Revenue Management: Overbooking

prof.ssa Carla De Francesco
prof. Luigi De Giovanni

Università degli Studi di Padova
Dipartimento di Matematica “Tullio Levi-Civita”

Premessa

Secondo

Smith, Leimkuhler e Darrow,
Yield Management at American Airlines, *Interfaces*, vol 22, pag 8-31, 1992:

- nel trasporto aereo il 50% delle prenotazioni dà origine a:
  - Cancellazioni
  - No-show
- senza overbooking almeno il 15% dei posti resterebbe invenduto
- circa il 35% delle prenotazioni viene cancellato prima della partenza

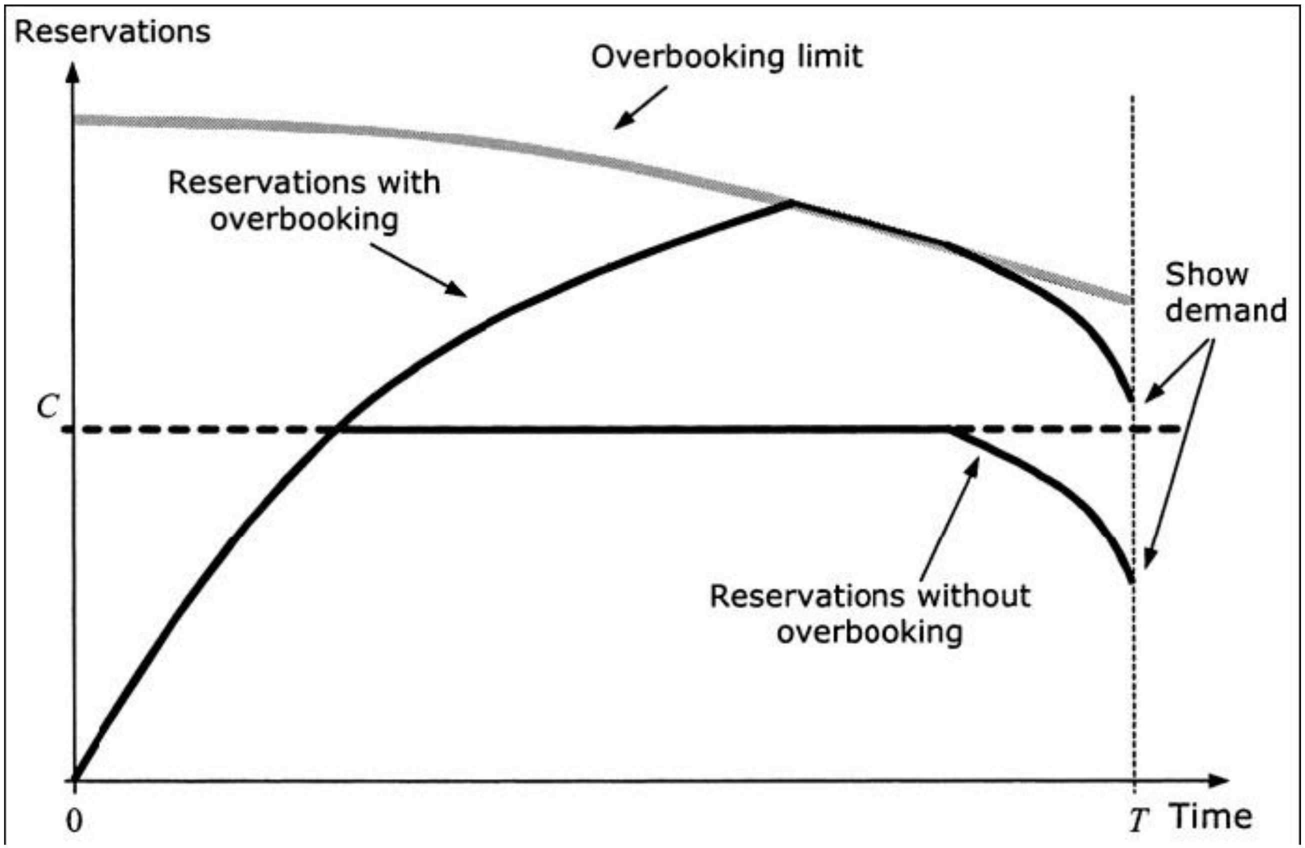
Esigenza

Soluzione:

- Overbooking
- Penalità per la cancellazione

Per l’overbooking, si tratta di bilanciare i rischi di:

- Rifiutare l’imbarco (troppe prenotazioni accettate)
- Mancato guadagno (troppo poche prenotazioni accettate)


Reservations
Overbooking limit
Reservations with overbooking
Show demand
C
Reservations without overbooking
0
T
Time

Breve storia

- Prima del 1961 l’overbooking era praticato, ma in modo clandestino.
- Nel 1961 la CAB (Civil Aeronautics Board) ha registrato un tasso di no-show di 1 su 10.
- CAB ha quindi iniziato a permettere l’overbooking con una penalità del 50% del valore del biglietto in caso di rifiuto dell’imbarco (*denied boarding*).
- Nel 1965 la penalità fu aumentata al 100%.
- .....

Politica attuale

Le compagnie devono dichiarare se usano overbooking.

In caso di eccesso di prenotazioni:

- Cercano dei volontari (ad es. studenti), dietro compenso: imbarco negato volontario
- Offrono alternative per creare il minimo di insoddisfazione.
- Eventualmente la compagnia sceglie dei passeggeri: imbarco negato forzato

Attualmente si registrano:

  – circa 20 passeggeri su 10.000: imbarco negato volontario
  – circa 1 passeggero su 10.000: imbarco negato forzato

Politica attuale

Vedi

www.transportation.gov/airconsumer/fly-rights

o

www.transportation.gov/airconsumer

per conoscere maggiori dettagli su come viene attualmente gestito l’overbooking negli Stati Uniti, in base alle normative dello U.S. Department of Transportation

A chi negare il servizio?

- FCFS sembra una buona politica (si incoraggiano i passeggeri ad arrivare presto)
- Nell'industria alberghiera presenta controindicazioni:
  - è più difficile trovare una sistemazione alternativa
  - di solito chi arriva tardi è per lo più clientela di tipo business (da non scontentare …)

Overbooking si applica quando:

- Capacità limitata, prenotazioni accettate per il futuro
- Clienti possono cancellare o "*no-show*"
- "Costo'' di negare il servizio relativamente basso:
  - compensazione al cliente (penalità, ma anche vitto e alloggio se necessari…)
  - costo del biglietto in un volo alternativo
  - discredito e perdita di clienti

Problema e ipotesi cruciali

Problema:

ottimizzare la decisione dell'overbooking limit.
Vedremo diversi obiettivi, specificati nel foglio successivo.

Ipotesi:

- Ignoriamo cancellazioni, consideriamo solo *no-show*: di conseguenza il valore dell'overbooking limit è statico
- Ogni cliente paga lo stesso prezzo p: non ci sono classi di tariffe
- Le prenotazioni sono gratuite: i clienti pagano il biglietto solo alla partenza

Approcci risolutivi e obiettivi

- Euristica deterministica
- Politiche "risk-based": individuare un overbooking limit che massimizzi il ricavo netto atteso [(ricavo dalle vendite) – (costo per compensare il servizio negato)]
- Politiche "service-level": individuare il più alto overbooking limit che assicuri di mantenere il livello di servizio sopra ad una soglia prestabilita
- Politiche ibride: ad es., overbooking limit uguale al minimo tra gli overbooking limits calcolati dalle due politiche precedenti

Modello: notazioni

C = capacità

d = domanda totale = numero totale di prenotazioni richieste

b = overbooking limit ($b \geq C$); si accettano prenotazioni entro l'overbooking limit

$\min(d, b)$ = numero totale di prenotazioni effettuate

s = numero di clienti prenotati che si presentano alla partenza (*shows*)

$x = \min(d, b) - s$ = numero di clienti prenotati che non si presentano alla partenza (*no-show)*

p = prezzo di un biglietto; viene pagato da ogni *show* alla partenza

Modello: notazioni

- Se $s \leq C$, tutto OK
- Se $s > C$, $s - C$ clienti avranno imbarco negato e ciascuno riceverà
  D = compenso per imbarco negato (denied boarding cost), con $D > p$

Euristica deterministica

ϱ = tasso degli shows = percentuale di prenotati che si presentano alla partenza in media

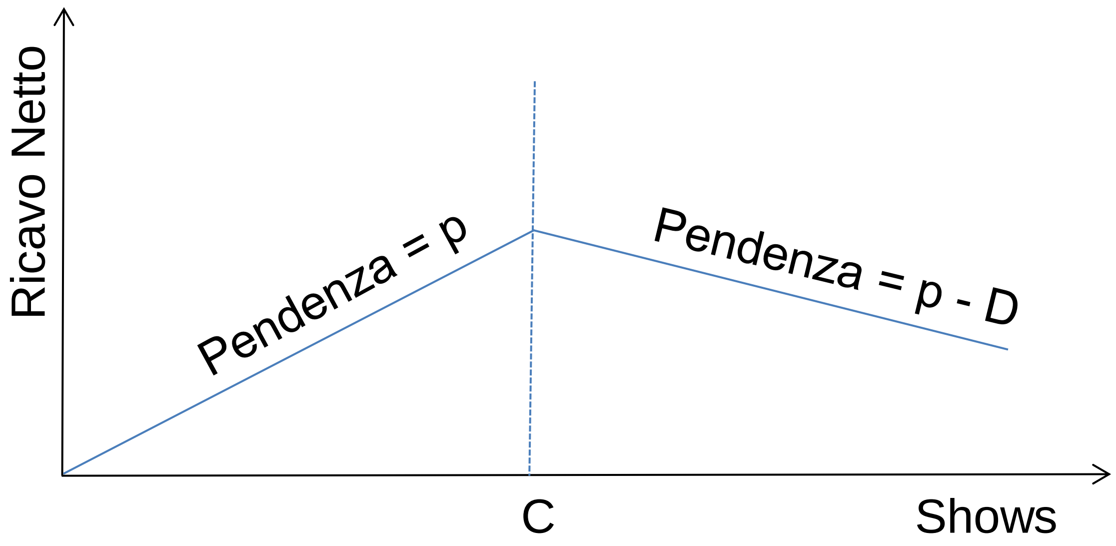
Se si prenotano $b = C/\varrho$ posti, gli shows attesi saranno esattamente C

Esempio:

Hotel con $C = 250$ stanze, $\varrho = 85\%$

$b = 250/0{,}85 = 294$: overbooking limit per il numero di prenotazioni da accettare

Modello “risk-based”



Ricavo Netto $R = ps - D(s - C)^{+}$

<u>Problema</u>: individuare l’overbooking limit b che massimizza il ricavo netto atteso

NB: s è v.a. che dipende da b (e dalla domanda totale)

Probabilità

d = domanda totale = numero totale di prenotazioni richieste

$F(d)$ = Funzione di ripartizione di d

x = numero di “no-show”

$G(x)$ = Funzione di ripartizione di x

<u>Ipotesi (forte!)</u>: queste due v.a. sono indipendenti

Analisi marginale: paragoniamo due valori di overbooking limit, b e $b+1$, e i corrispondenti ricavi netti attesi. Conviene aumentare l’overbooking limit da b a $b+1$?

Albero decisionale

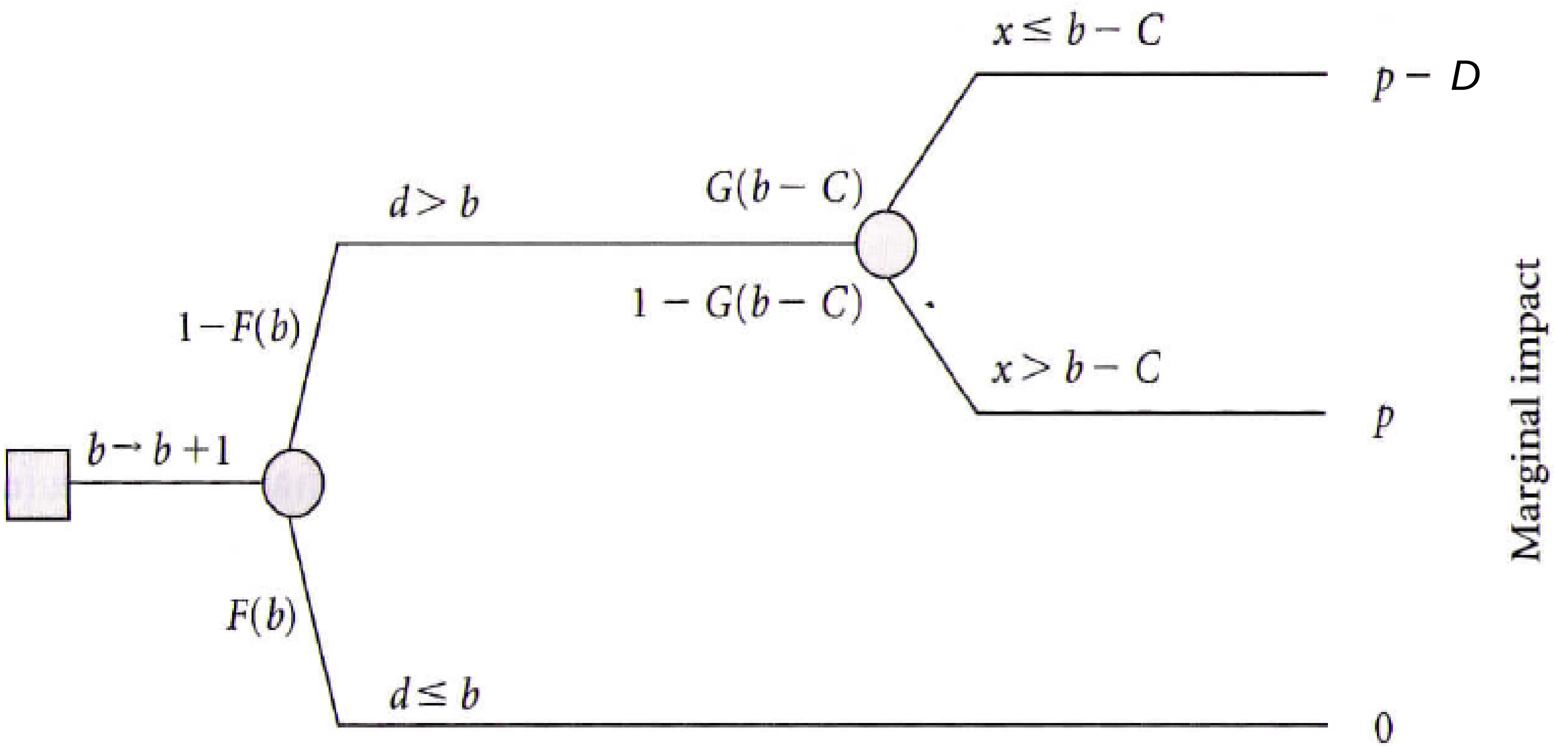


Figure 9.2 Decision tree to determine optimal booking limit in the simple risk-based model.

Nota sull'albero precedente

- Se $d \leq b$ $\rightarrow$ il numero di show non cambia
- Se $d > b$ e $x \leq b - C$ $\rightarrow$ $s(b+1) = b + 1 - x \geq C + 1$, mentre $s(b) = b - x \geq C$

  La differenza fra $s(b+1)$ e $s(b)$ è un passeggero in esubero rispetto alla capacità e quindi la compagnia riceve p ma paga D
- Se $d > b$ e $x > b - C$ $\rightarrow$ aumentando l'overbooking limit a $b+1$ si riesce a far viaggiare un passeggero aggiuntivo, quindi la compagnia riceve p

Conviene aumentare da b a $b+1$ se…

$$(p-D)G(b-C)[1-F(b)]\ +$$
$$+\,p[1-G(b-C)][1-F(b)]\ +$$
$$+\,0F(b)\ \ >\ 0$$
$$\leftrightarrow$$
$$[p - G(b-C)D][1-F(b)]>0$$
$$\leftrightarrow$$
$$p/D>G(b-C)$$

N.B: NON dipende da $F(d)$, cdf della domanda totale

Algoritmo per SRBM (Simple Risk-Based Model)

1. Inizializza ponendo $b = C$.
2. Se $\frac{p}{D} \leq G(b - C)$: stop. Il b corrente è ottimo.
3. Se $\frac{p}{D} > G(b - C)$: aggiorna $b \leftarrow b + 1$ e vai al passo 2.

Esempio

Volo con $C = 100$ posti; $p = 120€$; $D = 300€$

$\rightarrow p/D = 0.4$

x è distribuito come una $Bi(20;\ 0.42)$

$\rightarrow\ E(X) = 8.4$

L'overbooking limit ottimo $b^* = 108$ si ricava dalla tabella successiva (calcolata supponendo una domanda $>> 100$)

Legenda:

Pax revenue: ricavo dalle tariffe pagate dai passeggeri

Expected DBs: expected number of denied boarding pax

Expected DB cost: expected denied boarding cost

Expected net revenue: ricavo netto atteso

(vedi anche file Excel SimpleRiskBasedModel-Example9-2_in _rete.xlsx)

b	b-C	G(b-C)	Pax Revenue	Expected DBs	Exp. DB cost	Exp. Net Revenue
100	0	0,00	€ 10.992	0,00	€ 0,00	€ 10.992
101	1	0,00	€ 11.112	0,00	€ 0,01	€ 11.112
102	2	0,00	€ 11.232	0,00	€ 0,09	€ 11.232
103	3	0,01	€ 11.352	0,00	€ 0,73	€ 11.351
104	4	0,03	€ 11.472	0,01	€ 3,78	€ 11.468
105	5	0,09	€ 11.592	0,05	€ 14,25	€ 11.578
106	6	0,20	€ 11.712	0,14	€ 41,91	€ 11.670
107	7	0,35	€ 11.832	0,34	€ 100,68	€ 11.731
108	**8**	**0,52**	**€ 11.952**	**0,68**	**€ 204,52**	**€ 11.747**
109	9	0,69	€ 12.072	1,20	€ 361,39	€ 11.711
110	10	0,83	€ 12.192	1,90	€ 569,46	€ 11.623

Nota

In realtà per calcolare l'overbooking limit ottimo usando la tabella precedente, mi basta calcolare le prime colonne:

$b, \;\; b - C$ e $G(b - C)$

ed applicare la regola del confronto vista in precedenza.

Un modello "risk-based" più realistico

Il numero di no-show x <u>dipende</u> dalla domanda d e da b.

b = overbooking limit

$n(b)$ = numero totale di prenotazioni = $\min(b, d)$

$s(n(b))$ = numero di show effettivi (che dipende dal numero di prenotazioni $n(b)$ che a sua volta dipende dall'overbooking limit b)

$x(b) = n(b) - s(n(b))$ = numero di no-show

… simile al modello precedente, con qualche complicazione in più… tralasciamo i dettagli…

“Risk-based” vs “service-level”

- Il costo per l’imbarco negato è difficile da quantificare in tutte le sue implicazioni
- Le politiche service-level sono più facili da comprendere per chi gestisce le prenotazioni

<u>Politiche service-level</u>: determinano il più alto overbooking limit che assicura di mantenere il livello di qualità del servizio sopra ad una soglia prestabilita.
Il livello di qualità in questo contesto è spesso quantificato in base al numero di servizi negati.

Modello "service-level" Binomiale

C = capacità dell'aeromobile

n = numero totale di prenotazioni

ρ = probabilità che un prenotato si presenti (show)

$S(n)$ = numero di show effettivi, distribuito come $Binomiale(n, \rho)$

$$P(S(n) = s) = \binom{n}{s} \rho^s (1-\rho)^{n-s} \qquad s = 0,1, \ldots, n$$

$$E[S(n)] = \rho n$$

$$VAR[S(n)] = n\rho(1-\rho)$$

Modello "service-level" Binomiale

Mettiamoci nel caso peggiore: sono stati prenotati tutti i posti consentiti dall'overbooking limit $\rightarrow \quad n = b$

Troveremo quindi una politica "prudente".

Abbiamo:

$S(b)$ = numero di show effettivi, distribuito come $Binomiale(b, \rho)$

$$P(S(b) = s) = \binom{b}{s} \rho^s \, (1 - \rho)^{b-s} \qquad s = 0,1, \dots, b$$

$$E[S(b)] = \rho b$$

$$VAR[S(b)] = b\rho(1 - \rho)$$

Livelli di servizio

<u>Tipo 1</u>

probabilità di avere un numero di *show* superiore alla capacità = probabilità di aver almeno un imbarco negato

$$\sigma_1(b) = P[S(b) > C] \leq \varepsilon$$

<u>Tipo 2</u>

proporzione di *show* ai quali viene negato l'imbarco

$$\sigma_2(b) = \frac{E[(S(b)-C)^+]}{E[S(b)]} \leq \varepsilon$$

ε = valore massimo consentito (soglia)

Calcoli per $\sigma_2(b)$

$$
\begin{aligned}
\sigma_2(b) &= \frac{\sum_{k=C+1}^{b}(k-C)\,P[S(b)=k]}{b\rho} = \\
&= \frac{1}{b\rho}\sum_{k=C+1}^{b} k\,P[S(b)=k] - \frac{C}{b\rho}\,P[S(b)>C] = \\
&= \frac{1}{b\rho}\sum_{k=C+1}^{b} k\binom{b}{k}\rho^{k}(1-\rho)^{b-k} - \frac{C}{b\rho}\,\sigma_1(b) = \\
&= \sum_{k=C+1}^{b}\binom{b-1}{k-1}\rho^{k-1}(1-\rho)^{(b-1)-(k-1)} - \frac{C}{b\rho}\,\sigma_1(b) = \\
&= \sum_{j=C}^{b-1}\binom{b-1}{j}\rho^{j}(1-\rho)^{(b-1)-j} - \frac{C}{b\rho}\,\sigma_1(b) = \\
&= P[S(b-1)>C-1] - \frac{C}{b\rho}\,\sigma_1(b)
\end{aligned}
$$

Esempio 1

Sia $C = 150,\ \ \rho = 0.85$ e fissiamo $\sigma_1(b) \leq 1\%$

Dalla tabella seguente si ricava che $b^* = 165$

overbooking pad $=\ b^* - C = 15$

(vedi file Overbooking_modello_service_level.xlsx)

b	σ_1(b)	σ_2(b)	b	σ_1(b)	σ_2(b)
160	0,00019	0,00000	173	0,23484	0,00494
161	0,00048	0,00001	174	0,29654	0,00668
162	0,00111	0,00001	175	0,36365	0,00879
163	0,00239	0,00003	176	0,43411	0,01127
164	0,00480	0,00006	177	0,50565	0,01414
165	0,00904	0,00012	178	0,57600	0,01736
166	0,01603	0,00022	179	0,64309	0,02093
167	0,02691	0,00039	180	0,70520	0,02479
168	0,04294	0,00066	181	0,76110	0,02891
169	0,06539	0,00107	182	0,81006	0,03325
170	0,09533	0,00166	183	0,85182	0,03776
171	0,13351	0,00247	184	0,88657	0,04241
172	0,18015	0,00355	185	0,91477	0,04715

Esempio 2

Sia $C = 150$, $\rho = 0{,}85$ e fissiamo $\sigma_2(b) \leq 0{,}1\%$

Dalla tabella precedente si ricava che

$b^* = 168$

overbooking pad $=$ $b^* - C = 18$

Estensioni

Bisogna considerare:

- le cancellazioni $\rightarrow$ overbooking limit sono dinamici
- più classi di tariffe
- il costo unitario per imbarco negato non è costante, aumenta con il numero di passeggeri rifiutati, quindi dipende da b
- negli ultimi anni, le compagnie vendono spesso biglietti non rimborsabili, parzialmente rimborsabili, da pagare in anticipo e/o con penalità in caso di no-show o di cancellazione
- offerte last-minute

Riferimenti

R.L. Phillips

Pricing and Revenue Management

Stanford University Press, 2005 [Capitolo 7]

K.T. Talluri, G.J. Van Ryzin

The Theory and Practice of Revenue Management

Kluwer Academic Publishers, 2005 [Capitolo 4, Sezione 4.2.1 per il modello service-level]