Prof. Jorge Vitória
Università degli Studi di Padova, 2025/2026

Esercizi per il corso di MATEMATICA

Corsi di laurea in Chimica, Chimica Industriale

Foglio 6

4 marzo 2026

1. La glucose ($C_6H_{12}O_6$) si bruscia reagendo con l'ossigeno (O_2) producendo acqua (H_2O) e diossido di carbonio (CO_2).
   (a) Si scriva il sistema di equazioni lineari in 4 incognite che bilancia la reazione chimica.
   (b) L'insieme delle soluzioni del sistema su $\mathbb{R}$ è un sottospazio vettoriale di $\mathbb{R}^4$? Perchè? In caso positivo, si trovi un insieme di generatori per tale sottospazio.

2. Il permanganato di potassio ($KMnO_4$) reagisce con l'acido cloridrico (HCl) producendo cloruro di potassio (KCl), cloruro manganoso ($MnCl_2$), cloro (Cl_2) e acqua (H_2O).
   (a) Si scriva il sistema di equazioni lineari in 6 incognite che bilancia la reazione chimica.
   (b) L'insieme delle soluzioni del sistema su $\mathbb{R}$ è un sottospazio vettoriale di $\mathbb{R}^6$? Perchè? In caso positivo, si trovi un insieme di generatori per tale sottospazio.

3. Per ogni delle seguenti equazioni lineari (o sisteme di equazioni lineari) omogenee su $\mathbb{R}$ si trovi un insieme di generatori per i sottospazi di soluzioni in $\mathbb{R}^n$, dove n è il numero di variabili coinvolte nelle equazioni.
   (a) $2X_2 - 3X_1 = 0$
   (b) $X_1 + 5X_2 - X_3 = 0$
   (c) $X_2 - 5X_1 + X_3 = 0$
   (d) $\begin{cases} X_2 + 2X_1 = X_3 \\ X_2 - X_1 = 0 \end{cases}$
   (e) $\begin{cases} 2X_1 + 2X_2 = 0 \\ X_3 - X_2 + X_1 = 0 \end{cases}$
   (f) $\begin{cases} X_2 + 2X_1 = X_3 \\ X_2 - X_3 = 5X_1 \end{cases}$

4. Sia V lo spazio vettoriale delle soluzioni dell'equazione differenziale $y'' + y = 0$.
   (a) Si trovi la soluzione generale dell'equazione.
   (b) Si dimostri che il sottoinsieme W di V che ha per elementi le soluzioni dell'equazione che soddisfano $y(\pi) = 0$ è un sottospazio vettoriale di V.
   (c) Si trovino generatori per V e per W.

5. Per ognuna delle seguenti liste di vettori in $\mathbb{R}^3$, si trovi un sistema di equazioni lineari omogenee per cui lo spazio delle soluzioni sia precisamente il sottospazio di $\mathbb{R}^3$ generato dalla lista.
   (a) $v_1 = (1,1,1),\ v_2 = (3,0,-1),\ v_3 = (1,10,-11)$
   (b) $v_1 = (1,2,3),\ v_2 = (3,0,-1),\ v_3 = (1,8,13)$
   (c) $v_1 = (1,2,-3),\ v_2 = (1,0,-1),\ v_3 = (1,10,-11)$.

6. In $\mathbb{R}^4$, siano $v_1 = (1,2,3,4)$ e $v_2 = (1,-2,3,-4)$. Esistono numeri reali a e b tali che $(a,1,b,1)$ appartenga al sottospazio generato da v_1 e v_2?

7. Vero o falso? Si giustifichi la risposta.
   (a) Il vettore $(2,1,3)$ di $\mathbb{R}^3$ é una combinazione lineare (su $\mathbb{R}$) dei vettori $(-1,1,-1)$ e $(1,0,\frac{4}{3})$.
   (b) il vettore $(-1,1)$ di $\mathbb{C}^2$ é una combinazione lineare (su $\mathbb{C}$) del vettore $(i,-i)$.
   (c) I punti di una retta passante nell'origine contenuta in $\mathbb{R}^2$ costituiscono un sottospazio di $\mathbb{R}^2$.