

Esercizi per il corso di MATEMATICA
Corsi di laurea in Chimica, Chimica Industriale e Scienze dei Materiali
Foglio 2
11 dicembre 2025

1. Facciamo una revisione dello studio di funzioni. Si faccia un completo studio delle seguenti funzioni (incluso il loro dominio, segno, asintoti, massimi e minimi locali e una bozza del grafico).
 - (a) $\ln(x^2 + 1)$
 - (b) $\frac{1}{x-2} e^{\frac{1}{x}}$
2. Attraverso l'uso del calcolo integrale, si calcolino
 - (a) l'area del quadrilatero determinato dalle rette $y = x + 1$, $y = 3 - x$, $x = 0$ e $y = 0$;
 - (b) l'area della regione delimitata per le rette $y = 0$, $x = 0$, $x = 3$ e il grafico di $f(x) = (x - 1)^2 + 1$;
 - (c) l'area della regione delimitata dai grafici di $f(x) = \cos(x)$ e $g(x) = \sin(x)$ nel intervallo $[0, \pi/2]$.
3. Per ognuno dei seguenti numeri complessi, si trovino le sue forme algebriche, trigonometriche ed esponenziali.

(a) $z = -3 - 3i$	(e) w/t
(b) $w = \sqrt{2}e^{i3\pi/4}$	(f) $1/w + z$
(c) $t = 3(\cos(7\pi/6) + i\sin(7\pi/6))$	(g) $(w^2 - z)/t$
(d) zw	
4. Si trovino tutte le soluzioni $y(x)$ delle seguenti equazioni differenziali.

(a) $y'' - 2y' + y = 0$	(d) $6y'' - 5y' + y = 0$
(b) $y'' - y = 0$	(e) $y'' + y' = 0$
(c) $4y'' + y = 0$	(f) $y'' - 2y = 0$
5. Si risolvino i seguenti problemi di Cauchy
 - (a)
$$\begin{cases} y'' - 3y' + 2y = 0 \\ y(0) = 4 \\ y'(0) = 2 \end{cases}$$
 - (b)
$$\begin{cases} y'' + 2y' + y = 0 \\ y(0) = 1 \\ y'(0) = 2 \end{cases}$$
6. Le seguenti affermazioni sono vere o false? Si giustifichino le risposte.
 - (a) Se $f(x)$ e $g(x)$ sono soluzioni di un'equazione differenziale di primo ordine omogenea, allora la loro somma $f(x) + g(x)$ è anche una soluzione.
 - (b) Se $f(x)$ e $g(x)$ sono soluzioni di un'equazione differenziale di secondo ordine a coefficienti costanti omogenea, allora la loro somma $f(x) + g(x)$ è anche una soluzione.
 - (c) Se $f(x)$ e $g(x)$ sono soluzioni di un'equazione differenziale di primo ordine non-omogenea, allora la loro somma $f(x) + g(x)$ è anche una soluzione.
 - (d) Se $f(x)$ e $g(x)$ sono soluzioni di un'equazione differenziale di secondo ordine a coefficienti costanti non-omogenea, allora la loro somma $f(x) + g(x)$ è anche una soluzione.

- (e) Se $f(x)$ e $g(x)$ sono soluzioni di un'equazione differenziale di primo ordine non-omogenea, allora la loro differenza $f(x) - g(x)$ è una soluzione dell'equazione omogenea associata.
- (f) Se $f(x)$ e $g(x)$ sono soluzioni di un'equazione differenziale di secondo ordine a coefficienti costanti non-omogenea, allora la loro differenza $f(x) - g(x)$ è una soluzione dell'equazione omogenea associata.
- (g) La funzione $y = 0$ è soluzione di qualunque equazione differenziale separabile.
- (h) La funzione $y = 0$ è soluzione di qualunque equazione differenziale di primo ordine omogenea.
- (i) La funzione $y = 0$ è soluzione di qualunque equazione differenziale di secondo ordine a coefficienti costanti omogenea.
- (j) La funzione $y = 0$ è soluzione di qualunque equazione differenziale di primo ordine non-omogenea.
- (k) La funzione $y = 0$ è soluzione di qualunque equazione differenziale di secondo ordine a coefficienti costanti non-omogenea.