

**MATEMATICA (Chimica e Chimica Industriale)**  
**Modello 2<sup>o</sup> Compitino — 11 gennaio 2025**

---

**Esercizio 1.** Calcolare i seguenti integrali

1. l'integrale definito  $\int_1^e \frac{\sqrt{5+\ln(x)}}{x} dx$
2. l'integrale generalizzato  $\int_0^3 \frac{1}{\sqrt{3-x}} dx$

**Esercizio 2.** Si consideri la seguente equazione differenziale.

$$y' - 2xy = -2x^3$$

1. Si determinino tutte le soluzioni dell'equazione.
2. Si determini la soluzione dell'equazione che soddisfa la condizione  $y(0) = 3$

**Esercizio 3.** Si consideri la seguente equazione differenziale.

$$y'' - 4y' - 12y = 3e^{5x}$$

1. Si determinino tutte le soluzioni dell'equazione.
2. Si determini la soluzione dell'equazione che soddisfa le condizioni  $y(0) = \frac{18}{7}$  e  $y'(0) = -\frac{1}{7}$ .

**Esercizio 4.** Si consideri la funzione in due variabili

$$f(x, y) = 3x^2y + y^3 - 3x^2 - 3y^2 + 2$$

1. Si trovino il vettore gradiente e la matrice Hessiana di  $f$ .
2. Si determinino tutti punti critici, e si indichi se sono massimi locali, minimi locali o punti di sella.

**Esercizio 5.** Si consideri il seguente sistema di equazioni a quattro incognite:

$$\begin{cases} 2y + 3z - 2t = 1 \\ x - 3z = 2 \\ x + 4t = 5 \\ 5x + 2y - 3z + 10t = 20 \end{cases}$$

1. Si scriva la matrice completa associata al sistema.
2. Si usi l'algoritmo di eliminazione Gaussiana per determinare una forma ridotta della matrice completa.
3. Si usi il Teorema di Rouchè-Capelli per predire il numero di soluzioni del sistema di equazioni.
4. Si trovino tutte le soluzioni del sistema di equazioni.