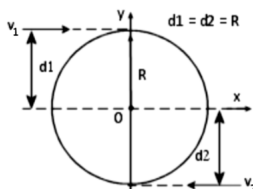


Esercizio 1



Un disco rigido di raggio R e massa M inizialmente fermo è disposto sul piano orizzontale liscio xy .

Due punti materiali dotati della stessa massa $m_1 = m_2 = M/2$ e rispettivamente di velocità in modulo pari $v_1 = v_0$ e $v_2 = 2v_0$, si muovono, uno opposto all'altro, lungo le due direzioni parallele $d_1 = d_2 = R$, come illustrato in figura.

Ad un certo istante i due punti urtano simultaneamente il bordo del disco restandovi attaccati.

Detto S il sistema formato dal disco e dai due punti materiali, calcolare

- il momento angolare del sistema prima e dopo l'urto.
- la quantità di moto del sistema prima e dopo l'urto.
- la velocità del centro di massa dopo l'urto.
- la velocità angolare del disco dopo l'urto.
- K_i l'energia cinetica di S prima dell'urto.
- K_f l'energia cinetica di S dopo l'urto.

Dati: Si ricordi che il momento di inerzia I di un disco rigido omogeneo di massa M e raggio R rispetto ad un asse passante per il centro del disco e ad esso perpendicolare vale $I = MR^2/2$.

$$1) \quad \vec{L}_{\text{prima}} = m_1 \vec{v}_1 \times \vec{d}_1 + m_2 \vec{v}_2 \times \vec{d}_2 = \left(\frac{M}{2} v_0 R + \frac{M}{2} 2v_0 R \right) \hat{z} \\ = \frac{3}{2} M v_0 R \hat{z}$$

Non ci sono forze esterne al sistema, per cui il momento angolare si conserva.

Dopo l'urto il centro del disco si muove di moto rettilineo uniforme in una direzione. Posso esprimere tramite Koëinig il suo momento angolare come la somma del moto del cor e attorno al cor.

Il cor del disco con i punti attaccati e il centro del disco $\Rightarrow$ Muovendosi di moto rettilineo uniforme e partendo dall'origine allora il momento angolare del cor è nullo perché $\vec{r}_{\text{cor}}$ è parallelo a $\vec{v}_{\text{cor}}$.

Allora si ha

$$\begin{aligned} \vec{L}_{\text{prima}} &= \frac{3}{2} \pi v_0 R \hat{z} = \vec{L}_{\text{dopo}} = \overbrace{\left(\frac{1}{2} \pi R^2 + 2 \frac{\pi}{2} R^2 \right)}^{I_{\text{cor}}} \bar{\omega} \\ &= \frac{3}{2} \pi R^2 \bar{\omega} \end{aligned}$$

$$\hookrightarrow \Rightarrow \bar{\omega} = \frac{v_0}{R} \hat{z}$$

2) La quantità di moto prima dell'urto

$$\vec{q} = m_1 \vec{v}_1 + m_2 \vec{v}_2 = \left(\frac{m}{2} v_0 - 2 \frac{m}{2} v_0 \right) \hat{x} = -\frac{m}{2} v_0 \hat{x}$$

Non ci sono forze esterne per cui si conserva

$$\vec{q}_{\text{prima}} = -\frac{m}{2} v_0 \hat{x} = \vec{q}_{\text{dopo}} = \left(m + 2 \frac{m}{2} \right) \vec{v}_{\text{dopo}}$$

$$3) \vec{v}_{\text{dopo}} = -\frac{v_0}{4} \hat{x}$$

5) L'energia cinetica prima dell'urto è la somma dell'energia cinetica dei due punti:

$$\begin{aligned} S_{\text{prima}} &= \frac{1}{2} m_1 v_1^2 + \frac{1}{2} m_2 v_2^2 \\ &= \frac{1}{4} m v_0^2 + \frac{m}{4} (2v_0)^2 = \frac{3}{4} m v_0^2 \end{aligned}$$

6) Dopo l'urto i punti vengono attratti per cui l'energia non si conserva. L'energia cinetica sempre tramite Koening si può esprimere come la

Somme dell'energia cinetica del CM e di
rispetto al CM

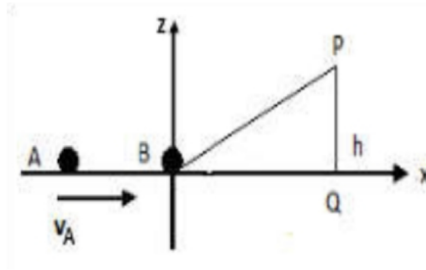
$$S_{\text{dopo}} = \frac{1}{2} \left(m + 2 \frac{m}{2} \right) v_{\text{dopo}}^2 + \frac{1}{2} I_{\text{CM}} \omega^2$$

$$= m \frac{v_0^2}{16} + \frac{3}{2} m R^2 \frac{v_0^2}{R^2}$$

$$= m \left(\frac{1}{16} + \frac{3}{2} \right) v_0^2$$

$$= \frac{25}{16} m v_0^2$$

Esercizio 2



Un punto materiale A di massa m si muove lungo la direzione positiva dell'asse x privo di attrito con velocità costante $\vec{v}_A = (v_A, 0, 0)$ fino ad urtare elasticamente un secondo punto B avente la stessa massa m fermo nell'origine degli assi alla base di un piano inclinato di altezza h formante un angolo θ con il suolo.

Dopo l'urto il punto B sale lungo il piano inclinato e si ferma istantaneamente nella posizione P ad altezza h dal suolo.

1. Calcolare l'energia cinetica di B immediatamente dopo l'urto.
2. Calcolare il lavoro svolto dalle forze d'attrito durante la salita di B lungo il piano inclinato fino a P .
3. Calcolare il coefficiente d'attrito del piano inclinato.
4. Dopo essere arrivato nel punto P il punto materiale B ridiscende dalla collina. Quanto tempo ci mette per ritornare alla base della salita nell'origine degli assi?
5. Quale è la potenza media dissipata dalla forza d'attrito?
6. Nel suo percorso in discesa dal piano inclinato e lungo la direzione negativa dell'asse x , il punto materiale B urterà il punto materiale A ?

Dati: $m = 1.0 \text{ kg}$, $h = 1 \text{ m}$, $\theta = 30^\circ$, $v_A = 5.0 \text{ m/s}$

1) L'urto è elastico per cui l'energia prima dell'urto è la stessa che dopo l'urto

$$v_A^2 = v_A'^2 + v_B'^2$$

così anche la quantità di moto

$$v_A = v_A' + v_B'$$

$$\Rightarrow v_A' = v_A - v_B'$$

$$v_A^2 = (v_A - v_B')^2 + v_B'^2 = v_A^2 - 2v_A v_B' + v_B'^2 + v_B'^2$$

$$\Rightarrow v_B' = v_A \quad \Rightarrow \quad v_A' = 0$$

L'energia cinetica di B dopo l'urto è quindi

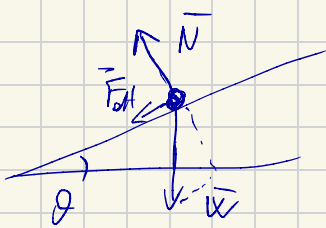
$$\begin{aligned} S_B &= \frac{1}{2} m v_A^2 \\ &= \frac{25}{2} \text{ J} = 12.5 \text{ J} \end{aligned}$$

2) All'istante in cui il corpo B si ferma quindi ha energia cinetica nulla. La sua energia cinetica viene completamente trasformata in energia potenziale e dissipata in lavoro

$$S_B = mgh + L_{\text{diss}}$$

$$L_{\text{diss}} = S_B - mgh = \frac{25}{2} - 1 \times 10 \times 1 = 2.5 \text{ J}$$

3)



La forza d'attrito è proporzionale alla reazione del piano N .

$$F_{att} = \mu_d N = \mu_d mg \cos \theta$$

Allo stesso tempo la forza che è costante ha compiuto il lavoro prima determinato

$$L_{att} = F_{att} \cdot \frac{h}{\sin \theta}$$

$$\Rightarrow \mu_d = \frac{1}{mg \cos \theta} \cdot L_{att} \frac{\sin \theta}{h} = 0,14$$

4) È un moto uniformemente accelerato
la distanza da compiere è $d = \frac{h}{\sin \theta}$
e l'accelerazione è data dalla
gravità meno l'attrito

$$m a = mg \sin \theta - \mu_d mg \cos \theta = mg (\sin \theta - \mu_d \cos \theta)$$

Visto che dal punto P parte fermo
l'equoriano è

$$d = \frac{1}{2} a t^2$$

$$\Rightarrow t = \sqrt{\frac{2d}{a}} = \sqrt{\frac{2 \frac{h}{m g \sin \theta}}{g (\sin \theta - \mu \cos \theta)}} \\ = \sqrt{\frac{4}{10 \cdot 0,38}} = 1,03 \text{ s}$$

5) La potenza media è data dal
lavoro svolto dalle forze d'attrito diviso
il tempo impiegato

$$W_{\text{att}} = \frac{L_{\text{att}}}{t} = 2,44 \text{ W}$$

6) Visto che A è fermo alle base delle
scalate B urterà A ma con velocità
minore di v_A perché si è perse energie
con l'attrito

Scelta multipla

1. Quante cifre significative dovrebbero essere scritte nel prodotto $0,0078406 \text{ m} \times$

$9,45020 \text{ m}?$

6 cifre significative

(a) 3

(b) 4

(c) 5 ✓

(d) 6

(e) 7

Nel prodotto si tengono le cifre significative del fattore che ne ha di meno.

5 cifre significative

2. Un leopardo parte dal riposo a $t = 0$ e corre in linea retta con un'accelerazione costante fino a $t = 3,0 \text{ s}$. La distanza percorsa dal leopardo tra $t = 1,0 \text{ s}$ e $t = 2,0 \text{ s}$ è

(a) uguale alla distanza percorsa durante il primo secondo.

(b) il doppio della distanza percorsa durante il primo secondo.

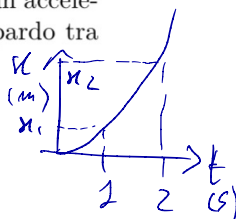
✓ (c) tre volte la distanza percorsa durante il primo secondo.

(d) quattro volte la distanza percorsa durante il primo secondo.

$$x_1 = \frac{1}{2} a$$

$$x_2 = 2a$$

$$(x_2 - x_1) = 2a - \frac{1}{2}a = \frac{3}{2}a = 3x_1$$



$$x = \frac{1}{2} a t^2$$

3. Un corridore si muove lungo una pista circolare a velocità in modulo costante.

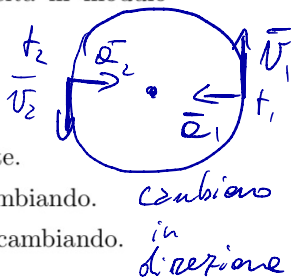
(a) La sua accelerazione è zero.

(b) La sua velocità è costante.

(c) La sua accelerazione è zero e la sua velocità è costante.

✓ (d) Sia la sua accelerazione che la sua velocità stanno cambiando.

(e) L'accelerazione è costante mentre la sua velocità sta cambiando.



4. La tua auto non si avvia, quindi la stai spingendo. Applichi una forza orizzontale di 300 N all'auto, ma non si muove. Quale forza è la coppia di interazione della forza di 300 N che eserciti?

(a) la forza di attrito esercitata su di te dalla strada.

(b) la forza normale su di te dalla strada.

(c) la forza normale sull'auto dalla strada.

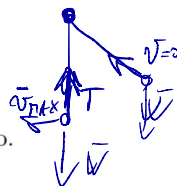
(d) la forza di attrito esercitata sull'auto dalla strada.

(e) la forza esercitata su di te dall'auto. ✓

(f) L'attrito volvente sull'asse delle ruote.

5. Un ragazzo oscilla in un'altalena. Quando è maggiore la tensione nella corda?

- ✓ (a) Nel punto più basso del movimento.
- (b) È costante.
- (c) Nel punto a metà fra il punto più alto e quello più basso.
- (d) Nei più alti del movimento.



6. L'orbita di Mercurio è molto più eccentrica delle orbite degli altri pianeti. Cioè, invece di essere quasi circolare, l'orbita è notevolmente ellittica. Al perielio (il punto di minor distanza fra Mercurio e il Sole), l'energia cinetica di Mercurio ha

- ✓ (a) il suo valore massimo.
- (b) il suo valore minimo.
- (c) lo stesso valore di ogni altro punto dell'orbita.
- (d) il suo valore massimo sia rotazionale che traslazionale.
- (e) il suo valore minimo sia rotazionale che traslazionale.

*Visto che l'energia si conserva
e è vicino al sole è massima
quella potenziale
per cui è
massima
la cinetica*

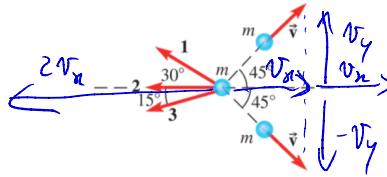
7. Un oggetto di massa m cade dal riposo un po' sopra la superficie terrestre per un tempo t . Ignora la resistenza dell'aria. Dopo il tempo t la grandezza del suo momento è

- (a) mgt^2
- (b) mgt ✓
- (c) $mg\sqrt{t}$
- (d) $\sqrt{mgt}$
- (e) $\frac{mgt^2}{2}$

$$q = F \Delta t$$

8. Un oggetto a riposo esplode improvvisamente in tre parti di uguale massa. Due delle parti si allontanano ad angolo retto l'una rispetto all'altra e con velocità uguali v . Qual è la velocità della terza parte subito dopo l'esplosione?

La quantità di moto si conserva



$$\frac{v}{\sqrt{2}} + \frac{v}{\sqrt{2}} = 2v_x$$

- (a) Direzione del vettore 1 e modulo $2v$
 (b) Direzione del vettore 2 e modulo $\sqrt{2}v$ ✓
 (c) Direzione del vettore 3 e modulo $\frac{1}{\sqrt{2}}v$
 (d) Direzione del vettore 2 e modulo $\frac{1}{\sqrt{2}}v$
 (e) Direzione del vettore 1 e modulo $\frac{1}{\sqrt{2}}v$
9. Un cilindro solido uniforme rotola senza scivolare giù per una pendenza. Nella parte inferiore della pendenza, viene misurata la velocità v del cilindro e vengono calcolate le energie cinetiche traslazionali e rotazionali (K_{tr} , K_{rot}). Un foro viene praticato attraverso il cilindro lungo il suo asse e l'esperimento viene ripetuto; nella parte inferiore dell'inclinazione il cilindro ora ha velocità v' ed energie cinetiche traslazionali e rotazionali K'_{tr} e K'_{rot} . Come si confronta la velocità del cilindro con il suo valore originale?
- L'energia K totale è la stessa e $\omega = vR$ per entrambi
 Essendo la massa in 'rot intorno dell'asse di simmetria $\Rightarrow$*
- ✓ (a) $v' < v$
 (b) $v' = v$ *$I' > I$. Ma allora $v' < v$.*
 (c) $v' > v$
 (d) La risposta dipende dal raggio del foro praticato.
10. Un'alta tuffatrice a mezz'aria tira le gambe verso l'interno verso il petto per ruotare più velocemente. Facendo ciò cambia quale di queste quantità: il suo momento angolare L , la sua inerzia rotazionale I e la sua energia cinetica rotazionale K_{rot} ?

- (a) solo L
 (b) solo I
 (c) solo K_{rot}
 (d) solo L e I
 (e) solo I e K_{rot} ✓
 (f) tutti e tre

Il modulo di Inerzia cambia perché cambia la geometria

L'energia cambia perché la tuffatrice fa lavoro per tirare le gambe

Non essendo forze esterne L si conserva