

Esercizio 2 Nello spazio euclideo usuale si considerino i piani $\pi_1 = (2, 3, 4) + \langle (2, 2, -1), (0, 1, -2) \rangle$ e $\pi_2 = (-1, 2, 1) + \langle (1, 1, 0), (1, 0, 1) \rangle$, la retta $r = (0, 0, 1) + \langle (1, -1, -1) \rangle$ ed il punto $P = (1, -1, 0)$.

- Trovare una forma cartesiana di π_1 e π_2 .
- Trovare una forma cartesiana di r .
- Determinare forma parametrica e forma cartesiana della retta s parallela a π_1 e π_2 e passante per P .
- Determinare la posizione reciproca della retta s e del piano π ortogonale alla retta r e passante per $(0, 0, 1)$.
- Determinare la distanza tra π e s .

Esercizio 3 Nello spazio euclideo usuale si considerino le rette

$$r_1 : \begin{cases} x + y - z + 2 = 0 \\ 3x + y + z - 8 = 0 \end{cases}, r_2 : \begin{cases} 3x + 2y - z - 1 = 0 \\ 3x + y - z = 0 \end{cases} \text{ ed il piano } \pi = (2, 1, 5) + \langle (2, -3, 0), (1, -1, 1) \rangle.$$

- Trovare una forma parametrica per le rette r_1 e r_2 .
- Trovare una forma cartesiana di π .
- Determinare la retta r ortogonale a r_1 e r_2 e passante per $(2, -1, 2)$.
- Determinare la retta s ortogonale a π e passante per $(2, 0, 2)$.
- Determinare la posizione reciproca e la distanza di r ed s .

Esercizio 4 Nello spazio euclideo usuale si considerino le rette

$$r_1 : \begin{cases} x + y - z + 2 = 0 \\ 2x - z - 3 = 0 \end{cases} \text{ e } r_2 = (-4, 3, 0) + \langle (3, 1, -1) \rangle.$$

- Determinare una forma parametrica di r_1 .
- Determinare una forma cartesiana di r_2 .
- Determinare la posizione reciproca di r_1 e r_2 .
- Determinare la distanza tra r_1 e r_2 .
- Determinare $P_1 \in r_1$ e $P_2 \in r_2$ tali che $\text{dist}(r_1, r_2) = \text{dist}(P_1, P_2)$.

Esercizio 5. Nello spazio euclideo usuale si considerino la retta

$$r_a : \begin{cases} -x + y + z = 1 - 2a \\ -2ax + y + 2z = 2a(1 - 2a) \end{cases}$$

dipendente dal parametro $a \in \mathbb{R}$, e la retta

$$s = (1, 0, 0) + \langle (1, 2, -1) \rangle.$$

- Determinare una forma parametrica della retta r_a ed una forma cartesiana della retta s .
- Al variare di $a \in \mathbb{R}$, determinare la posizione reciproca delle rette r_a e s .
- Determinare la distanza tra la retta r_0 e la retta s .
- Determinare una retta t che, per ogni $a \in \mathbb{R}$, sia complanare alla retta r_a .

(6) Nello spazio euclideo tridimensionale si considerino la retta r di equazioni cartesiane

$$\begin{aligned} y - z &= 0 \\ x + y + z &= 1 \end{aligned}$$

e la retta $s = (-1, 2, 0) + \langle (8, -4, -4) \rangle$

- Trovare una forma parametrica di r ed una forma cartesiana di s .
- Determinare posizione reciproca e distanza tra r e s .
- Determinare un piano π contenente s e tale che la distanza tra r e π sia uguale alla distanza tra r e s .

Esercizio 7. Nello spazio euclideo usuale si considerino i piani :

$$\pi_1 = (1, 0, 1) + \langle (2, 1, 1), (1, 1, 0) \rangle, \quad \pi_2 : x + y - 2z = 2$$

- Determinare forma parametrica e forma cartesiana della retta r contenuta in tutti i piani del fascio di piani generato da π_1 e π_2 .
- Determinare forma parametrica e forma cartesiana del piano π appartenente al fascio generato da π_1 e π_2 , e parallelo alla retta $s = (1, 0, 0) + \langle (3, 0, 1) \rangle$
- Determinare posizione reciproca e distanza del piano π_2 con la retta $t = (0, 1, 0) + \langle (1, 1, 1) \rangle$.

ESERCIZIO

Siano $P_1 = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}$, $P_2 = \begin{pmatrix} 2 \\ 0 \\ 2 \end{pmatrix}$, $P_3 = \begin{pmatrix} 4 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$ punti dello spazio affine $\mathbb{A}^3$

- dimostrare che esiste un unico piano π passante per tali 3 punti e determinare le equazioni parametrica e cartesiana di tale piano.
- determinare le eq. parametriche e cartesiane dei piani π_1 e π_2 paralleli a π e distanti $\sqrt{35}$ da esso.
- determinare le eq. cartesiane e parametriche di una retta s parallela a π_1 e π_2 , equidistante da questi due piani e ortogonale al vettore $v = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix}$

Esercizio 5. Nello spazio euclideo usuale si considerino i piani :

$$\pi_1 = (1, 0, 1) + \langle (2, -1, 1), (-1, 1, 0) \rangle, \quad \pi_2 : 3x + y - 2z = 2$$

- Determinare una forma parametrica di π_2 ed una forma cartesiana di π_1 .
- Determinare il piano π passante per il punto $(1, 2, 0)$ ed ortogonale ai piani π_1 e π_2 .
- Determinare posizione reciproca e distanza del piano π_2 con la retta t definita dalle equazioni $x + y = 1$ e $y + z = 1$.