

**Esercizi per il corso di MATEMATICA**  
Corsi di laurea in Chimica, Chimica Industriale e Scienze dei Materiali

**Foglio 2**

11 dicembre 2025

1. Facciamo una revisione dello studio di funzioni. Si faccia un completo studio delle seguenti funzioni (incluso il loro dominio, segno, asintoti, massimi e minimi locali e una bozza del grafico).

(a)  $\ln(x^2 + 1)$

(b)  $\frac{1}{x-2}e^{\frac{1}{x}}$

2. Attraverso l'uso del calcolo integrale, si calcolino

(a) l'area del quadrilatero determinato dalle rette  $y = x + 1$ ,  $y = 3 - x$ ,  $x = 0$  e  $y = 0$ ;

(b) l'area della regione delimitata per le rette  $y = 0$ ,  $x = 0$ ,  $x = 3$  e il grafico di  $f(x) = (x-1)^2 + 1$ ;

(c) l'area della regione delimitata dai grafici di  $f(x) = \cos(x)$  e  $g(x) = \sin(x)$  nel intervallo  $[0, \pi/2]$ .

3. Per ognuno dei seguenti numeri complessi, si trovino le sue forme algebriche, trigonometriche ed esponenziali.

(a)  $z = -3 - 3i$

(e)  $w/t$

(b)  $w = \sqrt{2}e^{i3\pi/4}$

(f)  $1/w + z$

(c)  $t = 3(\cos(7\pi/6) + i\sin(7\pi/6))$

(g)  $(w^2 - z)/t$

(d)  $zw$

4. Si trovino tutte le soluzioni  $y(x)$  delle seguenti equazioni differenziali.

(a)  $y'' - 2y' + y = 0$

(d)  $6y'' - 5y' + y = 0$

(b)  $y'' - y = 0$

(e)  $y'' + y' = 0$

(c)  $4y'' + y = 0$

(f)  $y'' - 2y = 0$

5. Si risolvino i seguenti problemi di Cauchy

(a) 
$$\begin{cases} y'' - 3y' + 2y = 0 \\ y(0) = 4 \\ y'(0) = 2 \end{cases}$$

(b) 
$$\begin{cases} y'' + 2y' + y = 0 \\ y(0) = 1 \\ y'(0) = 2 \end{cases}$$

6. Le seguenti affermazioni sono vere o false? Si giustifichino le risposte.

(a) Se  $f(x)$  e  $g(x)$  sono soluzioni di un'equazione differenziale di primo ordine omogenea, allora la loro somma  $f(x) + g(x)$  è anche una soluzione.

(b) Se  $f(x)$  e  $g(x)$  sono soluzioni di un'equazione differenziale di secondo ordine a coefficienti costanti omogenea, allora la loro somma  $f(x) + g(x)$  è anche una soluzione.

(c) Se  $f(x)$  e  $g(x)$  sono soluzioni di un'equazione differenziale di primo ordine non-omogenea, allora la loro somma  $f(x) + g(x)$  è anche una soluzione.

(d) Se  $f(x)$  e  $g(x)$  sono soluzioni di un'equazione differenziale di secondo ordine a coefficienti costanti non-omogenea, allora la loro somma  $f(x) + g(x)$  è anche una soluzione.

- (e) Se  $f(x)$  e  $g(x)$  sono soluzioni di un'equazione differenziale di primo ordine non-omogenea, allora la loro differenza  $f(x) - g(x)$  è una soluzione dell'equazione omogenea associata.
- (f) Se  $f(x)$  e  $g(x)$  sono soluzioni di un'equazione differenziale di secondo ordine a coefficienti costanti non-omogenea, allora la loro differenza  $f(x) - g(x)$  è una soluzione dell'equazione omogenea associata.
- (g) La funzione  $y = 0$  è soluzione di qualunque equazione differenziale separabile.
- (h) La funzione  $y = 0$  è soluzione di qualunque equazione differenziale di primo ordine omogenea.
- (i) La funzione  $y = 0$  è soluzione di qualunque equazione differenziale di secondo ordine a coefficienti costanti omogenea.
- (j) La funzione  $y = 0$  è soluzione di qualunque equazione differenziale di primo ordine non-omogenea.
- (k) La funzione  $y = 0$  è soluzione di qualunque equazione differenziale di secondo ordine a coefficienti costanti non-omogenea.