoso

Supponiamo che un oscillatore armonico venga frenato da una forza di attrito viscoso, cioè proporzionale e opposta alla velocità, $-bv$, e che non agiscano forze di attrito costanti. La legge del moto si scrive



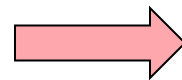
$$ma = -kx - bv \Rightarrow \frac{dx^2}{dt^2} + \frac{b}{m} \frac{dx}{dt} + \frac{k}{m} x = 0$$

definiamo

coefficiente di smorzamento

pulsazione propria

$$\gamma = \frac{b}{2m} ; \quad \omega_0 = \sqrt{\frac{k}{m}}$$



$$\frac{dx^2}{dt^2} + 2\gamma \frac{dx}{dt} + \omega_0^2 x = 0$$

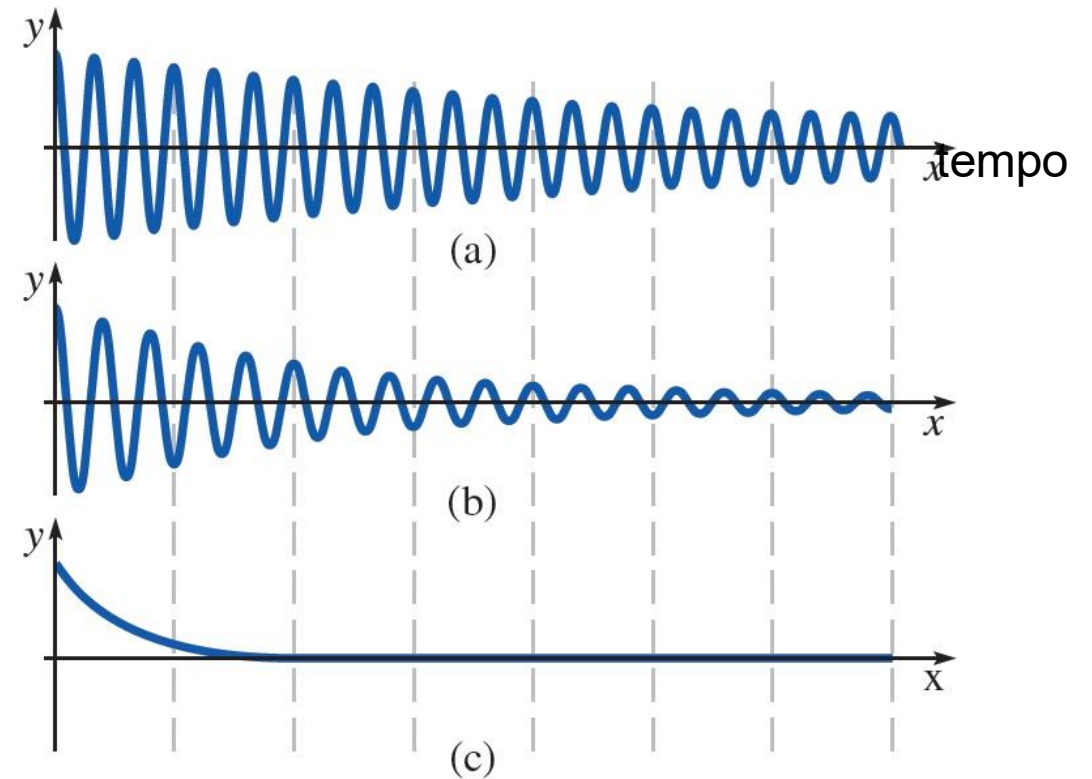


Oscillazioni smorzate

Le oscillazioni di un pendolo oscillante o di un diapason vibrante si estinguono gradualmente man mano che l'energia viene dissipata. L'ampiezza di ogni ciclo è un po' più piccola di quella del ciclo precedente.

Questo tipo di movimento è chiamato oscillazione smorzata, dove la parola smorzato è usata nel senso di estinto o trattenuto.

Per una piccola quantità di smorzamento, le oscillazioni si verificano all'incirca alla stessa frequenza come se non ci fosse smorzamento.





Numeri complessi (mappa Bergamini. Zanichelli)

Numeri complessi

La **forma algebrica** di numero complesso è: $z = a + bi$, con $a, b \in \mathbb{R}$.

a parte reale b parte immaginaria i unità immaginaria

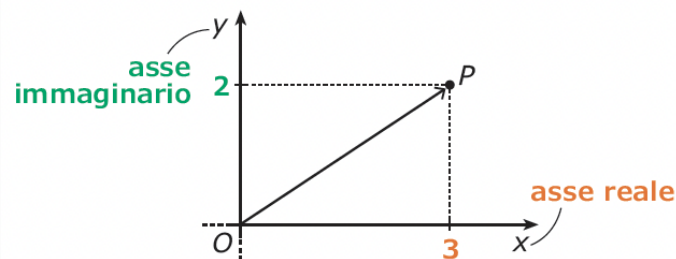
L'**unità immaginaria** i è tale che $i^2 = -1$.

Il **modulo** del numero complesso $a + bi$ è $|a + bi| = \sqrt{a^2 + b^2}$.

Rappresentazione geometrica

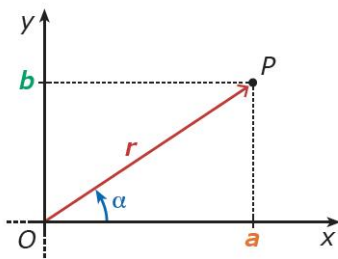
A ogni numero complesso $a + bi$ è possibile associare un punto $P(a; b)$ nel piano di Gauss e viceversa.

➤ Al numero complesso $3 + 2i$ è associato il punto $P(3; 2)$.



Coordinate polari

Un punto $P(a; b)$ in coordinate cartesiane si può scrivere in **coordinate polari** $[r; \alpha]$.



➤ Calcoliamo le coordinate polari di $Q(-\sqrt{3}; 1)$.

$$\bullet r = \sqrt{a^2 + b^2} = \sqrt{(-\sqrt{3})^2 + 1^2} = 2;$$

$$\bullet \tan \alpha = \frac{b}{a} = -\frac{1}{\sqrt{3}} \rightarrow$$

$$\alpha_1 = \frac{5}{6}\pi \vee \alpha_2 = \frac{11}{6}\pi.$$

Poiché Q è nel secondo quadrante del piano cartesiano, $\alpha = \frac{5}{6}\pi$.

Forma trigonometrica

La **forma trigonometrica** di un numero complesso $z = a + bi$ è $z = r(\cos \alpha + i \sin \alpha)$.

$$\bullet -\sqrt{3} + i = -\sqrt{3} + 1i = 2 \left(\cos \frac{5}{6}\pi + i \sin \frac{5}{6}\pi \right) = 2e^{i\frac{5}{6}\pi}$$

Operazioni con i numeri complessi

Dati due numeri complessi $z_1 = r \cdot (\cos \alpha + i \sin \alpha)$ e $z_2 = s \cdot (\cos \beta + i \sin \beta)$, definiamo queste operazioni.

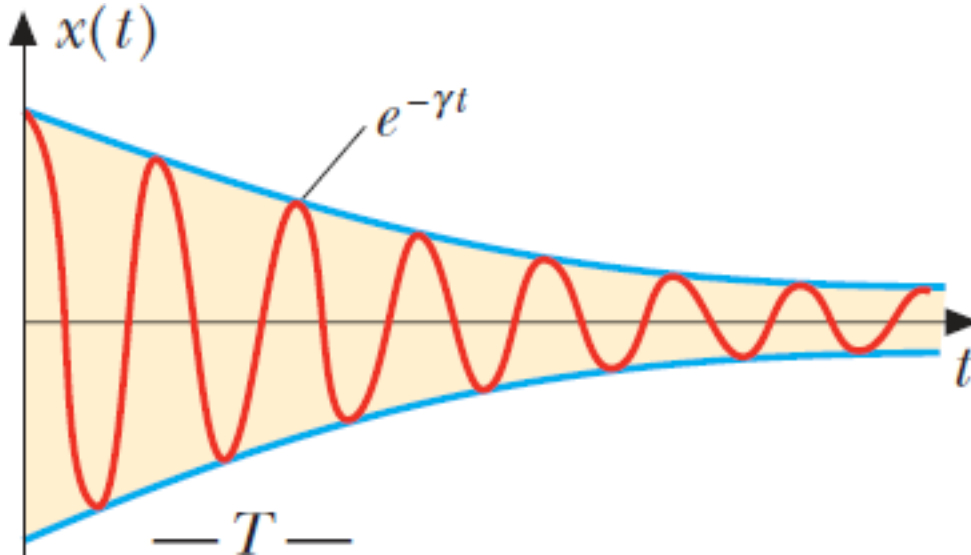
$$\bullet \text{ Prodotto: } z_1 \cdot z_2 = r \cdot s [\cos(\alpha + \beta) + i \sin(\alpha + \beta)].$$

$$\bullet \text{ Quoziente: } \frac{z_1}{z_2} = \frac{r}{s} [\cos(\alpha - \beta) + i \sin(\alpha - \beta)].$$

$$\bullet \text{ Potenza: } z_1^n = r^n (\cos n\alpha + i \sin n\alpha).$$

$$\bullet \text{ Radice } n\text{-esima: } \sqrt[n]{z_1} = \sqrt[n]{r} \cdot \left(\cos \frac{\alpha + 2k\pi}{n} + i \sin \frac{\alpha + 2k\pi}{n} \right), k \in \mathbb{Z} \text{ e } k = 0, 1, \dots, n-1.$$

Moto armonico in mezzo viscoso



$$\frac{d^2x}{dt^2} + 2\gamma \frac{dx}{dt} + \omega_0^2 x = 0$$

Proviamo a vedere se $e^{\alpha t}$ è una soluzione

$$\alpha^2 e^{\alpha t} + 2\gamma \alpha e^{\alpha t} + \omega_0^2 e^{\alpha t} = 0$$

$$\alpha^2 + 2\gamma \alpha + \omega_0^2 = 0$$

$$\Rightarrow \alpha = -\gamma \pm \sqrt{\gamma^2 - \omega_0^2}$$

$$\gamma > \omega_0$$

Doppio esponenziale
Smorzamento forte

$$\gamma = \omega_0$$

Singolo esponenziale
Smorzamento critico

$$\gamma < \omega_0$$

Oscillazioni smorzate
Smorzamento debole

$$\gamma > \omega_0$$

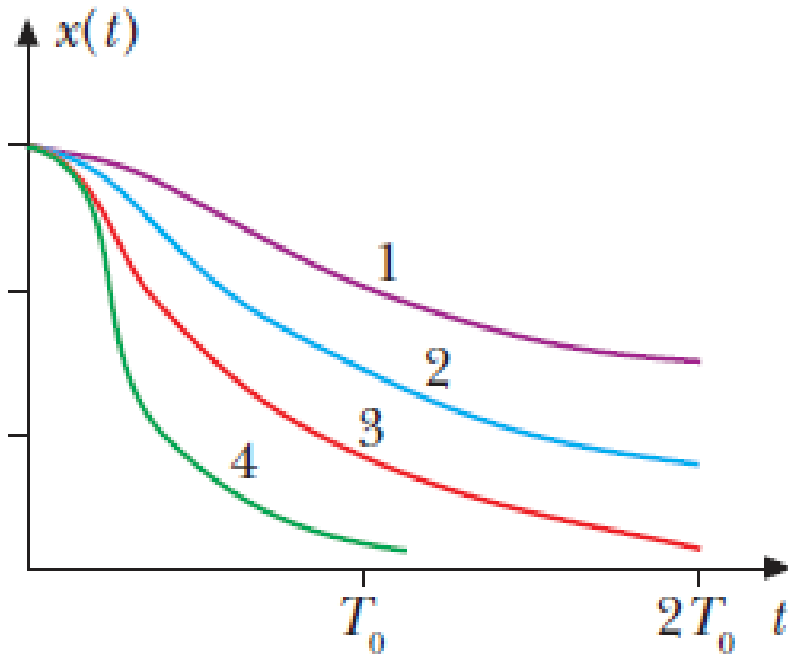
Doppio esponenziale
Smorzamento forte

$$x(t) = e^{-\gamma t} \left(A e^{t\sqrt{\gamma^2 - \omega_0^2}} + B e^{-t\sqrt{\gamma^2 - \omega_0^2}} \right)$$

$$\gamma = \omega_0$$

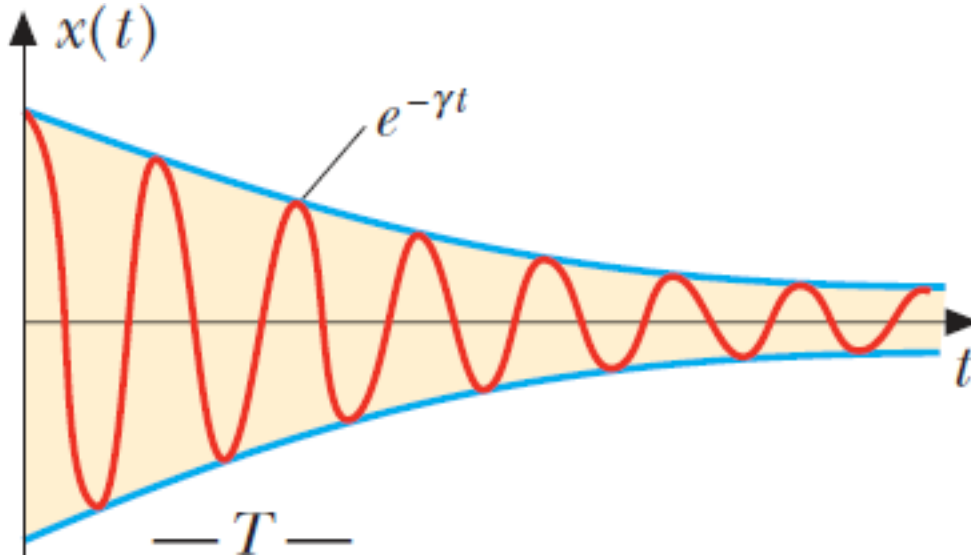
Singolo esponenziale
Smorzamento critico

$$x(t) = (a + Bt)e^{-\gamma t}$$



$$\gamma < \omega_0$$

Oscillazioni smorzate
Smorzamento debole



$$\alpha = -\gamma \pm i\sqrt{\omega_0^2 - \gamma^2} = -\gamma \pm i\omega$$

$$x(t) = e^{-\gamma t}(Ae^{i\omega t} + Be^{-i\omega t})$$

Utilizzando la formula di Eulero,
corrisponde a un sistema oscillante che
come già visto si può scrivere come

formula di Eulero

$$e^{\pm i\omega t} = \cos \omega t \pm i \sin \omega t$$

$$x(t) = x_0 e^{-\gamma t} \sin(\omega t + \phi)$$

Supponiamo di applicare all'oscillatore una forza oscillante con frequenza ω

$$ma = -kx - bv + F_0 \sin \bar{\omega}t \quad \Rightarrow \quad \frac{dx^2}{dt^2} + \frac{b}{m} \frac{dx}{dt} + \frac{k}{m} x = F_0 \sin \bar{\omega}t$$

La soluzione si ottiene dalle precedenti, che costituiscono la soluzione dell'omogenea associata, sommandola con una soluzione particolare

Consideriamo come soluzione particolare la funzione $x(t) = A \sin(\bar{\omega}t + \phi)$

$$-\bar{\omega}^2 A \sin(\bar{\omega}t + \phi) - 2A\gamma\bar{\omega} \cos(\bar{\omega}t + \phi) + \omega_0^2 A \sin(\bar{\omega}t + \phi) = F_0 \sin \bar{\omega}t$$

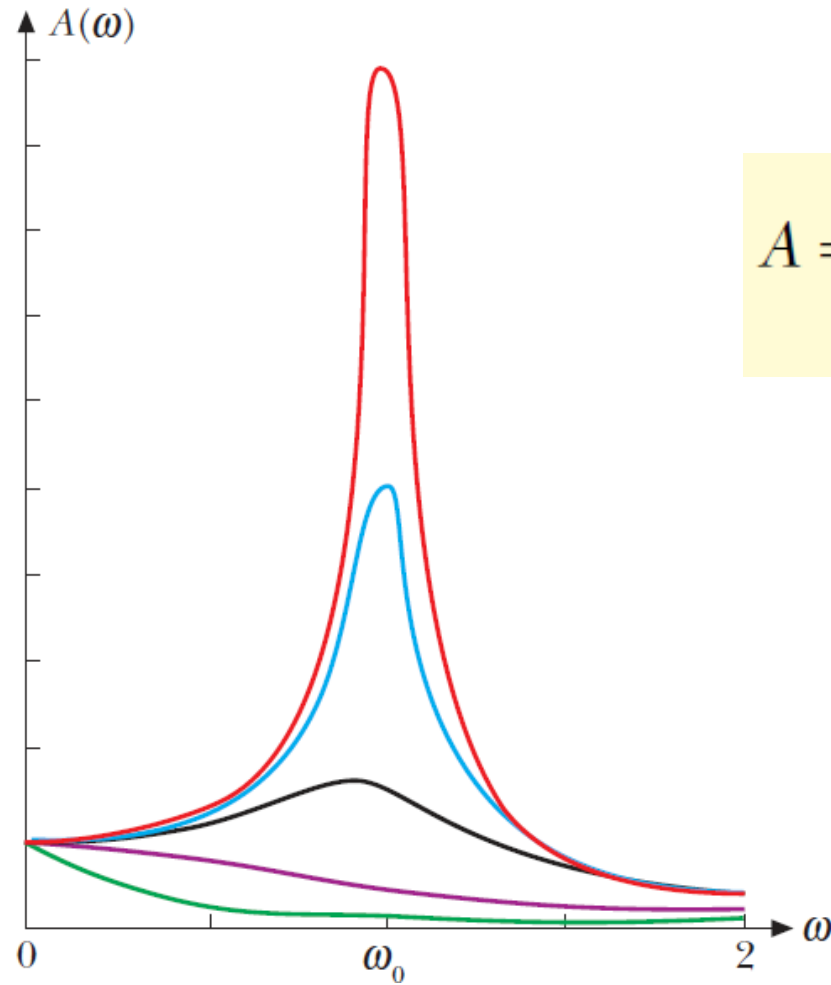
Esplicitando ϕ

$$[(\omega_0^2 - \omega^2)A \cos\phi - 2\gamma\omega A \sin\phi] \sin\omega t + [(\omega_0^2 - \omega^2)A \sin\phi + 2\gamma\omega A \cos\phi] \cos\omega t = \frac{F_0}{m} \sin\omega t.$$

$$\text{Valido } \forall t \Rightarrow (\omega_0^2 - \omega^2)A \cos\phi - 2\gamma\omega A \sin\phi = \frac{F_0}{m}, \quad (\omega_0^2 - \omega^2)A \sin\phi + 2\gamma\omega A \cos\phi = 0,$$

$$A = \frac{F_0}{m} \frac{1}{\sqrt{(\omega_0^2 - \omega^2)^2 + 4\gamma^2\omega^2}}, \quad \text{tg}\phi = -\frac{2\gamma\omega}{\omega_0^2 - \omega^2}$$

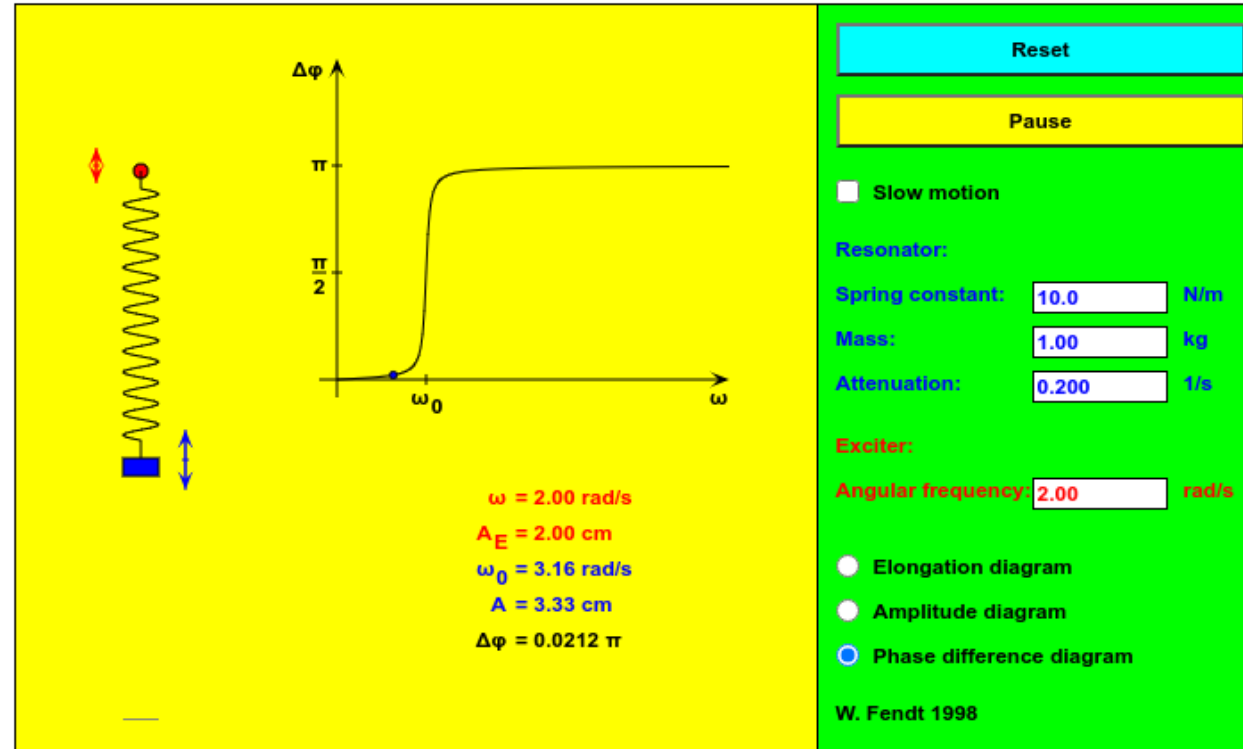
- a una sollecitazione sinusoidale l'oscillatore armonico risponde con uno spostamento sinusoidale: la pulsazione non è quella propria ω_0 , bensì è eguale a quella voluta ω , impressa dall'esterno;
- lo spostamento è sfasato rispetto alla forza;
- la risposta dell'oscillatore non è la stessa qualunque sia ω : ampiezza e fase dipendono dal valore di ω ;
- A e Φ non dipendono dalle condizioni iniziali, da cui dipendono solo le costanti a e b della parte transitoria.



$$A = \frac{F_0}{m} \frac{1}{\sqrt{(\omega_0^2 - \omega^2)^2 + 4\gamma^2\omega^2}}$$



Analogia meccanica del filtro

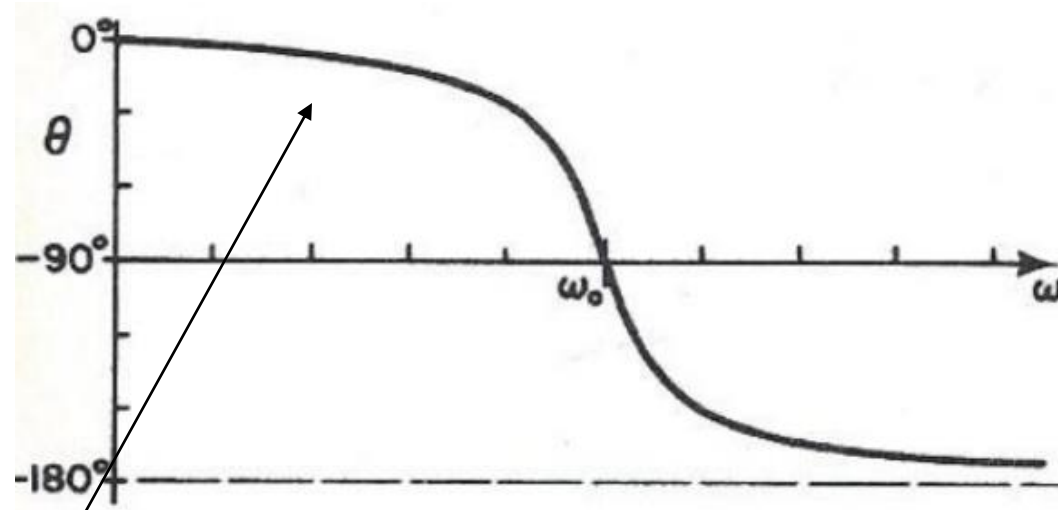


Proviamo una simulazione web:

https://www.walter-fendt.de/html5/phen/resonance_en.htm

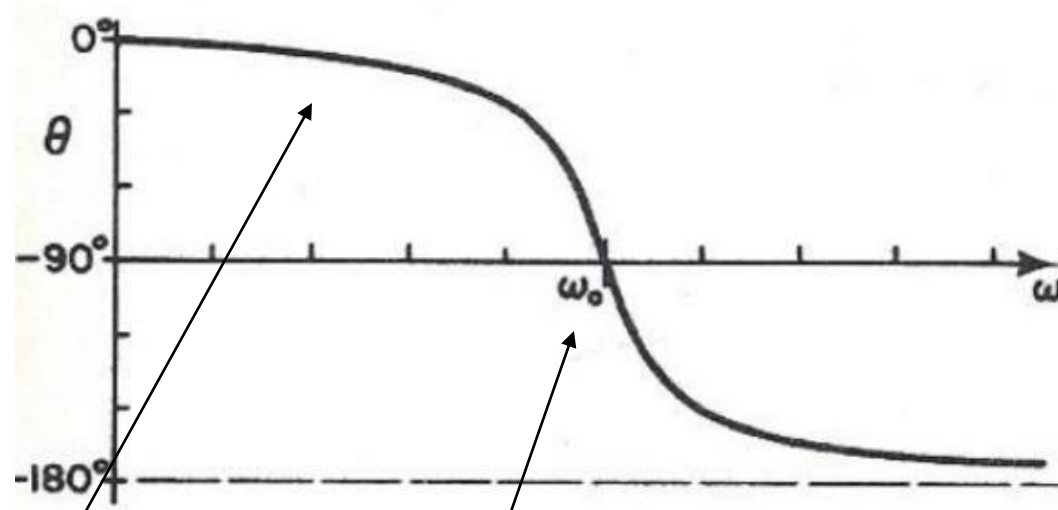


L'effetto SH (Spring Horse)





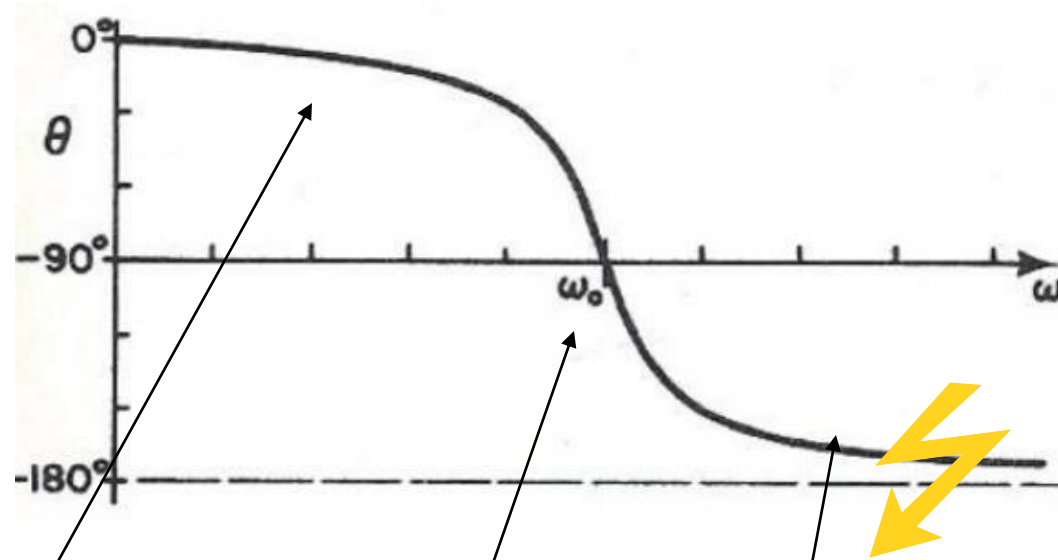
L'effetto SH (Spring Horse)



WOW
!!!



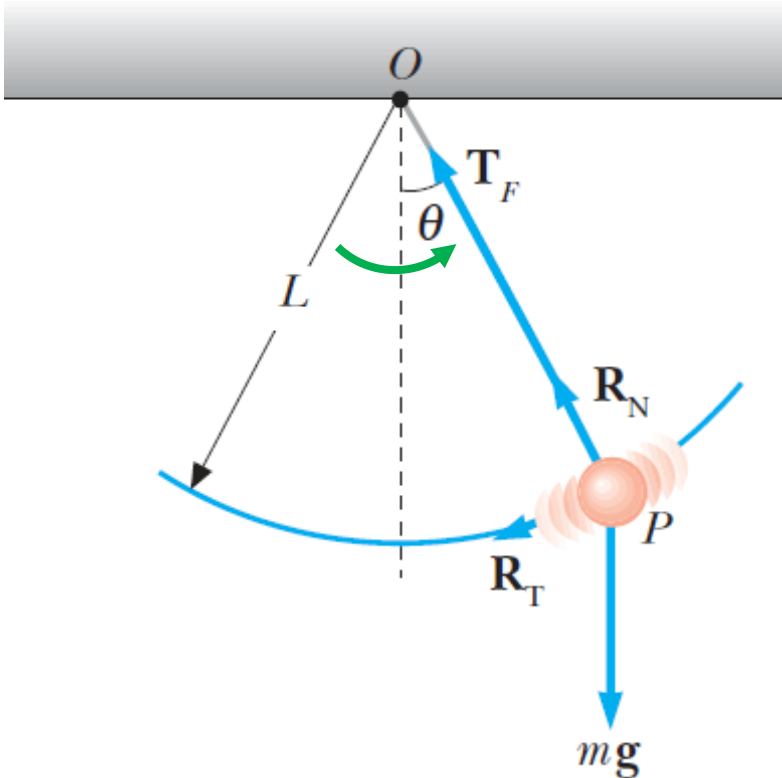
L'effetto SH (Spring Horse)



WOW
!!!

SDONG!!!





Quando in posizione di riposo a $\theta = 0 \rightarrow \vec{T}_f + m\vec{g} = 0$

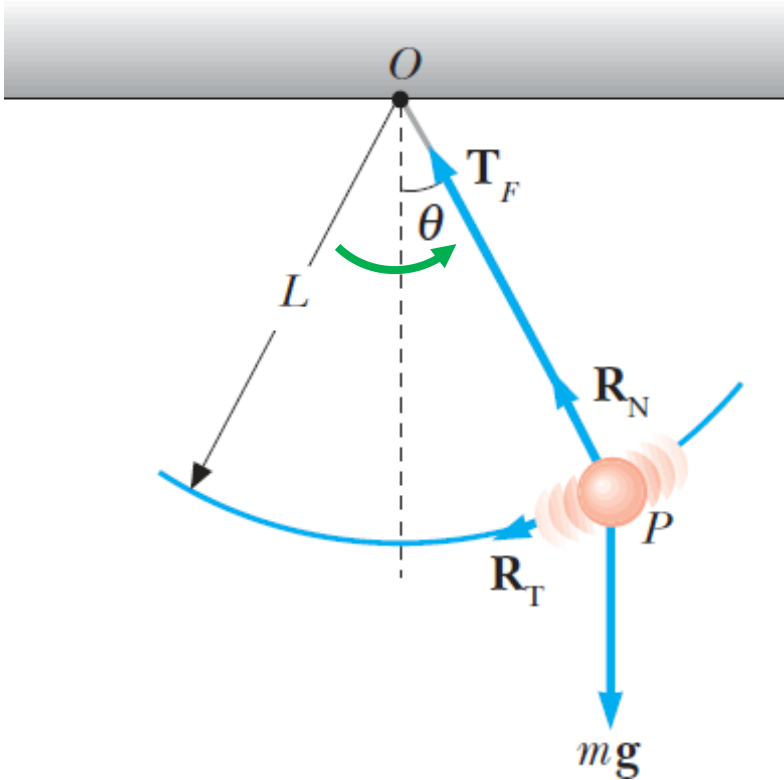
Se si sposta dall'equilibrio allora

$$\vec{T}_f + m\vec{g} = m\vec{a}$$

Come sistema di riferimento scegliamo un sistema polare centrato in O e quindi possiamo proiettare lungo la direzione tangente e ortogonale alla traiettoria

$$\hat{u}_T: \quad -mg \sin \theta = ma_T$$

$$\hat{u}_N: \quad T_f - mg \cos \theta = ma_N = m \frac{v^2}{L}$$



$$\hat{u}_T: \quad -mg \sin \theta = ma_T$$

Lo spostamento lungo la traiettoria, arco del cerchio di raggio L , può essere rappresentato dall'angolo

$$a_T = L\alpha \quad \Rightarrow \quad -mg \sin \theta = mL\alpha = mL \frac{d\theta^2}{dt^2}$$

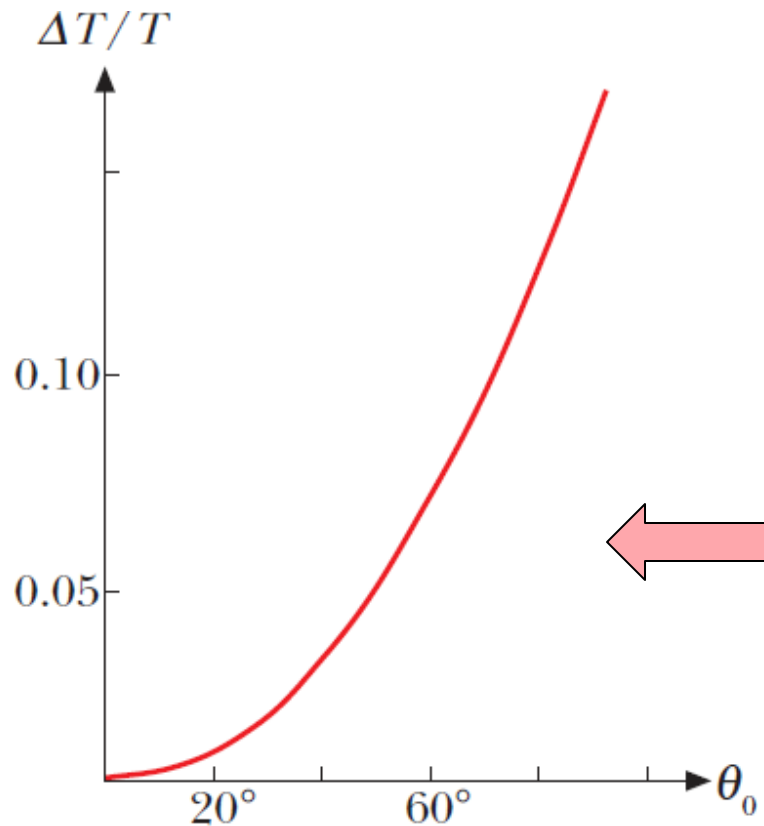
Visto che l'angolo è piccolo posso pensare di espandere il seno in serie di Taylor ...

$$\sin \theta = \theta - \frac{\theta^3}{3!} + \frac{\theta^5}{5!} + \dots$$



$$\frac{d\theta^2}{dt^2} + \frac{g}{L} \sin \theta = 0$$

$$\frac{d^2\theta}{dt^2} + \frac{g}{L} \sin \theta = 0$$



Piccole oscillazioni $\rightarrow \theta(t) = \theta_0 \sin(\omega t + \phi)$

Periodo $T = \frac{2\pi}{\omega} = 2\pi \sqrt{\frac{L}{g}}$ *Indipendente da θ_0*

Se le oscillazioni non sono piccole

2nd Newton law

$$ma_s = -(mg/L)s$$

$$s(t) = L\theta_0 \cos \omega t$$



$$a_s = -\omega^2 s(t)$$



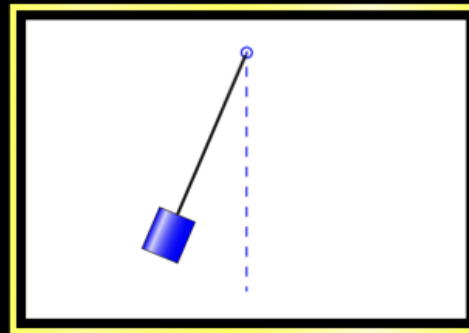
$$\omega = \sqrt{\frac{g}{L}}$$

$$\begin{aligned} v_s &= \sqrt{\frac{g}{L}} L\theta_0 \sin \omega t \\ &= \sqrt{gL}\theta_0 \sin \omega t \end{aligned}$$

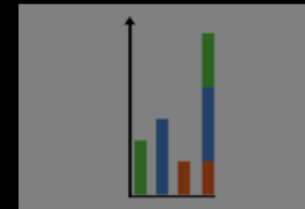
$$T = \frac{2\pi}{\omega} = 2\pi \sqrt{\frac{L}{g}}$$

Privacy & Terms

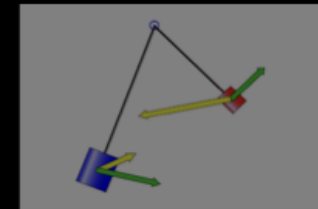
Pendulum Lab



Intro



Energy



Lab



Magic pendulum PLaNCK

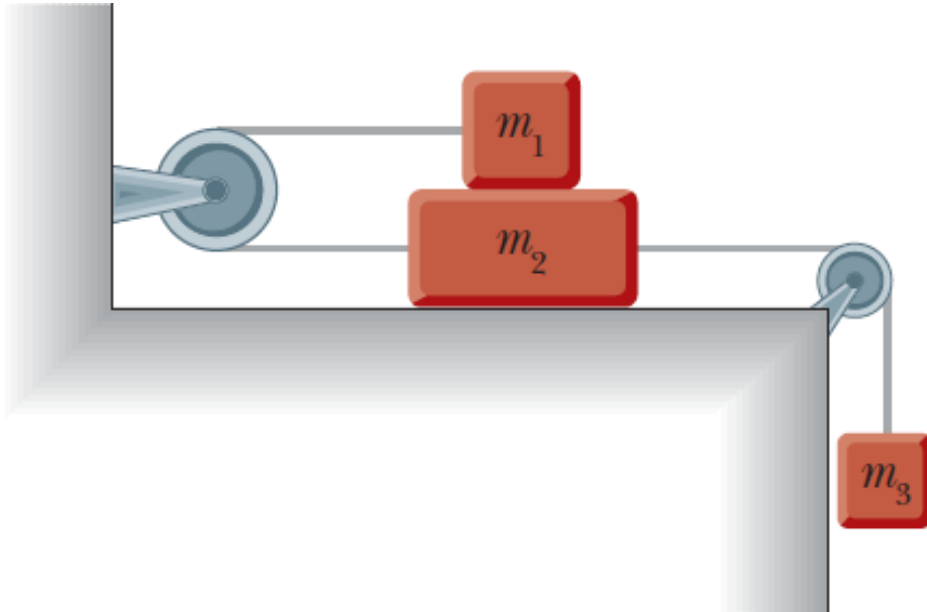
La **prima legge di Newton**, precedentemente enunciata da Galilei come principio d'inerzia, afferma che un corpo non soggetto a forze non subisce cambiamenti di velocità, ovvero resta in uno stato di quiete se era in quiete, oppure si muove di moto rettilineo uniforme.

La **seconda legge di Newton** stabilisce che l'azione di una forza $\vec{F}$ determina l'accelerazione $\vec{a}$ del punto materiale:

$$\vec{F} = \frac{d\vec{p}}{dt} = m\vec{a}$$

con m massa inerziale del punto.

Per la **terza legge di Newton**, nota anche come principio di azione e reazione, se un corpo A esercita una forza $\vec{F}_{A,B}$ su un corpo B, il corpo B reagisce esercitando una forza $\vec{F}_{B,A} = -\vec{F}_{A,B}$ sul corpo A; le forze agiscono sulla stessa retta d'azione. Nel SI l'unità di misura della forza è newton (N), $N = \text{kg} \cdot \text{m} \cdot \text{s}^{-2}$.

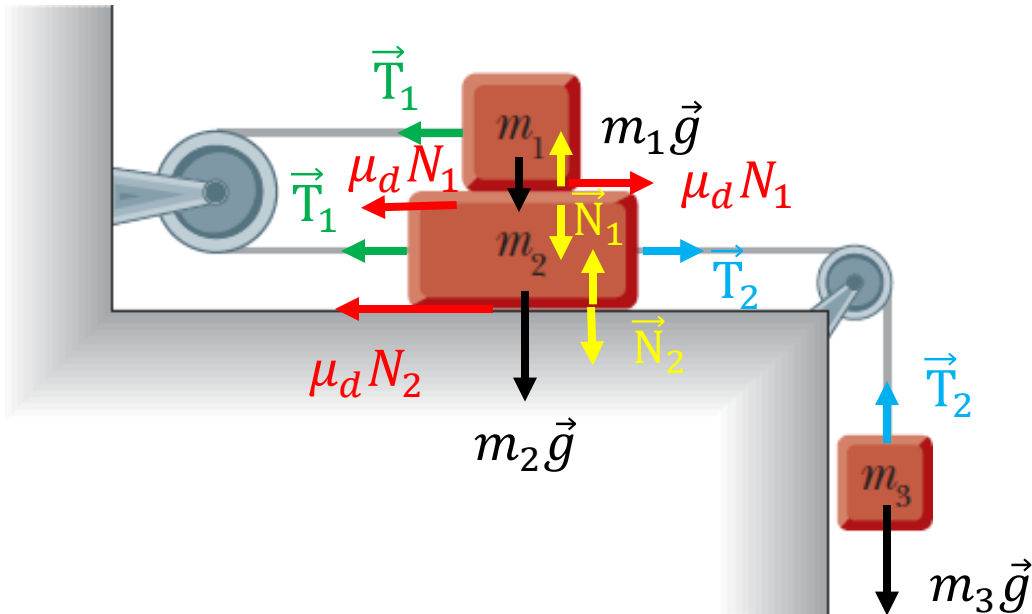


Una massa $m_1 = 1 \text{ kg}$ è posta sopra una massa $m_2 = 2.5 \text{ kg}$. Le due masse sono collegate da una fune inestensibile e priva di massa. Una terza massa $m_3 = 5 \text{ kg}$ è collegata a m_2 , come indicato in figura.

Il coefficiente d'attrito dinamico vale $\mu_d = 0.3$ per tutte le superfici a contatto.

Calcolare:

- a) il valore del modulo dell'accelerazione a delle tre masse,
- b) la tensione T_1 della fune che collega m_1 e m_2 ,
- c) la tensione T_2 della fune che collega m_2 e m_3 .



- a) $a = 3.87 \text{ m/s}^2$;
- b) $T_1 = 6.8 \text{ N}$;
- c) $T_2 = 29.7 \text{ N}$.

$$N_1 = m_1 g$$

$$N_2 = N_1 + m_2 g$$

Considerando tutto insieme

$$(m_1 + m_2 + m_3)a = m_3 g - \mu_d N_2 - \mu_d N_1 - \mu_d N_1$$

Considerando le singole masse

$$m_1 a = T_1 - \mu_d N_1$$

$$m_2 a = T_2 - T_1 - \mu_d N_2 - \mu_d N_1$$

$$m_3 a = m_3 g - T_2$$



Se voglio sapere accelerazione di un corpo

$$a = \frac{F}{m}$$

Devo identificare la risultante delle forze SU QUEL corpo.
Questa può dipendere da tutte le varie forze e reazioni in gioco

Massa di quel corpo

Se i corpi sono collegati,
accelerazioni è unica per tutti i corpi



Domande di comprensione

- Che cosa dicono il primo e il secondo principio della dinamica?
- Se un corpo è fermo, significa che non ci sono forze in gioco?
- Come mai la 'massa' si cancella quando applichiamo la seconda legge di Newton alla forza gravitazionale?
- La forza della legge di Newton è una forza specifica o generica?
- Va bene misurare il peso di una persona in kg?
- Cosa si intende per principio di azione e reazione?
- Se una mela cade per terra, la terra ne subisce accelerazione?
- La forza di attrito dinamico ha un valore massimo?
- Se un bambino sale su una altalena come fa ad aumentare l'ampiezza della oscillazione?