



UNIVERSITÀ
DEGLI STUDI
DI PADOVA



Dipartimento
di Ingegneria Industriale

Le pompe assiali

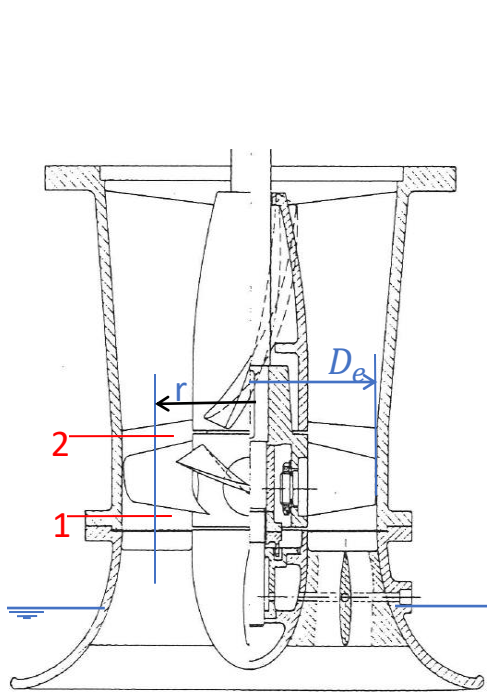
Corso di Macchine 1

Agenda

- ▶ Le pompe assiali: componenti
- ▶ Il criterio del vortice libero
- ▶ La progettazione di una pompa assiale
- ▶ I profili aerodinamici
- ▶ Dalla schiera di profili al progetto preliminare della girante
- ▶ Esempio di progetto
- ▶ Dimensionamento della sezione palare
- ▶ Curve caratteristiche



Progettazione di una pompa assiale



Q_v, h



1. Studio di fattibilità



Scelgo n ovvero ω

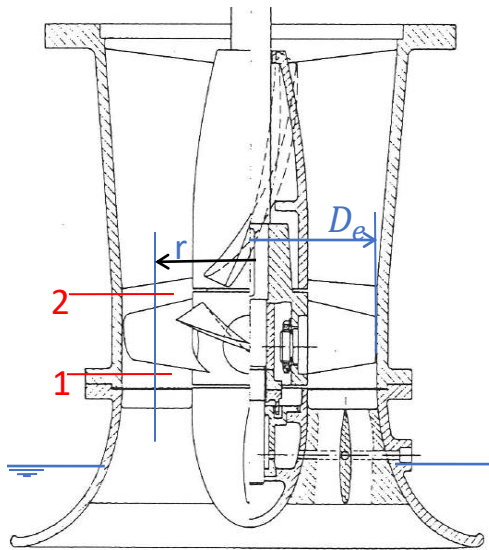
2. Dimensionamento della macchina



D_e, D_i

3. Determinazione dei triangoli di velocità a monte e a valle della girante nelle sezioni di interesse
4. Assegnazione del carico palare alle varie sezioni
5. Dimensionamento delle sezioni palari della girante

Progettazione di una pompa assiale

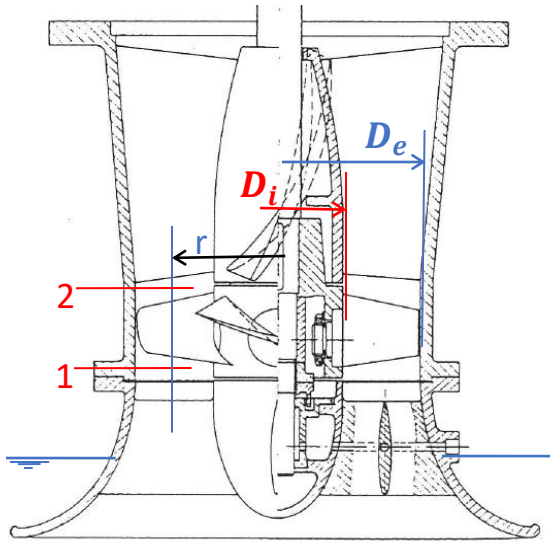


Q_v, h

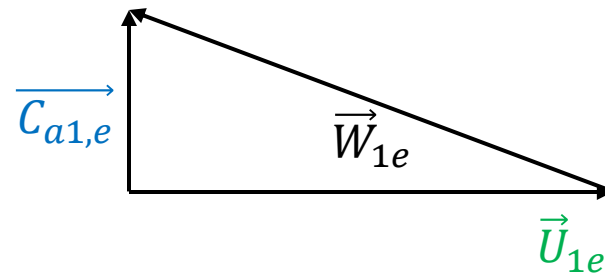


1. Studio di fattibilità → Scelgo n ovvero ω
2. Dimensionamento della macchina → D_e, D_i
3. Determinazione dei triangoli di velocità a monte e a valle della girante nelle sezioni di interesse
4. Assegnazione del carico palare alle varie sezioni
5. Dimensionamento delle sezioni palari della girante

Triangoli di velocità



- Una volta determinate le dimensioni principali della girante è possibile determinare i triangoli di velocità
- Si prenda in primo luogo a riferimento la sezione esterna e in corrispondenza della corona
- Ipotizzando $\overrightarrow{C_{u1,e}} = 0$, il triangolo delle velocità sarà:

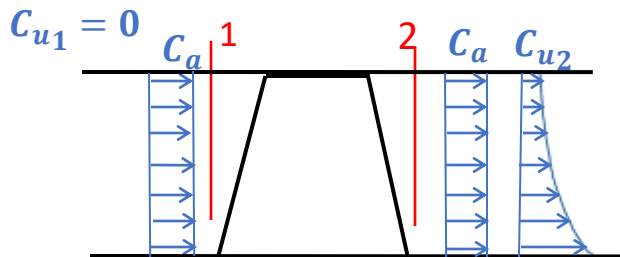


dove:

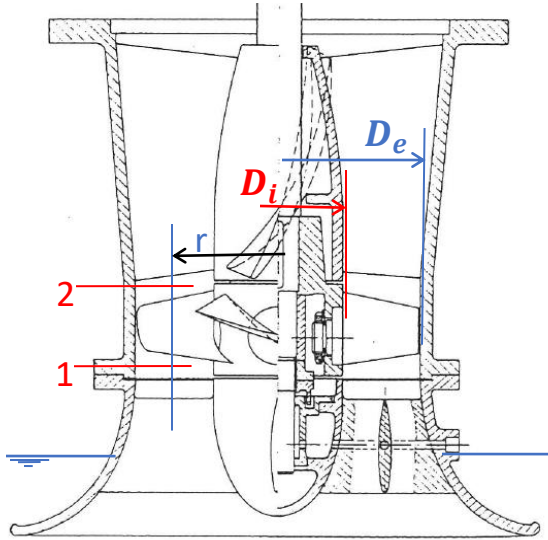
$$\vec{U}_{1e} = \omega \frac{D_{1e}}{2}$$

mentre, per il criterio del vortice libero:

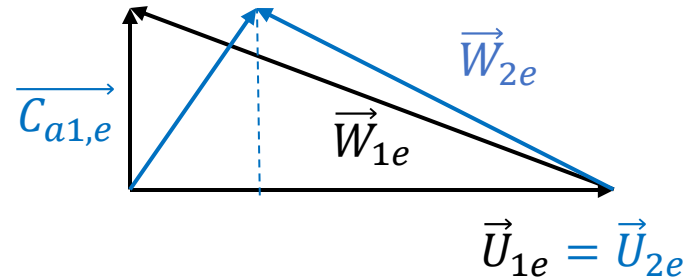
$$\overrightarrow{C_{a1,e}} = \vec{C}_a = cost_1 = \frac{Q_v}{\eta_v \xi_1 \pi \frac{(D_e^2 - D_i^2)}{4}}$$



Triangoli di velocità



- Per quanto riguarda l'uscita della girante (sez. 2e), ricordando che la linea di corrente è perfettamente assiale ($\vec{U}_{1e} = \vec{U}_{2e}$), il triangolo sarà:



Dove:

$$\vec{U}_{2e} = \vec{U}_{1e}$$

$$\overrightarrow{C_{a1,e}} = \overrightarrow{C_{a2,e}} = \overrightarrow{C_a}$$

- Per quanto riguarda la velocità C_{u2e} , si sfrutta la definizione del numero teorico di pressione ψ_t :

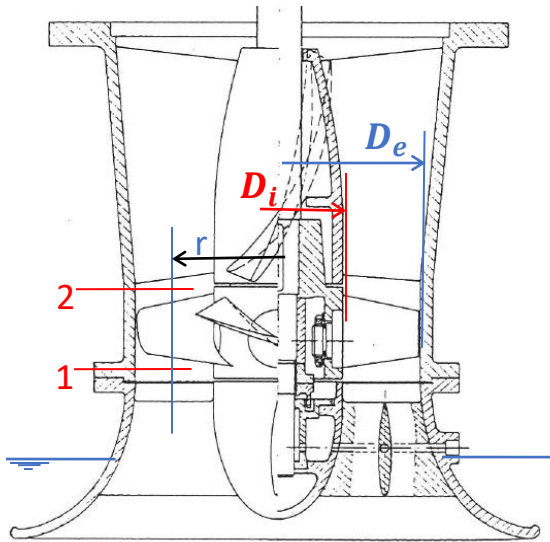
$$\psi_t = \frac{\psi}{\eta_{id}} = \frac{C_{u2e}}{U_e}$$

e da questo:

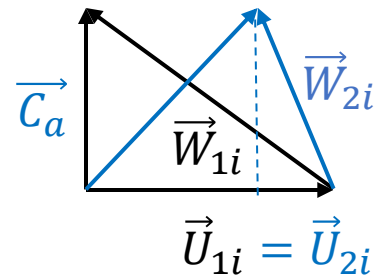
$$C_{u2e} = \psi_t U_e$$



Triangoli di velocità



- Per quanto riguarda le altre sezioni (e.g. sezione interna, linea media)



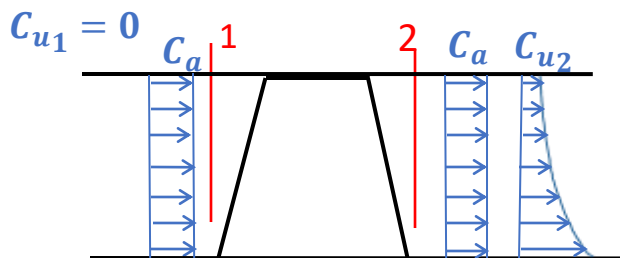
la velocità periferica $\vec{U}_1 = \vec{U}_2$ è nota, mentre la velocità assiale è costante per il criterio del vortice libero sia all'ingresso che all'uscita della girante:

$$\vec{C}_{a1,e} = \vec{C}_{a2,e} = \vec{C}_a$$

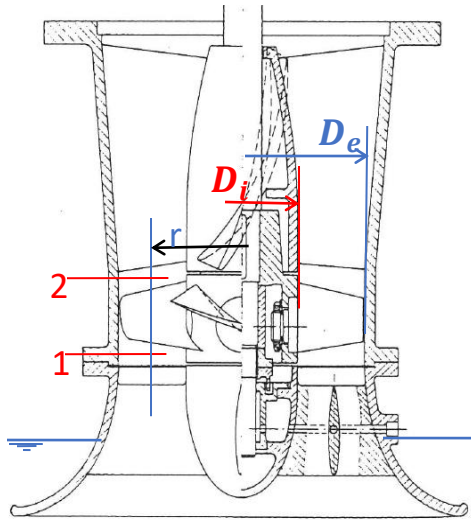
- Per quanto riguarda la velocità C_{u2} , si sfrutta il criterio del vortice libero secondo cui:

$$r C_{u2} = \text{cost}_2 = r_e C_{u2e}$$

$$\Rightarrow C_{u2} = \frac{r_e C_{u2e}}{r}$$



Profili aerodinamici



Si sono definiti i triangoli di velocità che si vogliono avere a monte e a valle della macchina

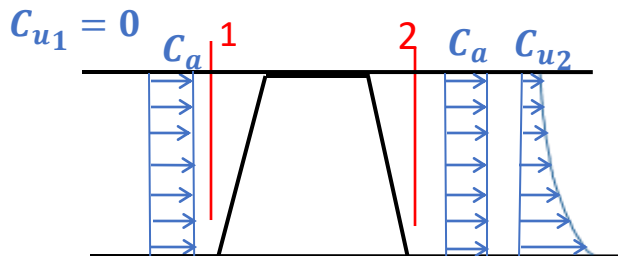


Geometria della pala??

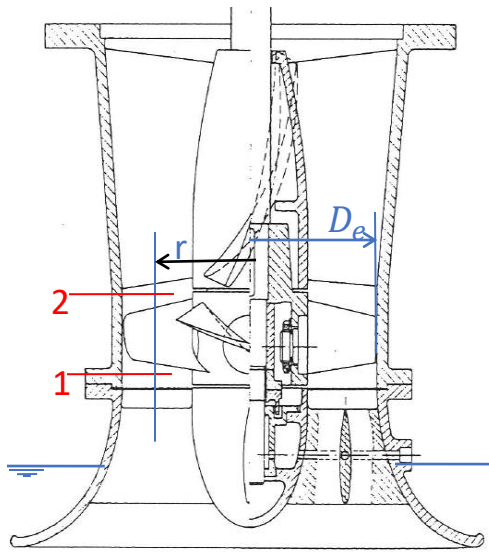
- La geometria delle pale **non sarà più a semplice curvatura** perché i triangoli delle velocità delle singole sezioni palari variano in direzione radiale
- Si adoperano comunemente **profili aerodinamici** e la corrispondente teoria sviluppata in ambito aeronautico



Come adattarla all'ambito delle macchine??



Progettazione di una pompa assiale



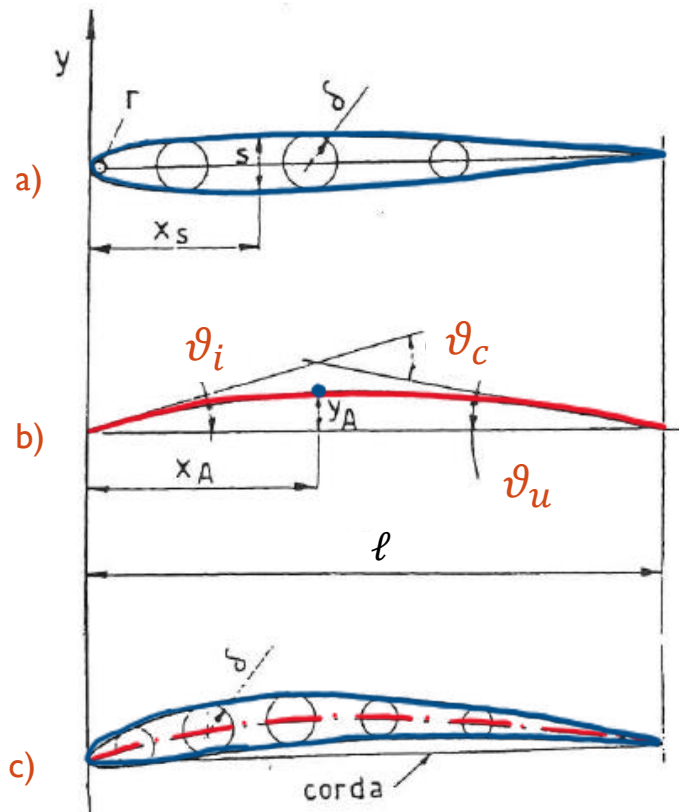
Q_v, h



1. Studio di fattibilità → Scelgo n ovvero ω
2. Dimensionamento della macchina → D_e, D_i
3. Determinazione dei triangoli di velocità a monte e a valle della girante nelle sezioni di interesse
4. Assegnazione del carico palare alle varie sezioni
5. Dimensionamento delle sezioni palari della girante

I profili aerodinamici

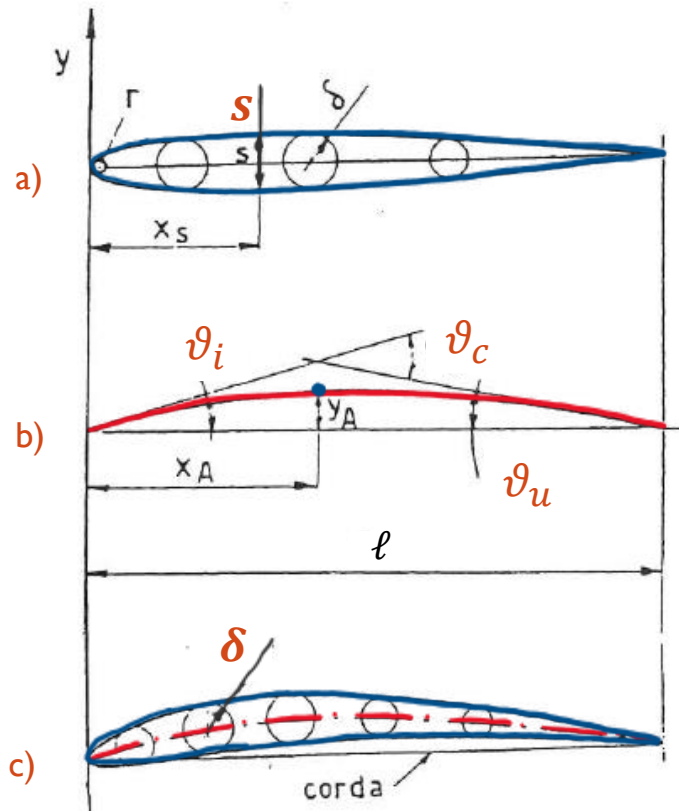
Profili aerodinamici: geometria profili NACA a quattro cifre



Geometria profilo NACA 6410.

- Si farà riferimento ai profili aerodinamici **NACA a 4 cifre**, costituiti da una **linea media (b)** formata da due **archi** di parabola che si uniscono nel punto di **alzata massima** (X_A, Y_A) assicurando la continuità anche della derivata prima, dando in tal modo forma a una curva composta di classe C^1
- Si definisce **corda ℓ** del profilo la linea che unisce il bordo d'ingresso del profilo con il bordo di fuga del medesimo
- Gli angoli ϑ_i e ϑ_u sono quelli formati dalla tangente alla linea media per $x/\ell = 0.05$ e per $x/\ell = 0.95$ rispettivamente, e identificano, di fatto, le tangenti al bordo d'ingresso e d'uscita del profilo aerodinamico
- L'angolo $\vartheta_c = \vartheta_i + |\vartheta_u|$ è anche detto '**camber**' o curvatura del profilo, e definisce la **massima deviazione** angolare che subirebbe il fluido tra l'ingresso e l'uscita del profilo qualora ne seguisse perfettamente la geometria

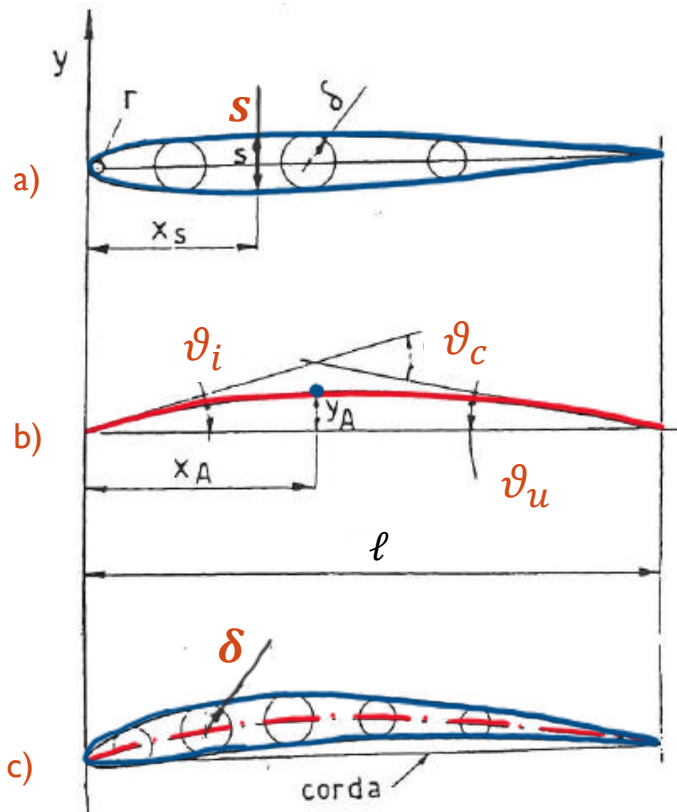
Profili aerodinamici: geometria profili NACA a quattro cifre



Geometria profilo NACA 6410.

- Con δ è invece indicato il semispessore del profilo, mentre con s lo spessore massimo posto a una distanza x_s dal bordo d'ingresso; infine con r è indicato il raggio di curvatura del bordo d'ingresso, pari a $r = 1,1 s^2 / \ell$ con centro sulla tangente alla linea media in $x/\ell = 0,005$
- La geometria del profilo (c) si ottiene sovrapponendo alla linea media (b) la distribuzione dei semispessori δ (a) e raccordandone poi i punti
- L'intera geometria (linea media, distribuzione degli spessori) è fornita in forma tabellare oppure in forma analitica in funzione dell'ascissa x/ℓ una volta noti due soli parametri: X_A/ℓ e Y_A/ℓ

Profili aerodinamici: geometria profili NACA a quattro cifre



Geometria profilo [NACA 6410](#).

$$0 \leq \frac{x}{l} \leq \frac{x_A}{l}$$

$$\frac{y}{l} = \frac{y_A / l}{(x_A / l)^2} \left(2 \frac{x_A}{l} - \frac{x}{l} \right) \frac{x}{l}$$

$$\frac{x_A}{l} \leq \frac{x}{l} \leq 1$$

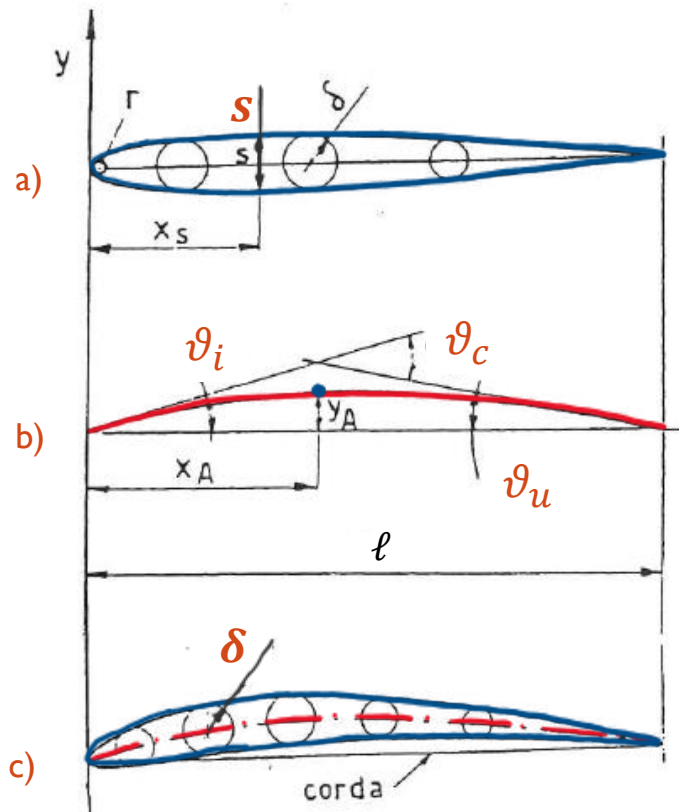
$$\frac{y}{l} = \frac{y_A / l}{(1 - x_A / l)^2} \left(1 - \frac{x}{l} \right) \left(1 + \frac{x}{l} - 2 \frac{x_A}{l} \right)$$

$$\frac{\delta}{s} = 1,4845 \sqrt{\frac{x}{l}} - 0,63 \frac{x}{l} - 1,758 \left(\frac{x}{l} \right)^2 + 1,4215 \left(\frac{x}{l} \right)^3 - 0,5075 \left(\frac{x}{l} \right)^4$$

$$\tan \theta_i = \left(\frac{dy}{dx} \right)_{x/l=0,005} = \frac{y_A / l}{(x_A / l)^2} 2 \left(\frac{x_A}{l} - 0,005 \right)$$

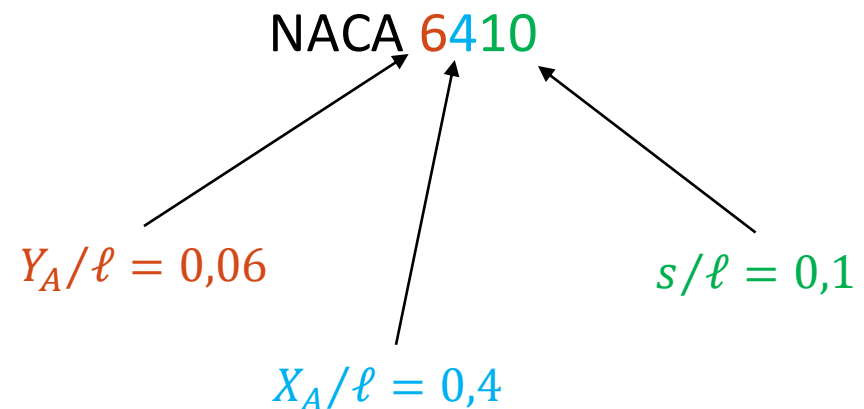
$$\tan \theta_u = \left(\frac{dy}{dx} \right)_{x/l=0,95} = \frac{y_A / l}{(1 - x_A / l)^2} 2 \left(\frac{x_A}{l} - 0,95 \right)$$

Profili aerodinamici: geometria profili NACA a quattro cifre



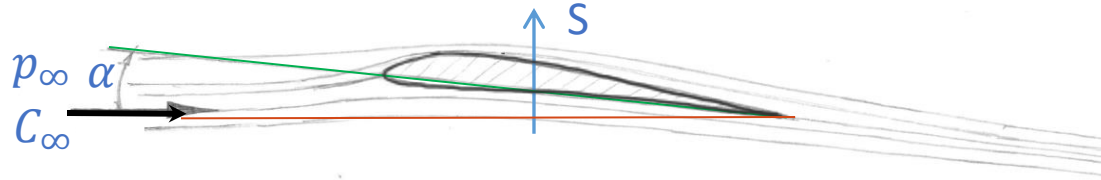
Geometria profilo NACA 6410.

- Nei profili NACA a quattro cifre, la prima cifra rappresenta il rapporto Y_A/ℓ in per cento, la seconda il rapporto X_A/ℓ in decimi mentre le ultime due cifre il rapporto s/ℓ in centesimi
- Ad esempio, per il profilo:



Per impiegare questi profili occorrono perciò dei criteri per stabilire/determinare le coordinate X_A/ℓ e Y_A/ℓ del punto di alzata massima del profili che comporranno la palettatura della pompa assiale

Profili aerodinamici: aspetti generali

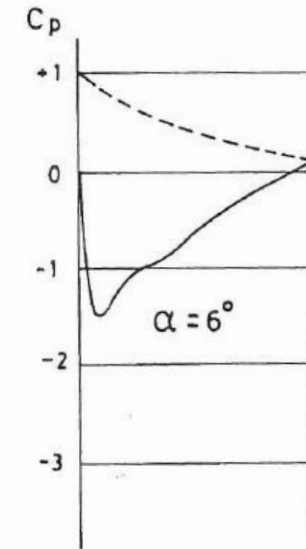
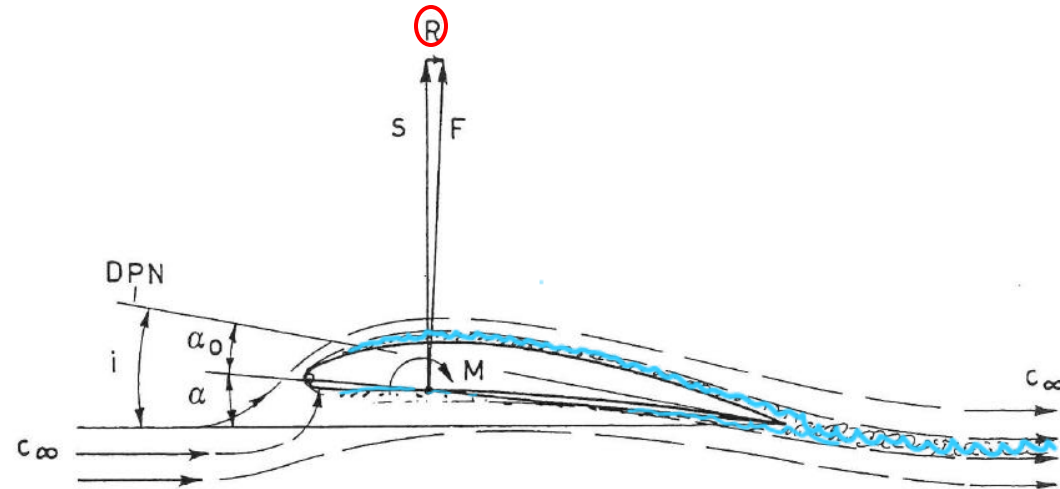


linee di corrente attorno ad un profilo isolato inclinato di un angolo α rispetto alla velocità indisturbata C_∞ del fluido all'infinito a monte

- Le linee di corrente **si addensano sull'estradosso** del profilo mentre risultano più diradate a ridosso dell'intradosso
- Nel tubo di flusso tra due linee di corrente scorre sempre la **medesima portata**, cosicché là dove le linee di corrente si addensano la **velocità aumenta** mentre la pressione diminuisce
 - ➔ Si crea un gradiente di pressione $p_{int} - p_{est}$ tra l'intradosso e l'estradosso del profilo che genera una forza di interazione aerodinamica S tra il fluido e il profilo medesimo, detta **forza di sustentamento**
 - ➔ E' possibile adimensionalizzare la forza S , definendo un coefficiente di sustentamento:

$$c_s = \frac{S}{\rho \frac{C_\infty^2}{2} \ell}$$

Profili aerodinamici: le forze



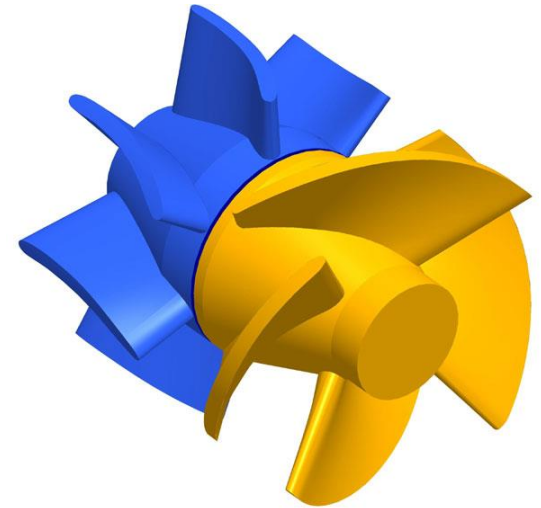
- Lo sviluppo dello **strato limite** sul contorno del profilo induce anche una **forza di resistenza** R nella direzione di C_∞ che può essere formulata in modo simile a quella di sostentamento introducendo, al posto del coefficiente di sostentamento c_s , il coefficiente di resistenza aerodinamica c_R :

$$c_s = \frac{S}{\rho \frac{C_\infty^2}{2} \ell}$$

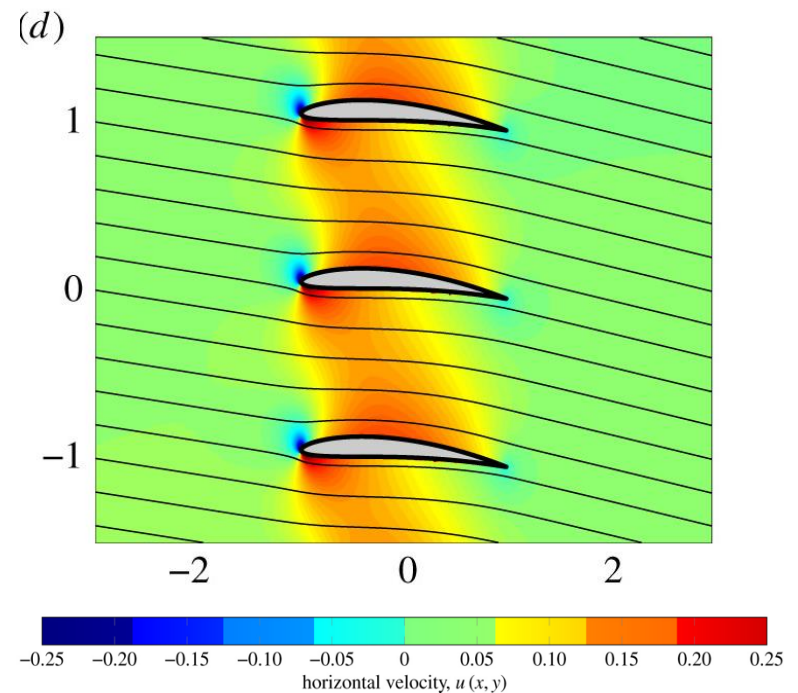
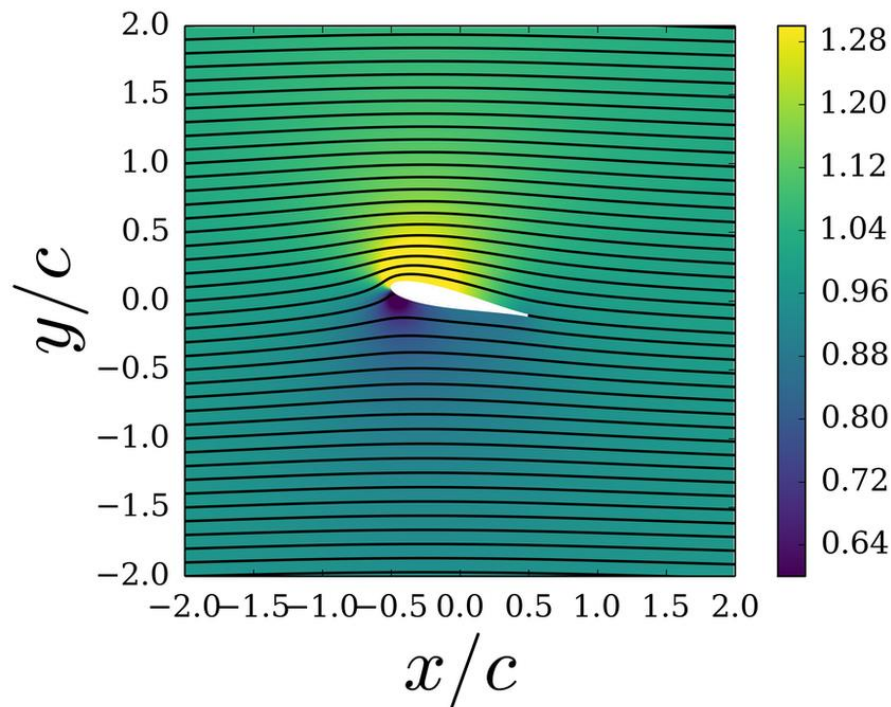
$$c_R = \frac{R}{\rho \frac{C_\infty^2}{2} \ell}$$

Profili aerodinamici: le forze

- Definire il coefficiente di sostentamento c_s implica correlare la geometria del profilo con la forza di sostentamento e quindi con l'interazione fluidodinamica tra profilo e fluido
- Data una certa velocità del fluido ed una certa geometria, esistono correlazioni che consentono di valutare il coefficiente di sostentamento c_s di profili aerodinamici isolati
- Tuttavia, un profilo aerodinamico isolato non costituisce un adeguato **modello fluidodinamico** per una macchina a fluido
- Una macchina a fluido è assimilabile ad una **schiera** di **profili** aerodinamici



Profili aerodinamici: influenza di Y_A

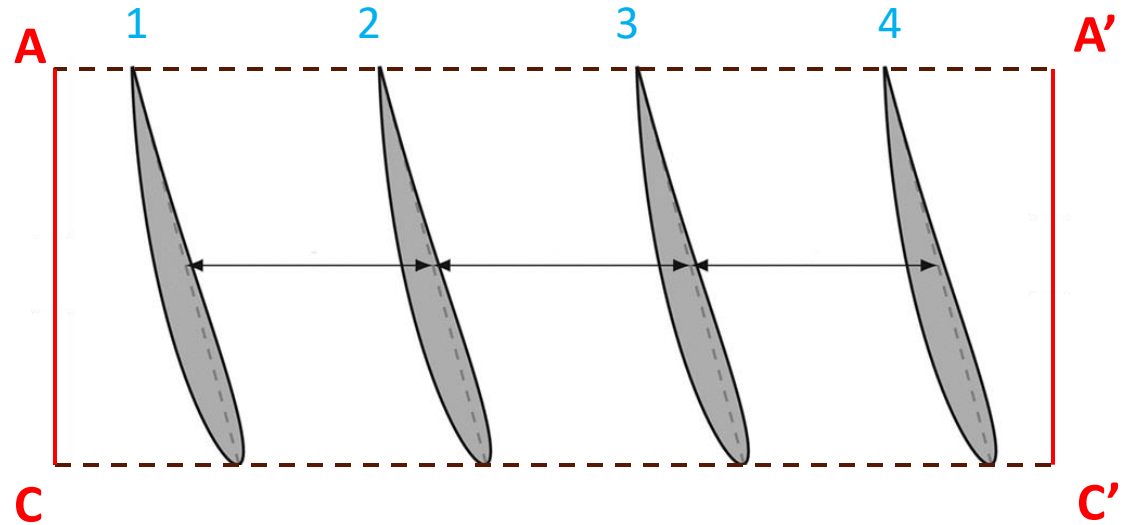
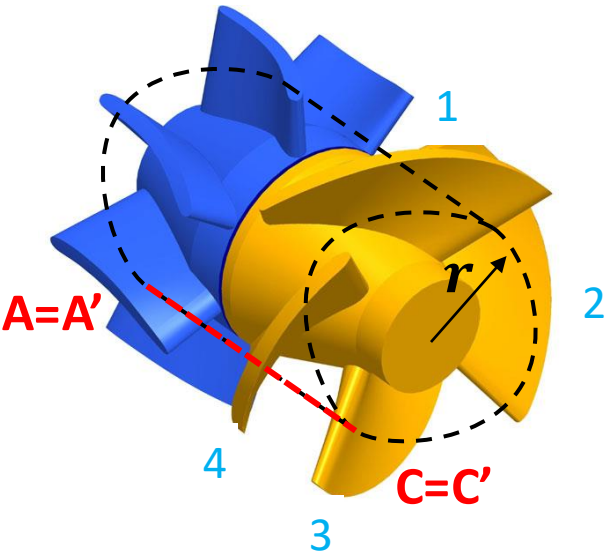


A differenza del profilo singolo la schiera di profili aerodinamici dà luogo ad una netta variazione del campo di velocità e di pressione tra monte e valle della schiera stessa



Modello più simile ad una pompa assiale

Profili aerodinamici in schiera

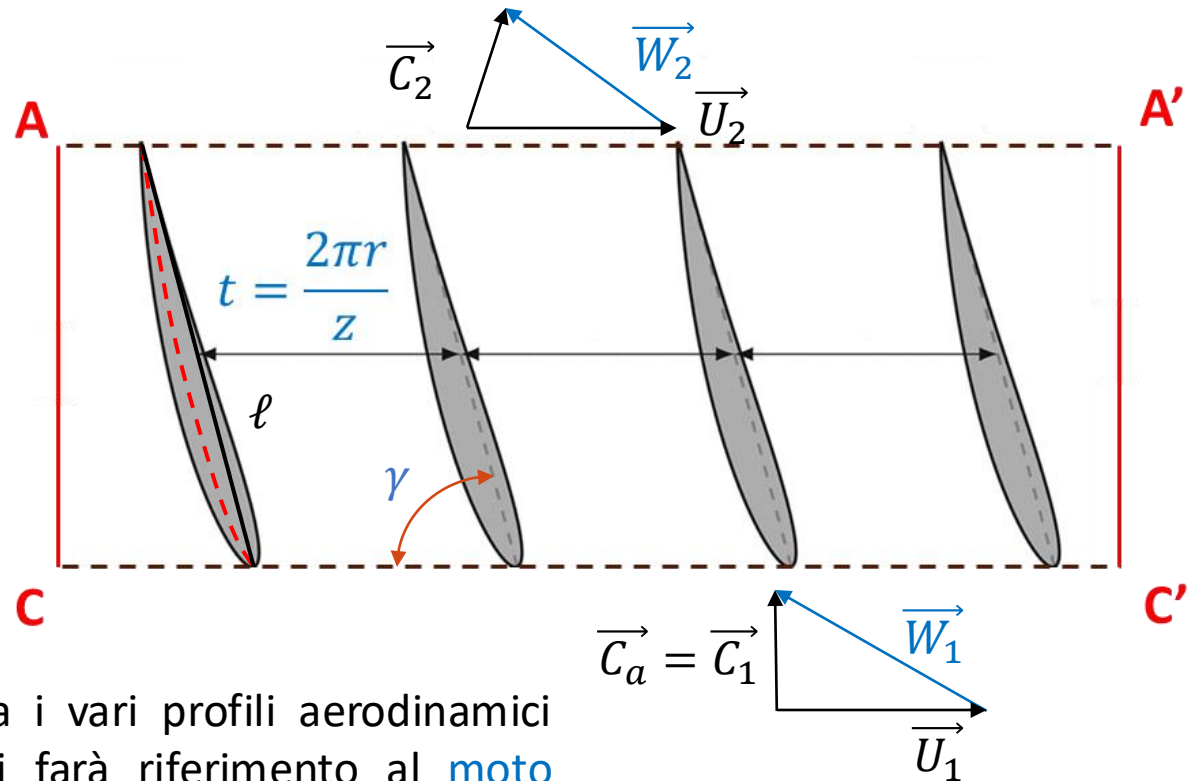


- Si consideri una sezione cilindrica di raggio r di una girante a flusso assiale e se ne analizzi lo sviluppo piano
- I lati AC e $A'C'$ dello sviluppo piano sono in realtà **coincidenti** sulla superficie cilindrica, cosicché su di essi i valori delle velocità e delle pressioni siano i medesimi
- Ne consegue che, benché la schiera piano sia costituita da un numero finito di profili, il campo di moto all'interno di un **condotto interpolare** si riproduce **esattamente** all'interno di tutti gli altri ed il comportamento è assimilabile a quello di una schiera infinita di profili

Profili aerodinamici in schiera

Siano:

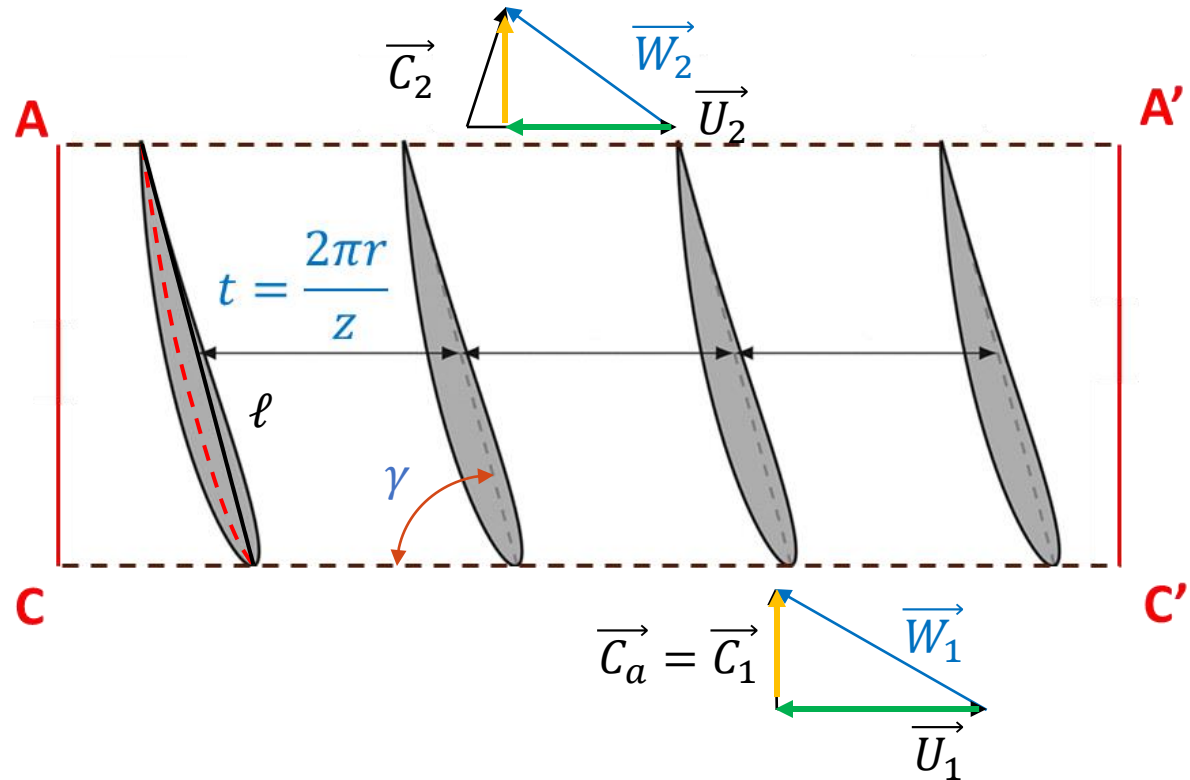
- $t = \frac{2\pi r}{z}$ il passo palare costante tra i vari profili
- ℓ la **corda** del profilo inclinata di un **angolo**
- γ l'angolo di inclinazione della corda rispetto alla sezione di ingresso, detto angolo di calettamento
- Per valutare l'interazione tra i vari profili aerodinamici della schiera ed il fluido si farà riferimento al **moto relativo** di cui si conoscono le velocità in ingresso ed uscita della girante (essendo noti i triangoli)



Profili aerodinamici in schiera

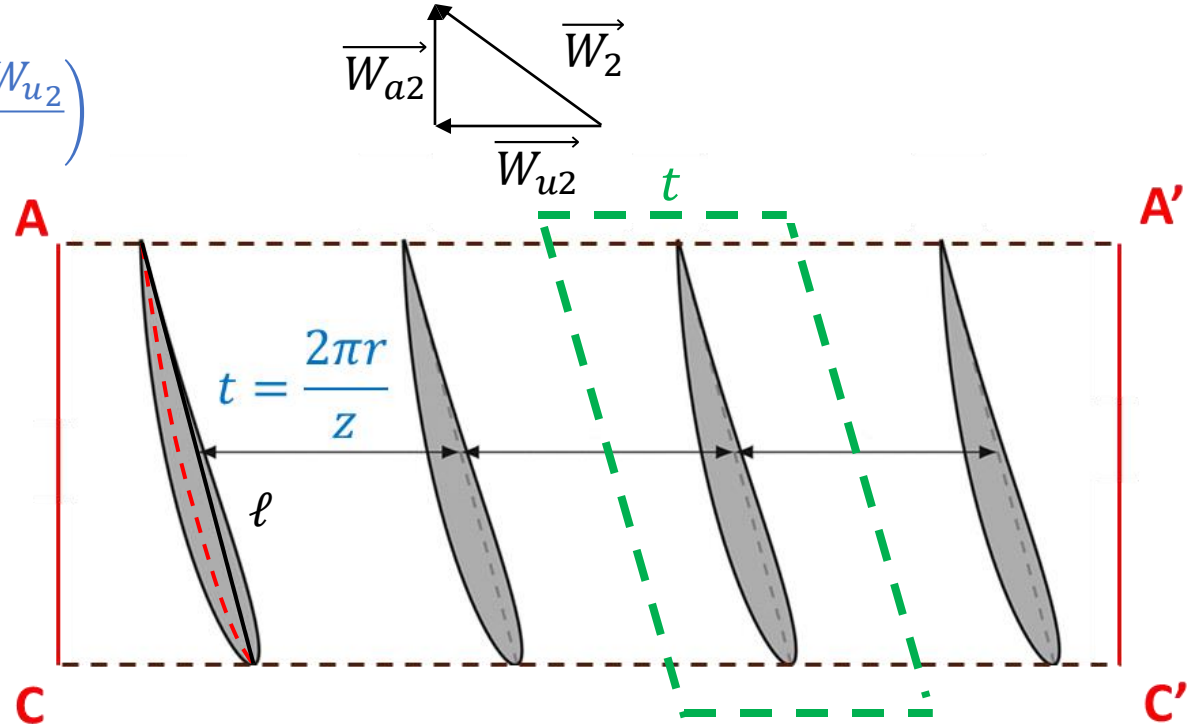
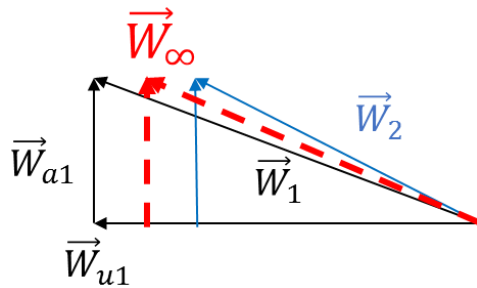
Siano:

- W_{u1} e W_{u2} le componenti tangenziali della velocità relativa all'ingresso e all'uscita della girante
- $W_{a1} = W_{a2} = C_a$ le componenti assiali della velocità relativa all'ingresso e all'uscita della girante che sono uguali tra loro e pari a C_a



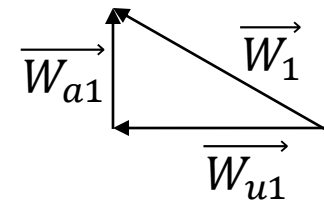
Profili aerodinamici in schiera

$$\vec{W}_\infty = \frac{\vec{W}_1 + \vec{W}_2}{2} \equiv \left(W_a, -\frac{W_{u1} + W_{u2}}{2} \right)$$



- Si può dimostrare che il coefficiente di sustentamento c_{Sid} del profilo in condizioni ideali è:

$$c_{Sid} = 2 \frac{W_{u1} - W_{u2}}{W_\infty} \frac{t}{l} = 2 \frac{\Delta W_u}{W_\infty} \frac{t}{l}$$



Per una schiera palare di lunghezza infinita

Profili aerodinamici in schiera

$$c_{sid} = 2 \frac{W_{u1} - W_{u2}}{W_{\infty}} \frac{t}{\ell} = 2 \frac{\Delta W_u}{W_{\infty}} \frac{t}{\ell}$$

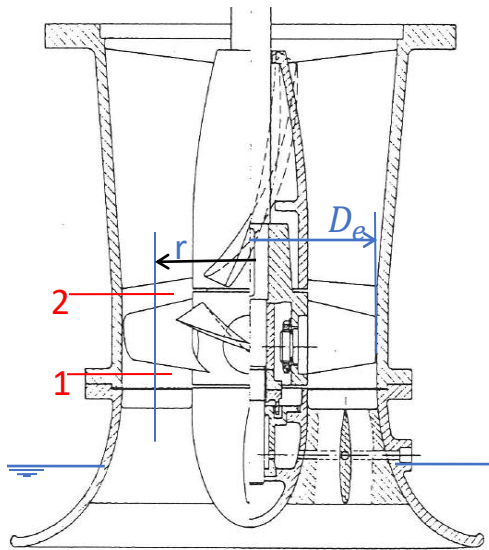
E se il fluido è viscoso? Come influiscono le perdite??

Le perdite riducono l'entità del gradiente di pressione e quindi della forza di sostentamento



$$c_s < c_{sid}$$

Progettazione di una pompa assiale



Q_v, h



1. Studio di fattibilità → Scelgo n ovvero ω
2. Dimensionamento della macchina → D_e, D_i
3. Determinazione dei triangoli di velocità a monte e a valle della girante nelle sezioni di interesse
4. Assegnazione del carico palare alle varie sezioni → $C_s ???$
5. Dimensionamento delle sezioni palari della girante

Progetto preliminare della girante

$$K = \omega Q_v^{0,5} / (gh)^{0,75}$$



$$\psi, \varphi, \eta_{id}, \eta_v$$



$$\psi = \frac{gh}{U_e^2} \rightarrow U_e \rightarrow r_e$$

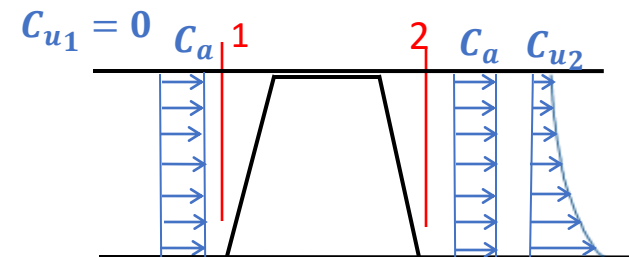
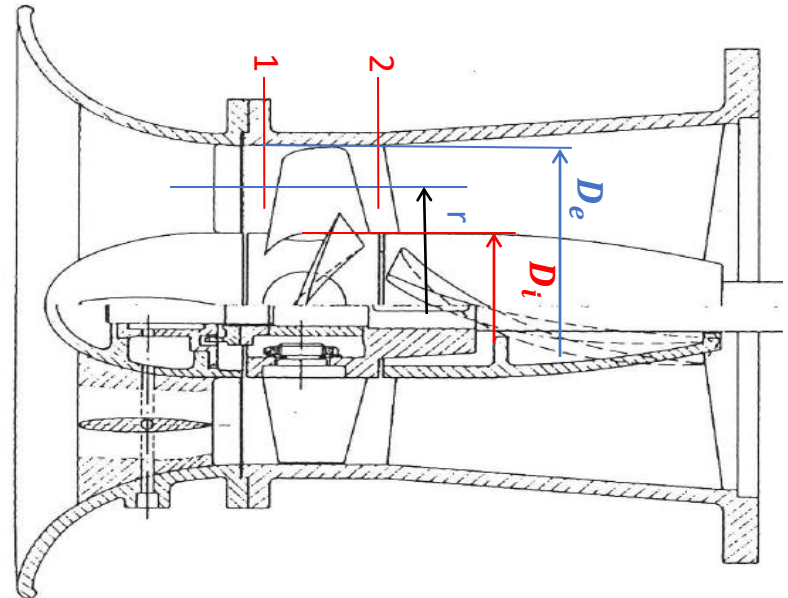
$$\psi_t = \frac{\psi}{\eta_{id}} = \frac{C_{ue}}{U_e} \rightarrow C_{ue}$$

$$\varphi = \frac{C_a}{U_e} \rightarrow C_a$$

$$\frac{Q_v}{\eta_v} = C_a \pi \frac{(D_e^2 - D_i^2)}{4} \rightarrow r_i$$

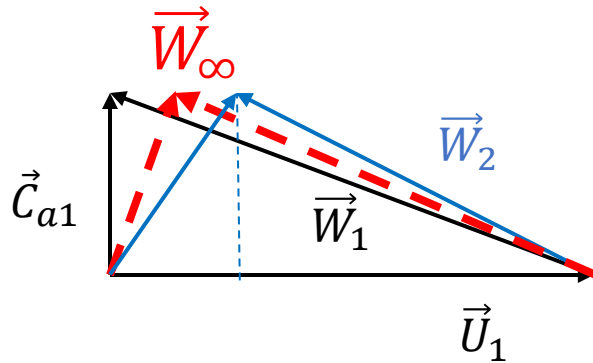


$$C_a = \text{cost} \quad C_{u1} = 0 \quad C_{u2} = \frac{r_e C_{ue}}{r}$$



Progetto preliminare della girante

Noti i triangoli di velocità per ogni sezione palare:

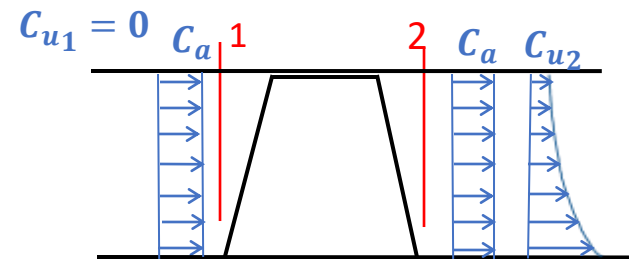
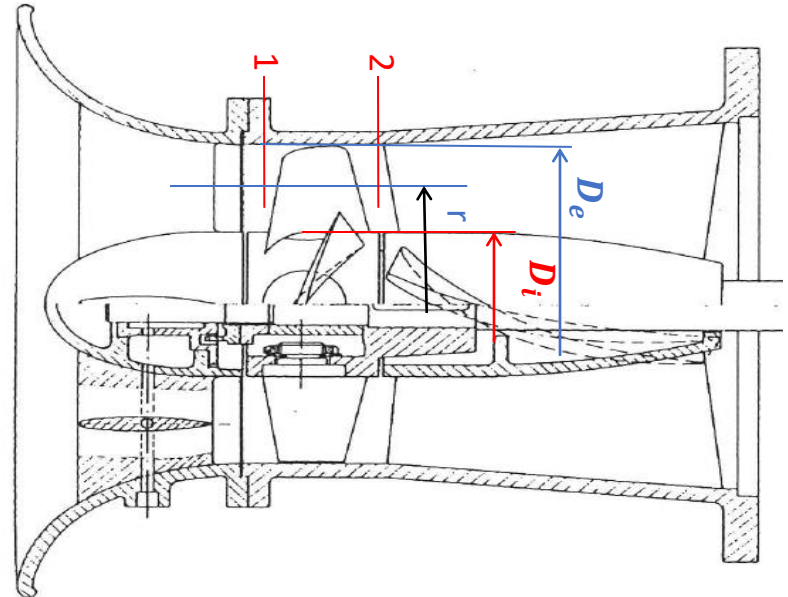


$$\vec{W}_\infty = \frac{\vec{W}_1 + \vec{W}_2}{2} \equiv \left(W_a, -\frac{W_{u1} + W_{u2}}{2} \right)$$

$$c_{sid} = 2 \frac{W_{u1} - W_{u2}}{W_\infty} \frac{t}{\ell} = 2 \frac{C_{u2} - C_{u1}}{W_\infty} \left(\frac{t}{\ell} \right)$$

Come fisso c_{sid} ?

$$\frac{t}{\ell} = \frac{2 \pi r}{Z \ell}$$

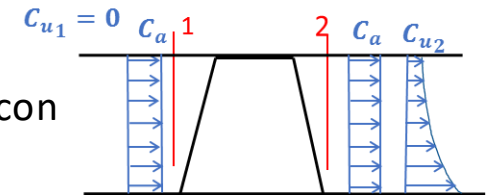
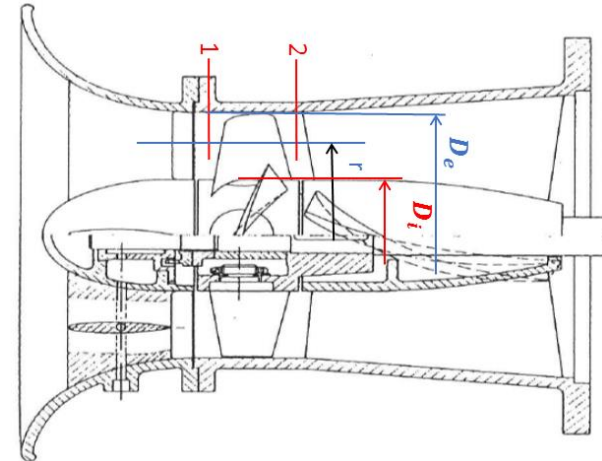


Progetto preliminare della girante

$$c_{sid} = 2 \frac{C_{u2} - C_{u1}}{W_\infty} \frac{t}{\ell}$$

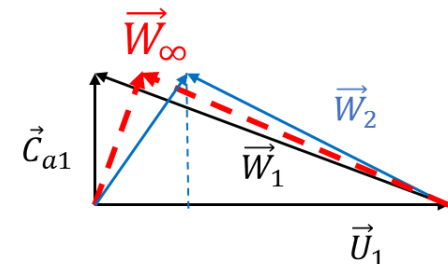
SEZIONE INTERNA (MOZZO)

- Il **carico palare al mozzo** è il più **elevato** in quanto:
 - $C_{u2,i}$ all'uscita della girante è la massima (per l'andamento iperbolico)
 - $W_{\infty,i}$ è la minima in quanto $U_i = \omega r_i$ è minima
- Valori **elevati** di $c_{sid,mozzo}$ porterebbero a pale troppo corte (ℓ piccola) con conseguente rischio di **stallo**
- Valori **piccoli** ridurrebbero il rischio di stallo ma comporterebbero pale troppo lunghe con un peggioramento del **rendimento**



➡ Si impone un coefficiente di sustentamento alto ma non troppo

➡ $c_{sid,mozzo} \approx 0,8$ ➡ $\left. \frac{t}{\ell} \right|_{mozzo}$



Progetto preliminare della girante

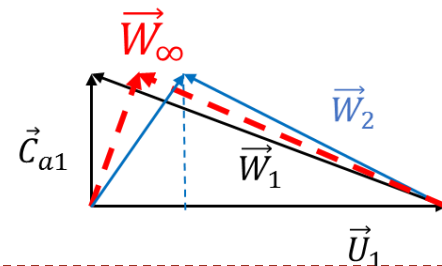
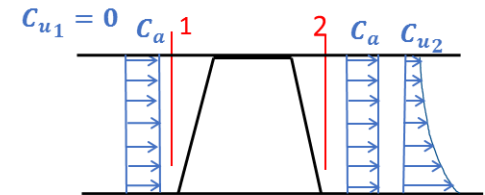
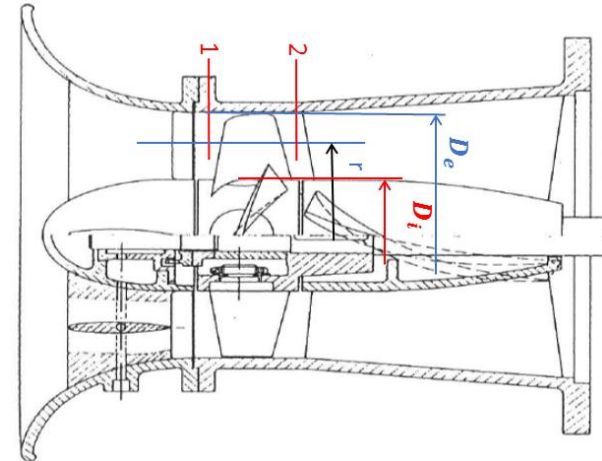
$$c_{sid} = 2 \frac{C_{u2} - C_{u1}}{W_\infty} \frac{t}{\ell}$$

SEZIONE ESTERNA

- Sul **raggio esterno** r_e della girante non c'è rischio di stallo ma di insorgenza della **cavitazione** in quanto le velocità relative sono massime
- Il comportamento a cavitazione viene valutato tramite un'espressione simile a quella vista per le pompe centrifughe in cui il coefficiente λ_w dipende dal coefficiente di sostentamento c_{se} e la velocità relativa W_1 viene sostituita con W_∞ :

$$NPSH_R = (1 + \lambda_a) \frac{C_a^2}{2g} + (0.8 \div 0.9) c_{se} \frac{W_{\infty e}^2}{2g}$$

$$\Rightarrow \boxed{c_{sid,e} \approx 0.3} \Rightarrow \left. \frac{t}{\ell} \right|_e$$



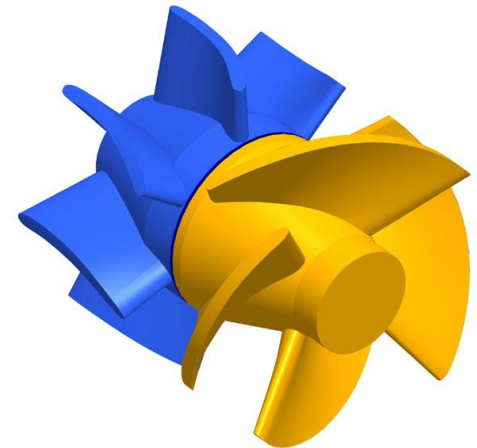
Progetto preliminare della girante

$$c_{Sid} = 2 \frac{C_{u2} - C_{u1}}{W_\infty} \frac{t}{\ell} = 2 \frac{C_{u2}}{W_\infty} \frac{t}{\ell}$$

$$C_{u2} = \frac{r_e C_{ue}}{r}$$

- Per il calcolo delle altre sezioni della palettatura girante si procederà a **variare con continuità** il rapporto t/ℓ tra mozzo e corona, ad esempio in modo lineare, per privilegiare la regolarità geometrica della palettatura

Progetto delle varie sezioni secondo il criterio di Howell-Constant



$$\left(\frac{t}{\ell}\right)_e$$

Legge di distribuzione
sulle sezioni intermedie

$$\left(\frac{t}{\ell}\right)_{mozzo}$$

$$c_{Sid}$$



Esercizio

Esercizio

Si consideri una pompa assiale caratterizzata dai seguenti dati di targa:

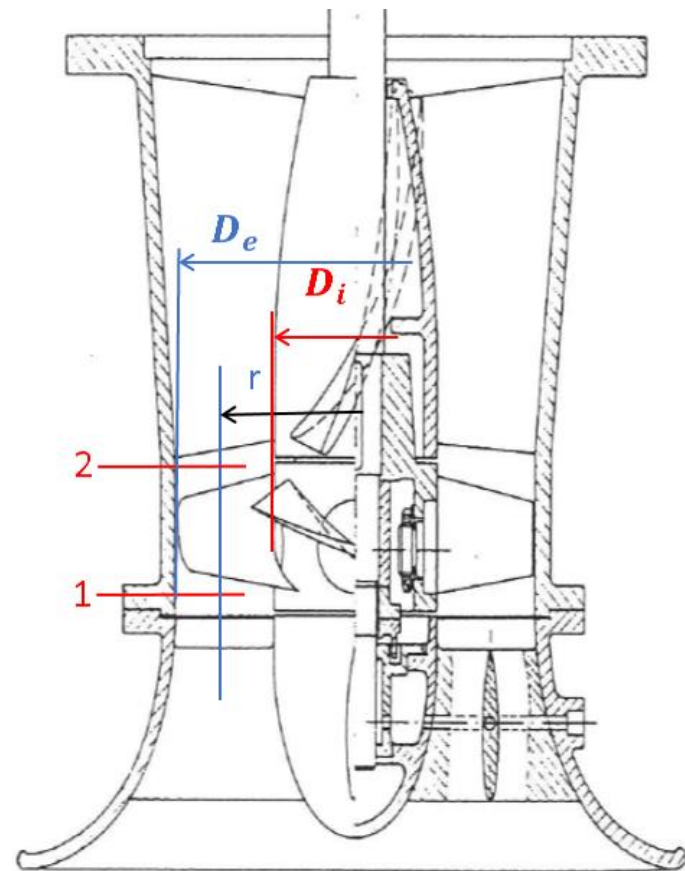
$$Q_v = 0.14 \text{ m}^3/\text{s}$$

$$h = 6 \text{ m}$$

$$n = 2000 \text{ giri/minuto}$$

Determinare:

- Numero tipico di macchina K
- Diametro della sezione esterna della girante D_e
- Diametro della sezione interna della girante D_i
- I triangoli delle velocità nella sezione esterna, media e interna
- Lo spessore e la lunghezza del profilo nella sezione esterna, media e interna



Domande, Curiosità, Dubbi, Perplessità?

