

Geometria 2

Ernesto Carlo Mistretta e Matteo Longo¹

¹ Università di Padova

Dipartimento Dipartimento di Matematica

Email: ernesto.mistretta@unipd.it, matteo.longo@unipd.it

Orario: Lunedì, martedì, ore 8:30 - 10:30. Giovedì ore 11:30 - 13:30.

Aula: P200?

Ricevimento: Ricevimento online, in giorni e orari che verranno stabiliti.

Contenuti del corso: Il corso presenterà, in continuità con gli argomenti di geometria affrontati al primo anno, un'introduzione alla geometria proiettiva e alla geometria differenziale. Gli argomenti affrontati saranno:

- Geometria Proiettiva: introduzione dei punti all'infinito. Spazi proiettivi, spazi duali, principio di dualità proiettiva. Varietà lineari proiettive, posizioni reciproche, formula di Grassmann. Applicazioni proiettive e proiettività. Rapporto tra spazi affini, euclidei e proiettivi. Retta proiettiva, birapporto, armonia, quarto armonico. Piano proiettivo e costruzioni classiche (costruzione del quarto armonico, quadrangoli e quadrilateri piani completi), teoremi di Pappo e di Desargues.

- Forme Bilineari e Quadratiche: definizione e proprietà delle forme bilineari e relazioni con le forme quadratiche. Matrici associate a forme bilineari; congruenza di matrici. Ortogonalità, teorema di decomposizione ortogonale, basi ortogonali; vettori e sottospazi isotropi. Classificazione delle forme bilineari alternanti (spazi simplettici). Classificazione delle forme bilineari simmetriche complesse e reali. Nozione di isometria per forme bilineari alternanti e simmetriche non degeneri. Cenni sulle forme hermitiane complesse. Aggiunzione tra applicazioni lineari; morfismi autoaggiunti, normali; teorema spettrale (complesso e reale).

- Coniche e Quadriche: generalità, polarità associata. Rette e piani tangenti. Duali. Classificazione proiettiva reale e complessa; razionalità di coniche irriducibili. Classificazione affine reale e complessa, classificazione euclidea reale (metodo degli invarianti ortogonali). Fasci di coniche. Teorema di Pascal (duale: Brianchon). Schiere di rette sulle quadriche rigate; mappa di Segre. Cerchi sulle quadriche.

- Topologia: definizione (aperti, chiusi, intorni, operatori di chiusura e interno, limiti), funzioni continue, proprietà di numerabilità e separazione, connessione, compattezza; spazi metrici e spazi completamente regolari; esempi e controesempi vari.

- Curve differenziabili: regolarità, parametrizzazioni, lunghezza d'arco, curvatura e torsione, riferimenti e formule di Frenet, teorema fondamentale di esistenza, esempi fondamentali.

- Superfici differenziabili: descrizioni locali, piani tangenti e differenziali di mappe, prima forma fondamentale, applicazioni di Gauss e di Weingarten, seconda forma fondamentale; curvature principali e di Gauss, tipi di punti; curve sulle superficie: linee di curvatura, asintotiche, geodetiche; equazioni differenziali delle geodetiche. Esempi fondamentali.

- Cenni sulle varietà differenziabili, le forme differenziali, l'integrazione su varietà e il teorema di Stokes.

- Cenni sulle superfici topologiche compatte: classificazione topologica (orientabilità e genere, caratteristica di Eulero Poincaré).

Testi di riferimento: - E. Sernesi, Geometria 1 e Geometria 2, Bollati Boringhieri.