

RIASSUNTINO: LEZIONI 1

- DEF. TOPOLOGIA
- INTORNI
- BASI

Def Sia $X \neq \emptyset$ un insieme.

Una topologia su X è una famiglia

$\mathcal{T} \subseteq \mathcal{P}(X)$ di insiemi di X , detti aperti,

tale che (i) $\emptyset, X \in \mathcal{T}$

(ii) $\bigcup$ aperti è aperto

(iii) $\bigcap$ _{finita} aperti è aperto

Def Siano $\mathcal{T}_1, \mathcal{T}_2$ top. su X .

Diremo che $\mathcal{T}_1$ è più fine di $\mathcal{T}_2$

se $\mathcal{T}_1 \supseteq \mathcal{T}_2$ (cioè se ha più aperti)

meno fine se $\mathcal{T}_1 \subseteq \mathcal{T}_2$

- Def Sia (X, τ) spazio topologico,
 $\mathcal{B} \subseteq \tau$ detta basi della topologia se per
 ogni $U \in \tau$, $U = \bigcup_{i \in I} B_i$, $B_i \in \mathcal{B}$
 "ogni aperto è unione di aperti di base".

- Def Sia (X, τ) spazio topologico, $u \in X$
 Un insieme N si dice intorno di u se
 $\exists U \in \tau$, $u \in U$, $U \subseteq N$

$N(u) = \{V \in \mathcal{O}(X) : V \text{ intorno di } u\}$
 è detto filtro degli intorni di u

- Def (X, τ) spazio topologico, $u \in X$
 un sistema fondamentale di intorni di u
 (o base degli intorni di u) è una
 sottofamiglia $\mathcal{B}(u) \subseteq N(u)$ tale che
 $\forall N \in N(u) \exists B \in \mathcal{B}(u)$ tale che $B \subseteq N$.

- Prop A aperto sse intorno di ogni suo punto

- Prop $\mathcal{B} \in \mathcal{B}(X)$ tale che

• $\bigcup_{B \in \mathcal{B}} B = X$

se $A \cap B \neq \emptyset$ allora

• $\forall A, B \in \mathcal{B} \quad A \cap B = \bigcup_{i \in I} C_i, \quad C_i \in \mathcal{B}$

$\Rightarrow \mathcal{B}$ base per una unica topologia $\tau_{\mathcal{B}}$.

MODI PER DARE UNA TOPOLOGIA

- Famiglie di Aperti
- Base
- Sistema fondamentale di intorno per ogni punto aperto