

MATEMATICA (Chimica e Chimica Industriale)
Modello 2^o Compitino — 9 gennaio 2026

Esercizio 1. Si consideri la funzione

$$f(x) = \ln(x^2 - 2x + 1) - 12x^2$$

1. Si determini il dominio D di f , eventuali simmetrie di f , i limiti di f agli estremi di D e gli eventuali asintoti di f .
2. Calcolare la derivata di f , studiare la crescenza e decrescenza di f , determinare gli eventuali punti di massimo o minimo di f .
3. Calcolare la seconda derivata di f , studiare la concavità di f , determinare gli eventuali punti di flesso.
4. Disegnare un grafico qualitativo di f .
5. Scrivere l'equazione della retta tangente al grafico di f nel punto $x = 0$.

Esercizio 2. Calcolare i seguenti integrali

1. l'integrale definito $\int_0^1 x^2 \cdot e^x dx$
2. l'integrale generalizzato $\int_0^{+\infty} \frac{1}{x(1+\ln^2(x))} dx$

Esercizio 3. Si consideri la seguente equazione differenziale.

$$y' = \frac{2+x}{x}y - e^x$$

1. Si determinino tutte le soluzioni dell'equazione.
2. Si determini la soluzione dell'equazione che soddisfa la condizione $y(1) = 2e$

Esercizio 4. Si consideri la seguente equazione differenziale.

$$y'' - 2y' - 15y = (x+2)e^{5x}$$

1. Si determinino tutte le soluzioni dell'equazione.
2. Si determini la soluzione dell'equazione che soddisfa le condizioni $y(0) = 0$ e $y'(0) = -2$.

Esercizio 5. Si consideri la funzione in due variabili

$$f(x, y) = e^{-\frac{x^3}{3} + x - y^2}$$

1. Si trovino il vettore gradiente e la matrice Hessiana di f .
2. Si determinino tutti i punti critici, e si indichi se sono massimi locali, minimi locali o punti di sella.
3. Si determini l'equazione del piano tangente al grafico di f per $(x, y) = (1, 1)$