

May 10, 2022

ESERCIZI GEOMETRIA 2 PARTE B
SETTIMANA 10 –BASE MOBILE DI FRENET PER CURVE A VELOCITÀ
UNITARIA

Esercizio 1. Sia $\gamma(t) = \left(\frac{1}{\sqrt{2}} \cos(t), \frac{1}{\sqrt{2}} \sin(t), \frac{t}{\sqrt{2}}\right)$ l'elica. Dimostrare che si tratta di una curva a velocità unitaria. Determinare:

- La base mobile di Frenet $\{\mathbf{t}, \mathbf{n}, \mathbf{b}\}$.
- Il primo piano osculatore.
- Il piano normale osculatore.
- Il piano rettificante.
- La curvatura κ e la torsione τ .
- Il cerchio osculatore.

Esercizio 2. Ricordo che la *catenaria* è il grafico del coseno iperbolico, ovvero la funzione $\sigma : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}^2$ definita da $\sigma(t) = (t, \cosh(t))$.

- Tracciare un grafico di σ .
- Dimostrare che la riparametrizzazione a velocità unitaria di σ è $\tilde{\sigma} : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}^2$ definita da

$$\tilde{\sigma}(s) = \left(\log(s + \sqrt{1 + s^2}), \sqrt{1 + s^2}\right).$$

- Calcolare la base mobile di Frenet $\{\mathbf{t}, \mathbf{n}\}$ di $\tilde{\sigma}$.
- Calcolare la curvatura κ di $\tilde{\sigma}$.
- Determinare il cerchio osculatore di $\tilde{\sigma}$.