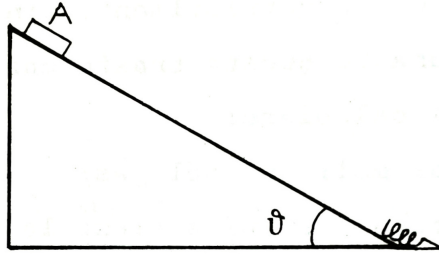


Esercizio 1

Un mattone di massa $m = 510 \text{ g}$ si trova, fermo, su di un piano inclinato ($\theta = 30^\circ$) e scabro su cui comincia a scivolare. Dopo aver percorso una distanza $l_0 = 2 \text{ m}$ urta elasticamente contro una molla (ideale), che lo fa risalire per $l_1 = 60 \text{ cm}$ lungo il piano inclinato.



Calcolare:

1. quanto vale la forza d'attrito fra mattone e piano inclinato.
2. quanto vale il coefficiente d'attrito dinamico del piano scabro.
3. con che velocità si deve far partire il mattone perché dopo l'urto elastico contro la molla esso possa risalire esattamente fino al punto di partenza.

Soluzione

Dati:

$$m = 510 \text{ g} = 0.510 \text{ kg}, \quad \theta = 30^\circ,$$

$$l_0 = 2 \text{ m}, \quad l_1 = 60 \text{ cm} = 0.60 \text{ m}.$$

Indichiamo con F_a la forza d'attrito, che si oppone sempre al moto del mattone.

Calcolo della forza d'attrito

Nel primo tratto il mattone parte da fermo e scende lungo il piano inclinato per una distanza l_0 .

L'energia potenziale persa è

$$mgl_0 \sin \theta.$$

Il lavoro della forza d'attrito è

$$-F_a l_0.$$

Quindi l'energia cinetica del mattone quando arriva alla molla è

$$K = mgl_0 \sin \theta - F_a l_0.$$

Dopo l'urto elastico con la molla, il mattone risale lungo il piano inclinato per una distanza l_1 e si ferma. L'energia cinetica iniziale viene quindi spesa contro la forza peso e contro l'attrito:

$$K = mgl_1 \sin \theta + F_a l_1.$$

Uguagliando le due espressioni:

$$mgl_0 \sin \theta - F_a l_0 = mgl_1 \sin \theta + F_a l_1.$$

Portando i termini simili dallo stesso lato:

$$mg \sin \theta (l_0 - l_1) = F_a (l_0 + l_1).$$

Quindi:

$$F_a = \frac{mg \sin \theta (l_0 - l_1)}{l_0 + l_1}.$$

Sostituendo i valori numerici:

$$F_a = \frac{(0.510)(9.81) \sin 30^\circ (2 - 0.60)}{2 + 0.60}.$$

Poiché $\sin 30^\circ = 0.5$:

$$F_a = \frac{(0.510)(9.81)(0.5)(1.40)}{2.60}.$$

$$F_a \simeq 1.35 \text{ N.}$$

$$\boxed{F_a \simeq 1.35 \text{ N}}$$

Per il coefficiente d'attrito essendo $F_a = \mu_d mg \cos \theta$ si ha

$$\mu_d = \frac{l_0 - l_1}{l_0 + l_1} \tan \theta = 0.31$$

Velocità iniziale necessaria

Ora il mattone deve partire con una velocità iniziale v_0 tale che, dopo l'urto elastico contro la molla, riesca a risalire esattamente fino al punto di partenza.

L'energia cinetica iniziale è

$$\frac{1}{2}mv_0^2.$$

Durante la discesa lungo l_0 , il mattone guadagna energia dalla forza peso e perde energia per attrito:

$$K = \frac{1}{2}mv_0^2 + mgl_0 \sin \theta - F_al_0.$$

Per risalire fino al punto di partenza, dopo l'urto con la molla, deve avere energia sufficiente per vincere sia il peso sia l'attrito lungo lo stesso tratto l_0 :

$$K = mgl_0 \sin \theta + F_al_0.$$

Quindi:

$$\frac{1}{2}mv_0^2 + mgl_0 \sin \theta - F_al_0 = mgl_0 \sin \theta + F_al_0.$$

I termini gravitazionali si semplificano:

$$\frac{1}{2}mv_0^2 = 2F_al_0.$$

Da cui:

$$v_0 = \sqrt{\frac{4F_al_0}{m}}.$$

Sostituendo:

$$v_0 = \sqrt{\frac{4(1.35)(2)}{0.510}}.$$

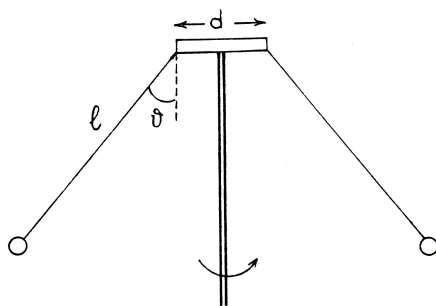
$$v_0 \simeq 3.25 \text{ m/s.}$$

$$\boxed{v_0 \simeq 3.25 \text{ m/s}}$$

““

Esercizio 2

Un modello di giostra consta di un'asta verticale munita, all'estremo superiore, di un disco di diametro $d = 70 \text{ cm}$ al cui bordo sono appese due sferette di massa $m = 72 \text{ g}$ mediante due fili di lunghezza $l = 100 \text{ cm}$.



Calcolare:

1. la velocità angolare per la quale l'angolo θ è di 45° rispetto alla verticale.
2. la tensione dei fili per tale valore dell'angolo θ .
3. calcola il momento angolare del sistema rispetto all'asse di rotazione
4. se i due fili che tengono le sferette si spezzano nello stesso istante, cosa cambia nel sistema? Cambia la velocità di rotazione dell'asta e del disco? Cosa succede alla quantità di moto del sistema e all'energia?

Soluzione

Dati:

$$d = 70 \text{ cm} = 0.70 \text{ m}, \quad l = 100 \text{ cm} = 1.00 \text{ m},$$

$$m = 72 \text{ g} = 0.072 \text{ kg}, \quad \theta = 45^\circ.$$

Il raggio del disco è

$$R = \frac{d}{2} = 0.35 \text{ m}.$$

Quando la giostra ruota, ogni sferetta descrive una circonferenza di raggio

$$r = R + l \sin \theta.$$

Quindi:

$$r = 0.35 + 1.00 \sin 45^\circ.$$

Poiché

$$\sin 45^\circ = \frac{\sqrt{2}}{2},$$

si ha

$$r = 0.35 + 0.707 \simeq 1.057 \text{ m}.$$

Velocità angolare

Sulla sferetta agiscono la forza peso mg e la tensione T del filo.

Scomponendo la tensione:

$$T \cos \theta = mg,$$

$$T \sin \theta = m\omega^2 r.$$

Dividendo membro a membro:

$$\tan \theta = \frac{\omega^2 r}{g}.$$

Da cui:

$$\omega = \sqrt{\frac{g \tan \theta}{r}}.$$

Per $\theta = 45^\circ$ si ha $\tan 45^\circ = 1$, quindi:

$$\omega = \sqrt{\frac{9.81}{1.057}}.$$

$$\omega \simeq 3.05 \text{ rad/s}.$$

$\omega \simeq 3.05 \text{ rad/s}$

Tensione dei fili

Dalla componente verticale:

$$T \cos \theta = mg.$$

Quindi:

$$T = \frac{mg}{\cos \theta}.$$

Sostituendo i dati:

$$T = \frac{(0.072)(9.81)}{\cos 45^\circ}.$$

Poiché

$$\cos 45^\circ = \frac{\sqrt{2}}{2},$$

si ottiene:

$$T \simeq \frac{0.706}{0.707}.$$

$$T \simeq 1.00 \text{ N}.$$

$T \simeq 1.00 \text{ N}$

Momento angolare del sistema

Ogni sferetta si muove su una circonferenza di raggio

$$r = R + l \sin \theta = 0.35 + 1.00 \sin 45^\circ \simeq 1.057 \text{ m}.$$

Il momento d'inerzia di una singola sferetta rispetto all'asse di rotazione vale

$$I_1 = mr^2.$$

Poiché le sferette sono due:

$$I = 2mr^2.$$

Sostituendo i valori numerici:

$$I = 2(0.072)(1.057)^2 \simeq 0.161 \text{ kg m}^2.$$

Il momento angolare del sistema è quindi

$$L = I\omega.$$

Con la velocità angolare trovata in precedenza,

$$\omega \simeq 3.05 \text{ rad/s},$$

si ottiene

$$L = (0.161)(3.05) \simeq 0.49 \text{ kg m}^2/\text{s}.$$

Pertanto

$L \simeq 0.49 \text{ kg m}^2/\text{s}.$

Osservazioni sulla rottura dei fili

Supponiamo che i due fili si spezzino contemporaneamente e che la rottura sia istantanea e non dissipativa.

Nell'istante della rottura ciascuna sferetta mantiene la velocità che possedeva immediatamente prima, pari a

$$v = \omega r,$$

dove

$$r = R + l \sin \theta = 1.057 \text{ m.}$$

Con il valore della velocità angolare calcolato in precedenza,

$$\omega = 3.05 \text{ rad/s,}$$

si ottiene

$$v = (3.05)(1.057) \simeq 3.22 \text{ m/s.}$$

Le sferette abbandonano quindi il moto circolare e si muovono lungo la tangente alla traiettoria, seguendo successivamente un moto parabolico sotto l'azione della sola forza peso.

Poiché le due sferette sono poste in punti diametralmente opposti del disco, le loro quantità di moto sono uguali in modulo e opposte in direzione:

$$\vec{p}_1 + \vec{p}_2 = \vec{0}.$$

Pertanto la quantità di moto totale del sistema rimane nulla.

Anche il momento angolare totale rispetto all'asse di rotazione si conserva, poiché durante la rottura non agiscono momenti esterni impulsivi.

Il momento angolare delle due sferette nell'istante della rottura è

$$L_{sf} = 2mr^2\omega \simeq 0.49 \text{ kg m}^2/\text{s},$$

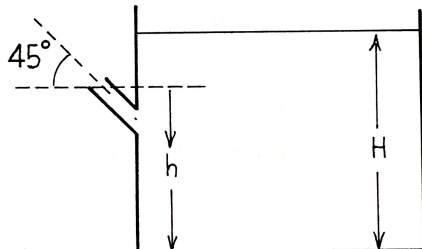
lo stesso valore posseduto immediatamente prima della rottura.

Poiché la tensione dei fili è diretta lungo i fili stessi e scompare istantaneamente senza esercitare alcun impulso tangenziale sul disco, l'asta e il disco non ricevono alcuna coppia impulsiva. Di conseguenza la loro velocità angolare non cambia nell'istante della rottura.

Infine, se la rottura è ideale e non dissipativa, anche l'energia meccanica si conserva nell'istante della separazione: l'energia cinetica di rotazione delle sferette diventa energia cinetica del loro moto libero, mentre l'asta e il disco continuano a ruotare con la stessa velocità angolare che avevano prima della rottura. “

Esercizio 3

Una cisterna di sezione di parecchi m^2 è piena d'acqua sino alla quota $H = 3\text{ m}$ sopra il fondo ed ha un tubo d'uscita di sezione $s = 3\text{ cm}^2$ inclinato di 45° e situato a quota $h = 2\text{ m}$ dal fondo.



Calcolare:

1. la quota massima raggiunta dall'acqua che esce dal tubo.
2. il tempo necessario per riempire con l'acqua che esce dal tubo un secchio di capacità $C = 10\text{ litri}$
3. se invece di riempire il secchio l'acqua tocca terra, con quale sezione il flusso d'acqua arriva al suolo?

(Considerare H invariato durante l'uscita dell'acqua)

Soluzione

Dati:

$$H = 3 \text{ m}, \quad h = 2 \text{ m}, \quad s = 3 \text{ cm}^2, \\ C = 10 \text{ litri}, \quad \alpha = 45^\circ.$$

Convertiamo le unità di misura:

$$s = 3 \text{ cm}^2 = 3 \cdot 10^{-4} \text{ m}^2, \\ C = 10 \text{ litri} = 10 \cdot 10^{-3} \text{ m}^3 = 0.010 \text{ m}^3.$$

Poiché la sezione della cisterna è molto grande rispetto alla sezione del tubo, la velocità del pelo libero dell'acqua può essere considerata nulla.

Quota massima raggiunta dall'acqua

Applichiamo il teorema di Torricelli tra il pelo libero dell'acqua, alla quota H , e l'uscita del tubo, alla quota h .

La velocità di uscita dell'acqua è:

$$v = \sqrt{2g(H - h)}.$$

Sostituendo i dati:

$$v = \sqrt{2(9.81)(3 - 2)}.$$

$$v = \sqrt{19.62} \simeq 4.43 \text{ m/s}.$$

L'acqua esce dal tubo con inclinazione

$$\alpha = 45^\circ.$$

La componente verticale della velocità è:

$$v_y = v \sin 45^\circ.$$

La quota massima raggiunta rispetto all'uscita del tubo è:

$$\Delta y = \frac{v_y^2}{2g}.$$

Quindi:

$$\Delta y = \frac{v^2 \sin^2 45^\circ}{2g}.$$

Poiché

$$v^2 = 2g(H - h),$$

si ottiene:

$$\Delta y = (H - h) \sin^2 45^\circ.$$

Sostituendo:

$$\Delta y = (3 - 2) \cdot \frac{1}{2} = 0.50 \text{ m.}$$

La quota massima rispetto al fondo della cisterna è quindi:

$$y_{\max} = h + \Delta y.$$

$$y_{\max} = 2 + 0.50 = 2.50 \text{ m.}$$

$$\boxed{y_{\max} = 2.50 \text{ m}}$$

Tempo necessario per riempire il secchio

La portata volumetrica dell'acqua è:

$$Q = sv.$$

Sostituendo i dati:

$$Q = (3 \cdot 10^{-4})(4.43).$$

$$Q \simeq 1.33 \cdot 10^{-3} \text{ m}^3/\text{s}.$$

Il tempo necessario per riempire il secchio è:

$$t = \frac{C}{Q}.$$

Quindi:

$$t = \frac{0.010}{1.33 \cdot 10^{-3}}.$$

$$t \simeq 7.5 \text{ s.}$$

$$\boxed{t \simeq 7.5 \text{ s}}$$

Sezione del getto quando arriva al suolo

La portata del getto si conserva:

$$Q = sv_0 = Sv_s,$$

dove s è la sezione del tubo, v_0 è la velocità di uscita, S è la sezione del getto al suolo e v_s è la velocità dell'acqua quando arriva a terra.

Dalla legge di Torricelli:

$$v_0 = \sqrt{2g(H - h)}.$$

Quando l'acqua arriva al suolo, cioè alla quota zero, la sua velocità vale

$$v_s = \sqrt{2gH}.$$

Quindi:

$$S = s \frac{v_0}{v_s}.$$

Sostituendo:

$$S = s \sqrt{\frac{H-h}{H}}.$$

Con i dati del problema:

$$S = 3 \text{ cm}^2 \sqrt{\frac{3-2}{3}}.$$

$$S = 3 \sqrt{\frac{1}{3}} \text{ cm}^2.$$

$$S \simeq 1.73 \text{ cm}^2.$$

Pertanto:

$$\boxed{S \simeq 1.73 \text{ cm}^2}$$

““

Scelta multipla

1. Una chiave inglese da 30,0 cm viene utilizzata per generare una coppia su un bullone. Una forza di 40 N viene applicata perpendicolarmente all'estremità della chiave inglese. La coppia generata sul bullone è
- (a) 9.0 N·m.
 - (b) 20 N·m.
 - (c) 5.0 N·m.
 - (d) 12 N·m.
 - (e) 7.0 N·m.

ANSWER: D

2. Un ragazzo in bicicletta gira in tondo con un cerchio di raggio r_o alla velocità v_o . Se il ragazzo viaggia allo stesso raggio r_o , con quale fattore approssimativo deve cambiare la velocità per triplicare la sua accelerazione radiale?
- (a) 1.7
 - (b) 3.0
 - (c) 9.0
 - (d) 0.58
 - (e) 0.11

ANSWER: A

3. Una massa sta a riposo sopra un tavolo. Quali due forze che non sono coppia di forze sono uguali e opposte?
- (a) la forza di contatto sulla massa dovuta al tavolo e la forza di contatto sul tavolo dovuta alla massa
 - (b) la forza di gravità sulla massa dovuta alla Terra e la forza di contatto sulla massa dovuta al tavolo
 - (c) la forza di gravità sulla massa dovuta alla Terra e la forza di contatto sul tavolo dovuta alla massa
 - (d) la forza di contatto sulla massa dovuta al tavolo e la forza di gravità sulla Terra dovuta alla massa
 - (e) la forza di gravità sulla massa dovuta alla Terra e la forza di gravità sulla Terra dovuta alla massa

ANSWER: B

4. Un sistema di molle verticali con una barra di massa M viene messo in movimento con ampiezza A . Quando il bob viene sostituito da uno con massa $2M$, si può concludere quanto segue:
- (a) Il periodo è circa 0,7 volte più grande di prima
 - (b) Il periodo non è influenzato
 - (c) Il periodo è la metà di quello di prima
 - (d) Il periodo è il doppio rispetto a prima
 - (e) Il periodo è circa 1,4 volte più grande di prima

ANSWER: E

5. Una mela e un'arancia sono collegate da una cannuccia di massa trascurabile. Se i centri dei frutti sono distanti 26 cm e il centro di massa della coppia è a 11 cm dalla mela, qual è il rapporto tra mela e arancia?
- (a) 11/26
 - (b) 26/11
 - (c) 15/11
 - (d) 11/15
 - (e) 26/15
 - (f) 15/26

ANSWER: C e D

6. Quale dei seguenti oggetti possiede la maggiore energia cinetica rotazionale? Ognuno ha massa M e raggio R , e ruota con velocità angolare ω .
- (a) una sfera solida
 - (b) tutti hanno la stessa energia cinetica rotazionale
 - (c) un guscio sottile cilindrico
 - (d) un cilindro solido
 - (e) un guscio sferico a parete sottile

ANSWER: C

7. Un sistema in equilibrio non può avere
- (a) eventuali coppie su di esso.
 - (b) qualsiasi forza su di esso.

- (c) una velocità non zero.
- (d) un'accelerazione non zero.

ANSWER: D

8. Quante cifre significative dovrebbero essere scritte nella somma $4,56\text{ g} + 9,032\text{ g} + 580,0078\text{ g} + 540,439\text{ g}$?
- (a) 3
 - (b) 4
 - (c) 5
 - (d) 6
 - (e) 7

ANSWER: C

9. Un cilindro solido uniforme rotola senza scivolare giù per una pendenza. Nella parte inferiore della pendenza, viene misurata la velocità v del cilindro e vengono calcolate le energie cinetiche traslazionali e rotazionali (K_{tr} , K_{rot}). Un foro viene praticato attraverso il cilindro lungo il suo asse e l'esperimento viene ripetuto; nella parte inferiore dell'inclinazione il cilindro ora ha velocità v' ed energie cinetiche traslazionali e rotazionali K'_{tr} e K'_{rot} . Come si confronta la velocità del cilindro con il suo valore originale?
- (a) $v' < v$
 - (b) $v' = v$
 - (c) $v' > v$
 - (d) La risposta dipende dal raggio del foro praticato.

ANSWER: A

10. Quando entrambi sono espressi in unità del SI, il momento delle forze ha le stesse unità di quale altra grandezza fisica?
- (a) accelerazione angolare
 - (b) momento angolare
 - (c) forza
 - (d) energia
 - (e) momento d'inerzia
 - (f) velocità angolare

ANSWER: D