



UNIVERSITÀ
DEGLI STUDI
DI PADOVA



Dipartimento
di Ingegneria Industriale

Il progetto di una pompa centrifuga

Corso di Macchine 1

Agenda

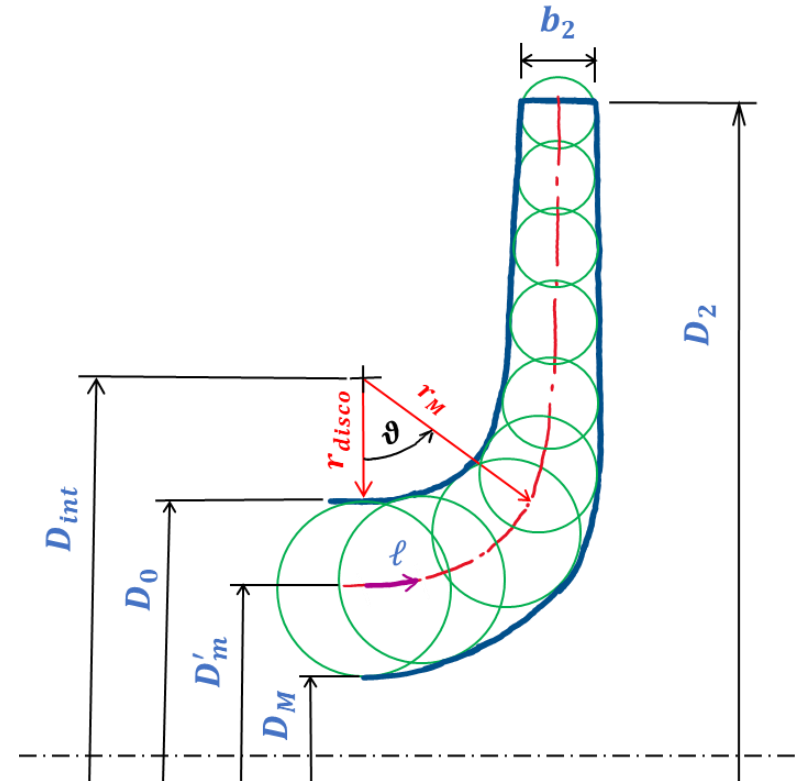
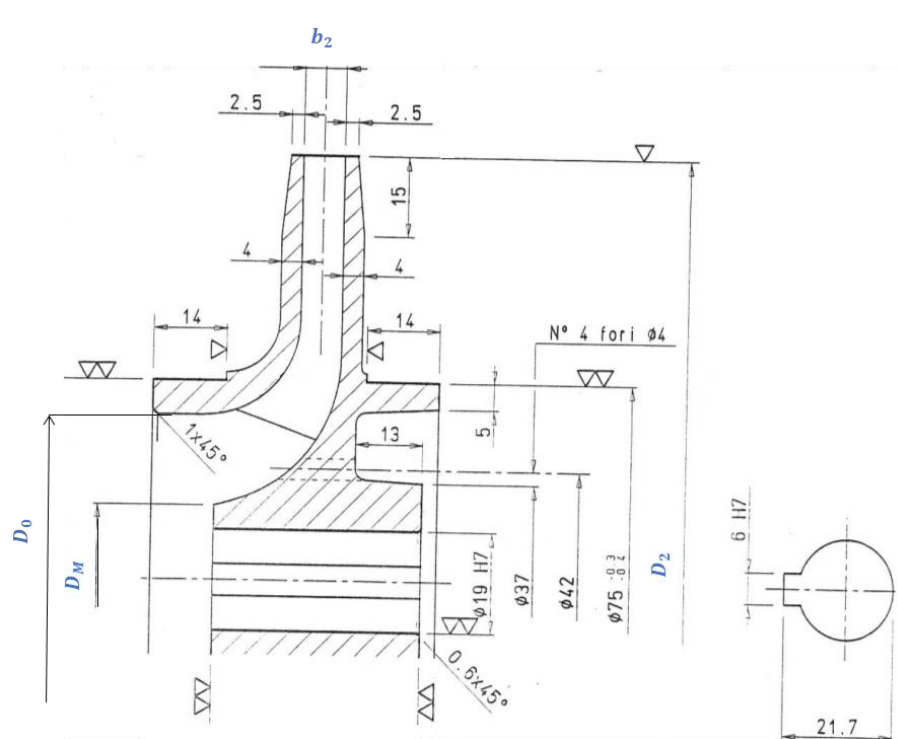
- ▶ La macchina da progettare
- ▶ Studio di fattibilità: scelta della velocità di rotazione
- ▶ Dimensionamento della macchina scelta → La girante
 - ▶ Diametro del Mozzo e Diametro dell'albero
 - ▶ Condotto meridiano
 - ▶ Posizionamento del bordo di ingresso
 - ▶ Angolo costruttivo del bordo di ingresso
 - ▶ Numero e spessore delle pale
 - ▶ Angolo costruttivo all'uscita
 - ▶ Disegno della pala nella vista circonferenziale



Dimensionamento della macchina scelta: la girante

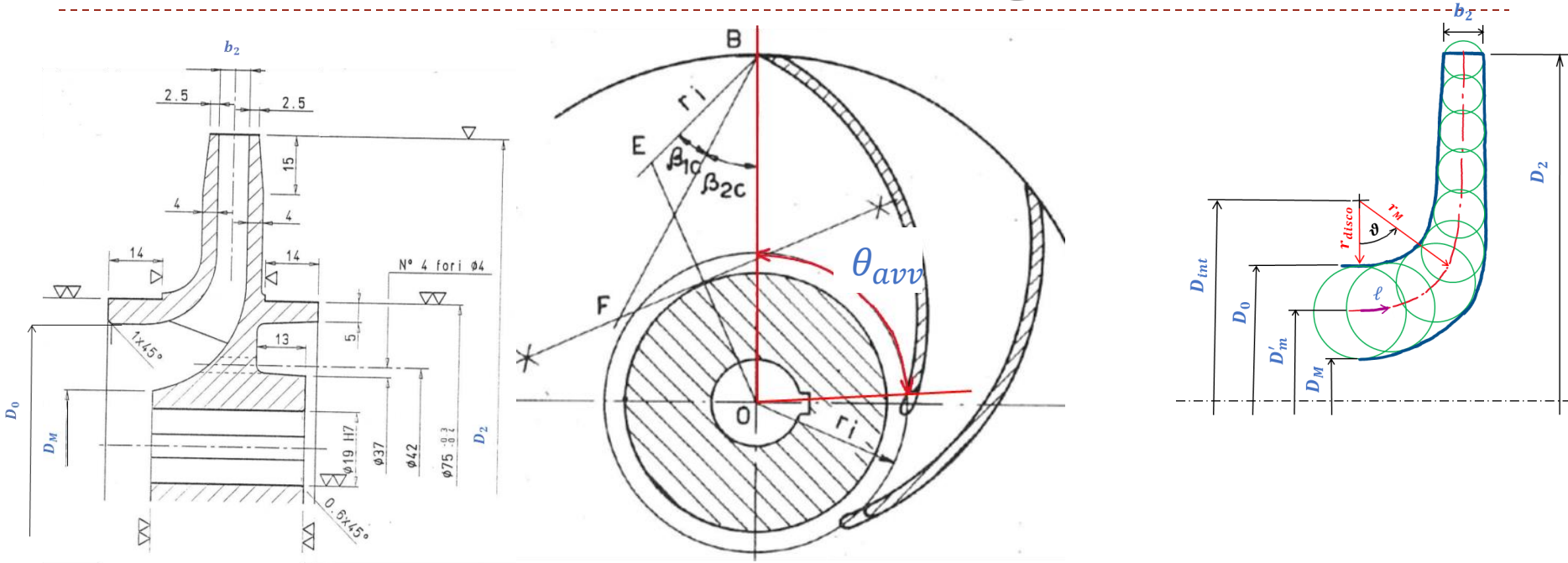
Posizionamento del bordo di ingresso

Posizionamento bordo d'ingresso



- Rimane da posizionare il bordo d'ingresso delle pale; quello del bordo d'uscita è disposto solitamente parallelo all'asse fino a numeri tipici di macchina di macchina K prossimi a $0.8 \div 1.0$

Posizionamento bordo d'ingresso



- Il posizionamento del bordo d'ingresso **condiziona** l'angolo di avvolgimento θ_{avv} delle pale nella vista circonferenziale e il valore dell' $NPSH_i$
- Un'analoga influenza su entrambi i parametri θ_{avv} e $NPSH_i$ è esercitata anche dal numero Z di pale



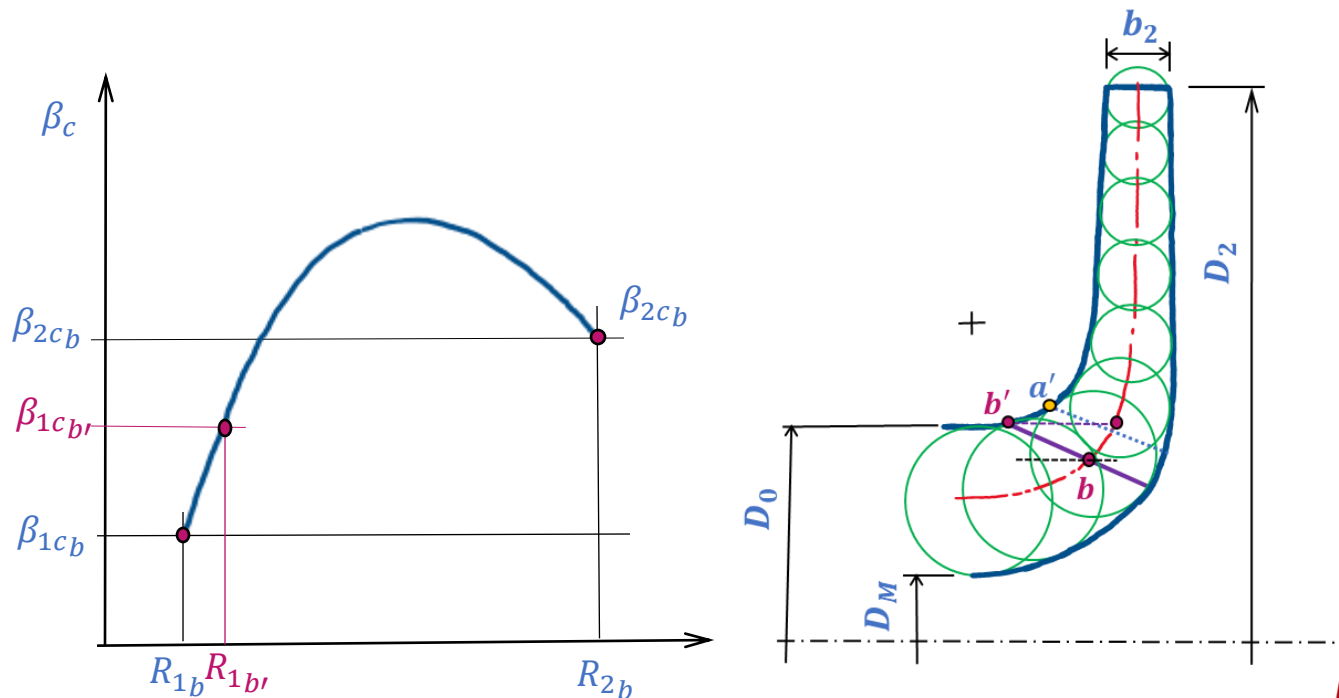
Posizionamento bordo d'ingresso

- Tale andamento viene imposto alle sezioni su **mozzo** e **corona**.
- L'angolo costruttivo $\beta_{1cb'}$ all'ingresso della pala sulla corona è associato ad un raggio diverso $R_{1b'}$ ed è quindi diverso dall'angolo costruttivo sulla linea media β_{1cb}
- Si può dimostrare che, quando la differenza tra i raggi R_{1b} e $R_{1b'}$ è notevole, nel caso della semplice curvatura si va incontro a perdite di incidenza

Aumentano le
perdite per
incidenza



Peggiora **NPSH** e
rendimento



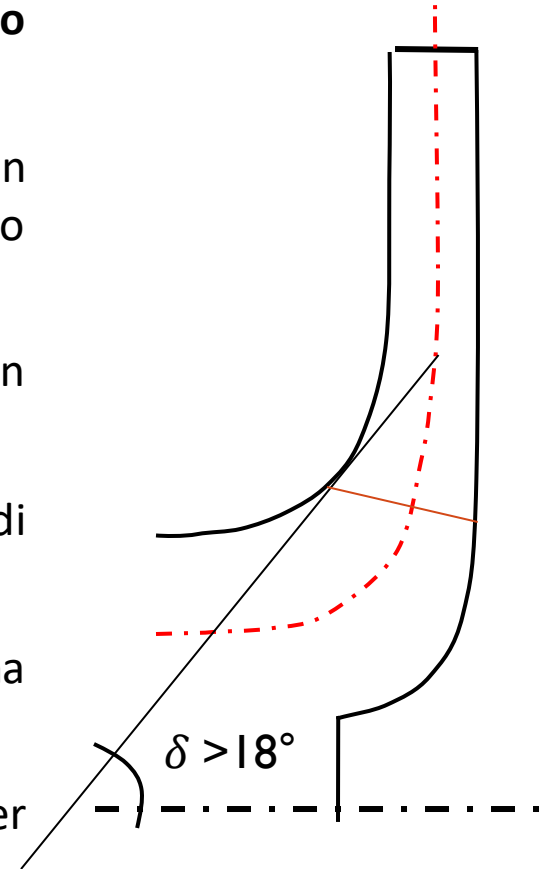
Posizionamento bordo d'ingresso



- Le condizioni di flusso lungo il bordo d'ingresso possono essere ottimizzate solo se si **abbandona** la soluzione con pale a **semplice curvatura**, sagomando cioè in modo appropriato le sezioni palari lato mozzo, linea media e corona
- Ciascuna sezione palare avrà una curvatura diversa dalle altre, e la pala assumerà una geometria a **doppia curvatura**

Posizione bordo di ingresso: considerazioni

- Dovrebbe essere nel tratto in cui la corrente sta **accelerando** per non rischiare distacchi di vena
- Dovrebbe comportare piccoli valori dell'angolo δ in corrispondenza della corona per non avere un peggioramento del comportamento a **cavitazione** e del rendimento
- Dovrebbe essere **ortogonale** alle linee di flusso per non disturbarlo eccessivamente
- Sarebbe meglio se fosse rettilineo per evitare l'insorgere di **angoli di sforno**
- Non dovrebbe essere troppo inclinato per mantenere una progettazione a **semplice curvatura**
- Dovrebbe consentire tubi di flusso di uguale lunghezza per **distribuzione uniforme** del carico

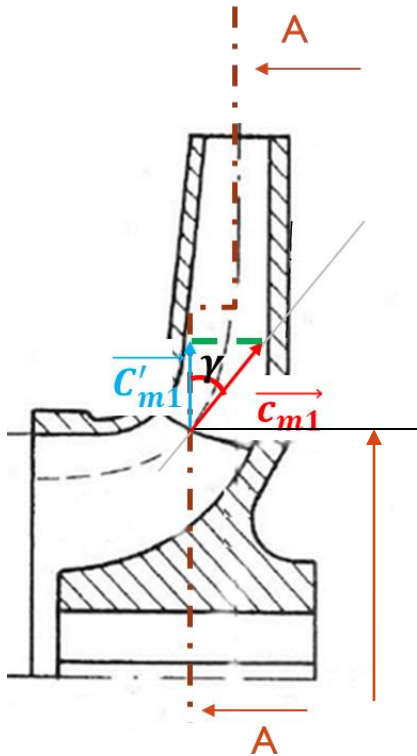


Nella semplice curvatura, si suggerisce di non scendere sotto un valore dell'angolo δ in corrispondenza della corona inferiore a 18°

Dimensionamento della macchina scelta: la girante

Angolo costruttivo del bordo di ingresso e numero e spessore
delle pale

Angolo costruttivo del bordo d'ingresso



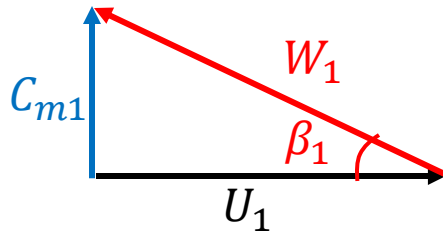
- **Posizionato** il bordo d'ingresso, si determinano immediatamente per via grafica le seguenti grandezze:

- R_1
- B_1
- γ (che servirà per la rappresentazione grafica della sezione nel piano circonferenziale)

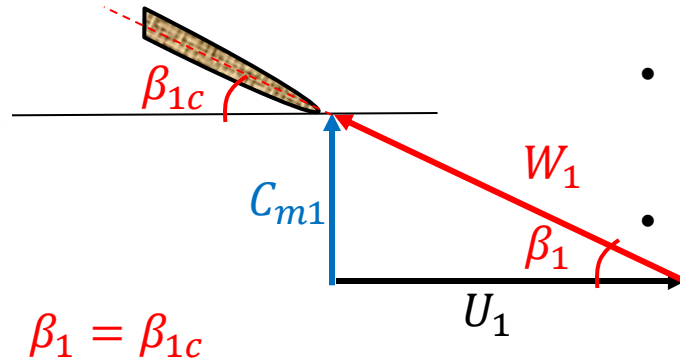
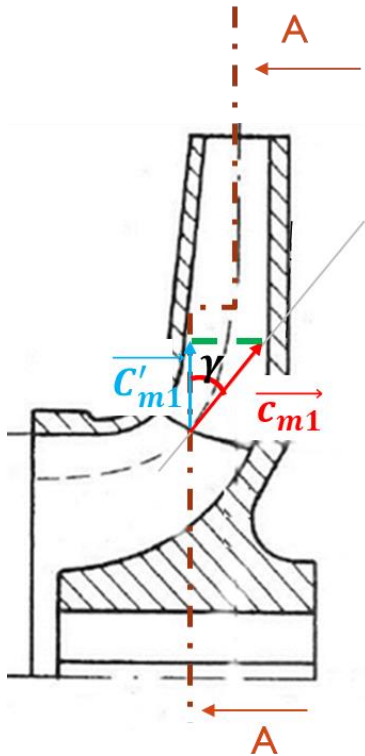
- Note queste grandezze si passa a determinare il triangolo delle velocità all'ingresso della palettatura

- La velocità periferica U_1 è immediatamente determinabile:

$$U_1 = \omega R_1$$



Angolo costruttivo del bordo d'ingresso



- Per determinare C_{m1} si impongono perdite d'incidenza nulle
- Questa condizione equivalente ad imporre:

$$\beta_1 = \beta_{1c}$$

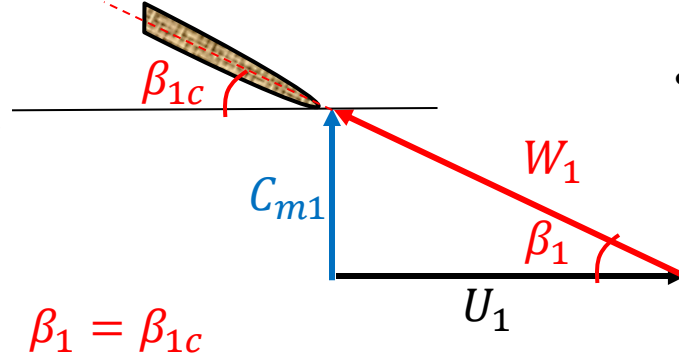
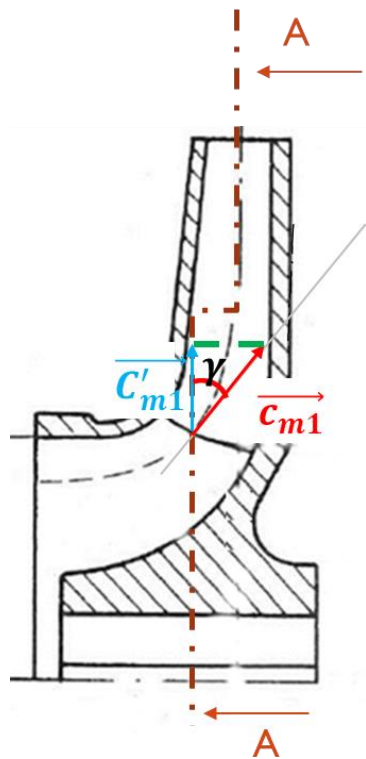
$$C_{m1} = \frac{Q_v}{\pi D_1 B_1 \xi_1 \eta_v}$$

$$\xi_1 = 1 - \frac{Z S_n}{\pi D_1 \sin \beta_{1c}}$$

- Per trovare C_{m1} , occorre però anche stabilire il numero di pale Z e lo spessore normale S_n delle medesime, così da poter considerare l'ostruzione palare

- La scelta del numero Z di pale svolge un ruolo essenziale per la **stabilità della corrente** interpalare, assieme all'angolo di avvolgimento ϑ_{avv} , che però dipende anche dal profilo geometrico delle stesse pale

Numero di pale e spessore della pala



$$C_{m1} = \frac{Q_v}{\pi D_1 B_1 \xi_1 \eta_v}$$

$$\xi_1 = 1 - \frac{Z S_n}{\pi D_1 \sin \beta_{1c}}$$

- Nelle pompe commerciali il numero Z di pale varia solitamente:

$$Z = 6 \div 8$$

- Lo spessore s delle pale può essere in prima approssimazione correlato al diametro esterno D_2 della girante con una relazione empirica del tipo:

$$S_{n, mm} \approx 0.018 D_{2, mm}$$

dove S_n e D_2 devono intendersi in mm

Si pone però un problema di calcolo!



Angolo costruttivo all'ingresso

$$\tan \beta_{1c} = \frac{C_{m1}}{U_1} = \frac{Q_v}{\eta_v \pi D_1 B_1 \xi_1 U_1}$$

- La procedura di calcolo è **iterativa** dal momento che anche il coefficiente di ostruzione ξ_1 dipende da β_{1c} :

$$\xi_1 = 1 - \frac{Z S_n}{\pi D_1 \sin \beta_{1c}}$$

$$\xi_{1i} = 1 \rightarrow \tan \beta_{1c,i} = \frac{Q_v}{\eta_v \pi D_1 B_1 \xi_{1i} U_1} \rightarrow \beta_{1c,i} \rightarrow \xi_{1,i+1} = 1 - \frac{Z S_n}{\pi D_1 \sin \beta_{1c,i}} \rightarrow \tan \beta_{1c,i+1}$$

$$\beta_{1c,i+1}$$

Si può ripetere la procedura con diversi numeri di pale:

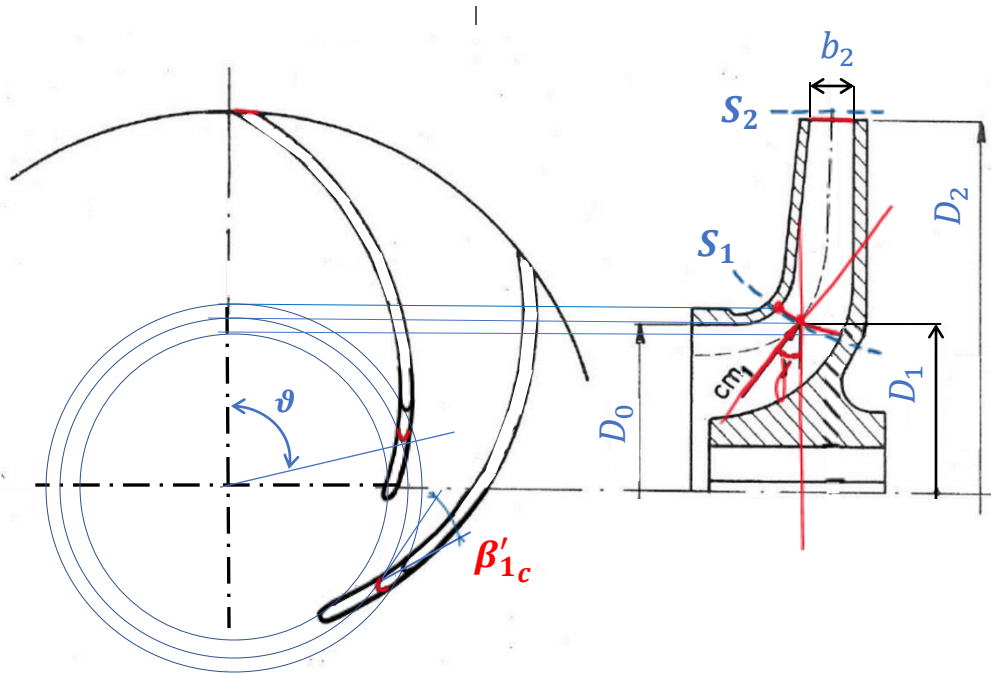
$$Z = 6 \div 8$$

$$\beta_{1c,i} = \beta_{1c,i+1} \leftarrow \text{NO} \quad \left| \beta_{1c,i+1} - \beta_{1c,i} \right| < 0.01$$

SI' ↓

$$\beta_{1c}$$

Angolo costruttivo all'ingresso



Nella rappresentazione GRAFICA della pala sul piano circonferenziale si ricorda la necessità di considerare la proiezione dell'angolo costruttivo sul piano circonferenziale:

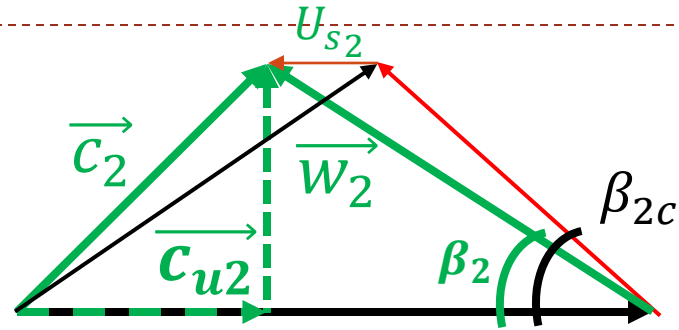
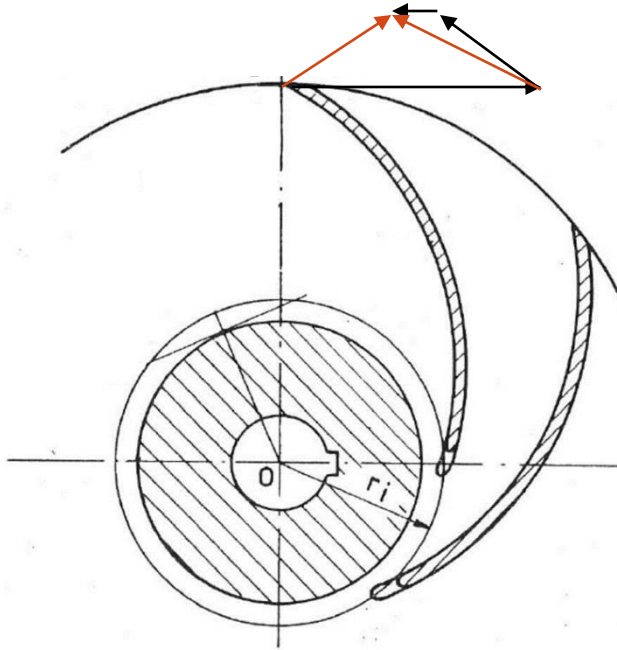
$$\tan \beta'_{1c} = \tan \beta_{1c} \cos \gamma$$

dove β_{1c} è l'angolo costruttivo sulla superficie di corrente, β'_{1c} l'angolo corrispondente su un piano ortogonale all'asse

Dimensionamento della macchina scelta: la girante

Angolo costruttivo all'uscita

Angolo costruttivo all'uscita



- L'angolo costruttivo β_{2c} del bordo d'uscita delle pale è legato al lavoro gh_t eseguito dalla girante sull'unità di massa di fluido

$$gh_t = U_2 C_{u2} = U_2 \left(U_2 - C_{m2} \cot \beta_{2c} - U_2 \frac{U_{s2}}{U_2} \right)$$

- Riscritta in forma adimensionale, diventa:

$$\psi_t = \frac{gh_t}{U_2^2} = 1 - \frac{C_{m2}}{U_2} \cot \beta_{2c} - \frac{U_{s2}}{U_2} = 1 - \frac{Q_v}{\eta_v \pi D_2 B_2 \xi_2} \frac{1}{U_2} \cot \beta_{2c} - \frac{U_{s2}}{U_2}$$

$$\longrightarrow \psi_t = \frac{\psi}{\eta_{id}} = 1 - \frac{\varphi}{\eta_v \xi_2} \cot \beta_{2c} - \frac{U_{s2}}{U_2}$$

Angolo costruttivo all'uscita

$$\psi_t = \frac{\psi}{\eta_{id}} = 1 - \frac{\varphi}{\eta_v \xi_2} \cot \beta_{2c} - \frac{U_{s2}}{U_2}$$

$$\xi_2 = 1 - \frac{Z S_n}{\pi D_2 \sin \beta_{2c}}$$

- In questa fase del processo di progettazione sono noti i valori di:

- φ , ψ e η_{id} , stimati in base all'esperienza in funzione del numero tipico di macchina K ,
- il numero di pale Z
- D_2, U_2, ω

$$\frac{U_{s2}}{U_2} = f\left(\frac{\beta_{2c}}{Z}\right)$$

- Anche in questo caso la procedura è iterativa dipendendo dall'angolo β_{2c} non solo il coefficiente di ostruzione ξ_2 ma anche lo scorrimento U_{s2}/U_2

Angolo costruttivo all'uscita

$$\xi_{2,i} = 1, \frac{U_{s2,i}}{U_2} = 0$$

$$\psi_t = \frac{\psi}{\eta_{id}}$$

$$\beta_{2c,i} = \text{atan} \left[\frac{\varphi}{\eta_v \xi_{2,i} \left(1 - \frac{U_{s2,i}}{U_2} - \psi_t \right)} \right]$$

$$[\psi_t = 1 - \frac{\varphi}{\eta_v \xi_{2,i}} \cot \beta_{2c,i} - \frac{U_{s2,i}}{U_2}]$$

$$\frac{U_{s2,i+1}}{U_2} = f \left(\frac{\beta_{2c,i}}{Z} \right)$$

$$\xi_{2,i+1} = 1 - \frac{Z S_n}{\pi D_2 \sin \beta_{2c,i}}$$

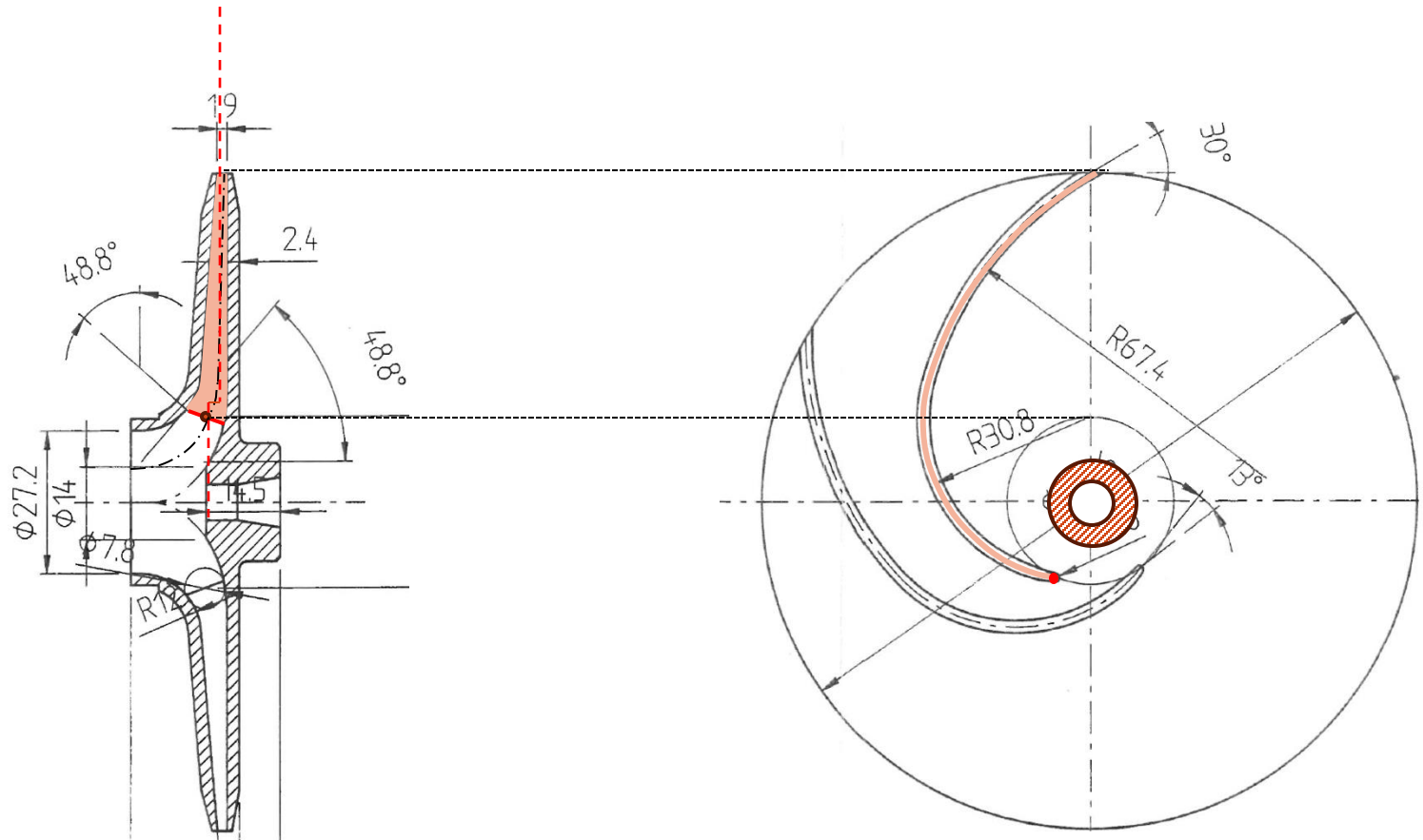
$$\beta_{2c,i+1} = \text{atan} \left[\frac{\varphi}{\eta_v \xi_{2,i+1} \left(1 - \frac{U_{s2,i+1}}{U_2} - \psi_t \right)} \right]$$

$$\beta_{2c,i} = \beta_{2c,i+1} \quad \text{NO} \quad | \beta_{2c,i+1} - \beta_{2c,i} | < 0.01 \quad ? \quad \text{SI'} \quad \boxed{\beta_{2c}}$$

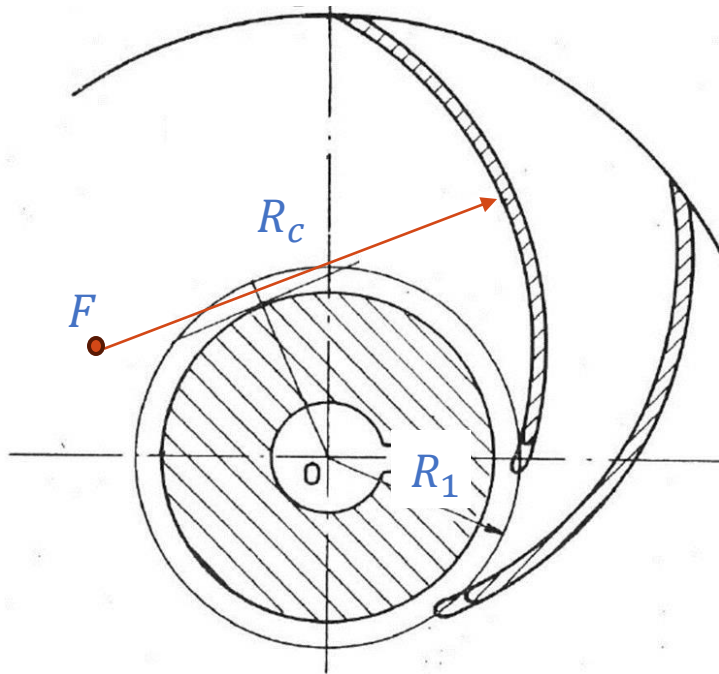
Dimensionamento della macchina scelta: la girante

Disegno della pala nella vista circonferenziale

Disegno della pala sulla vista circonferenziale



Disegno della pala sulla vista circonferenziale



- Per le pale a semplice curvatura è largamente impiegata in ambito industriale la soluzione a **uno o più archi di cerchio**
- Calcolati gli angoli β'_{1c} e β_{2c} della palettatura in corrispondenza dei raggi R_1 e R_2 , il raggio di curvatura R_c può essere calcolato con la relazione seguente:

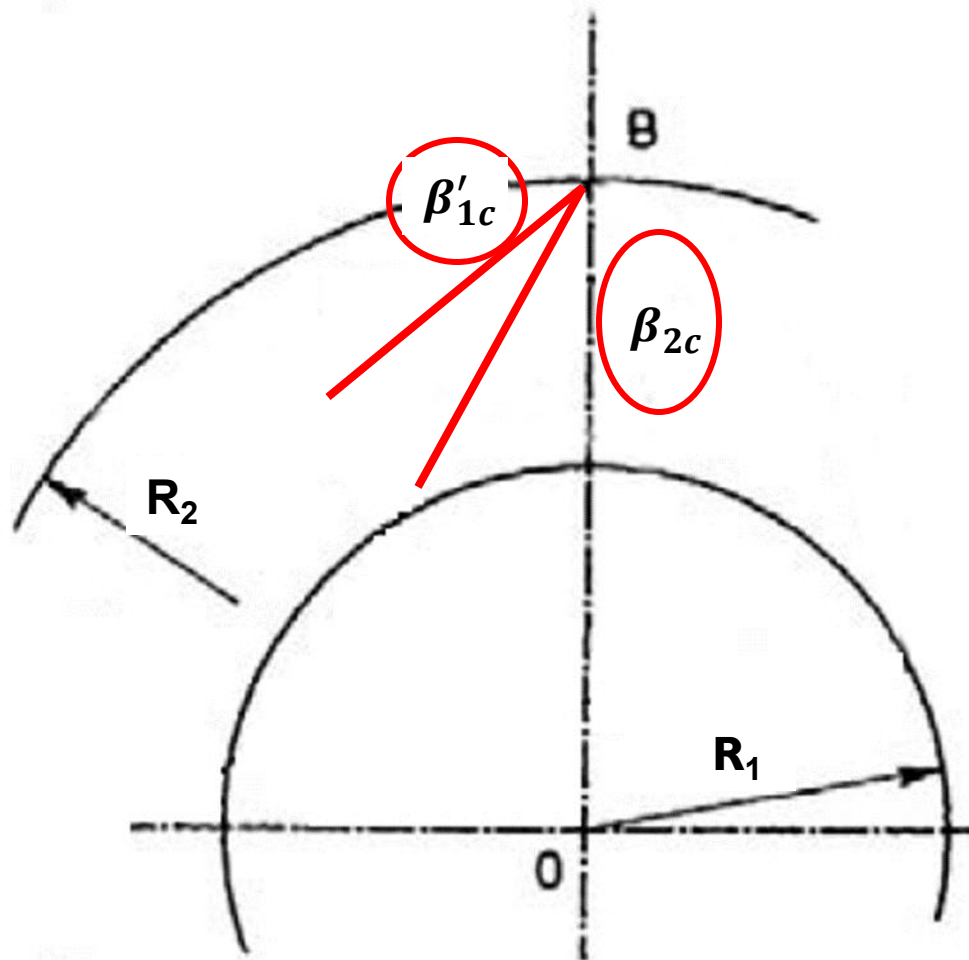
$$R_c = \frac{R_1 \left(\frac{R_2^2}{R_1^2} - 1 \right)}{2 \left(\frac{R_2}{R_1} \cos \beta_{2c} - \cos \beta'_{1c} \right)}$$

... mentre le coordinate del centro di curvatura F sono le seguenti:

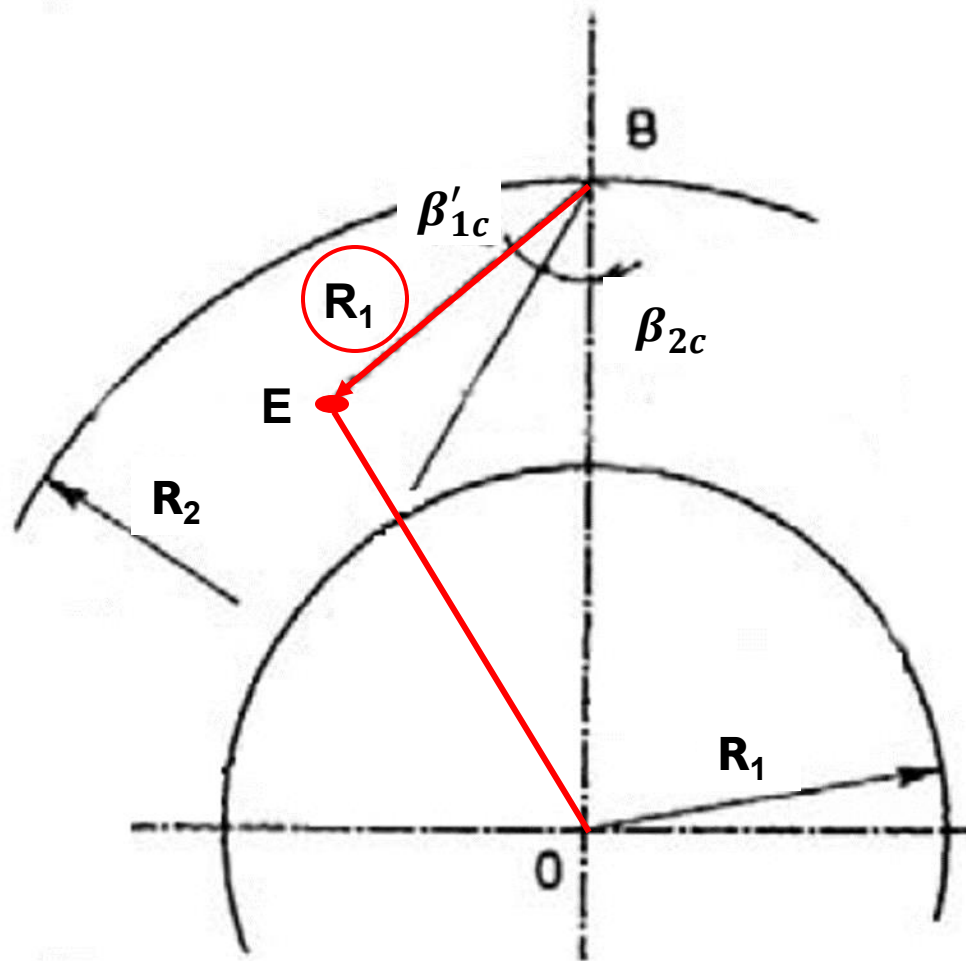
$$x_F = -R_c \sin \beta_{2c} \quad y_F = R_2 - R_c \cos \beta_{2c}$$

Il profilo ad arco di cerchio può essere anche ottenuto tramite **costruzione grafica**

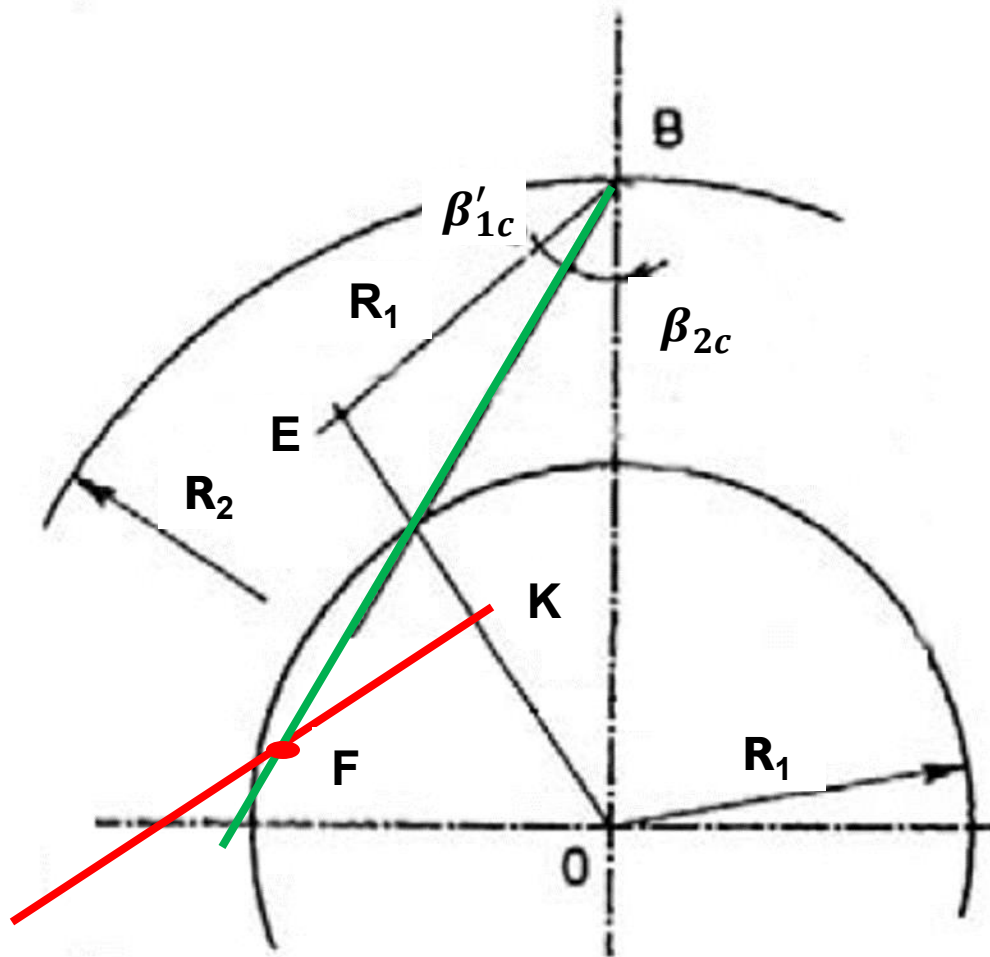
Costruzione grafica della pala ad arco di cerchio (1)



Costruzione grafica della pala ad arco di cerchio (2)

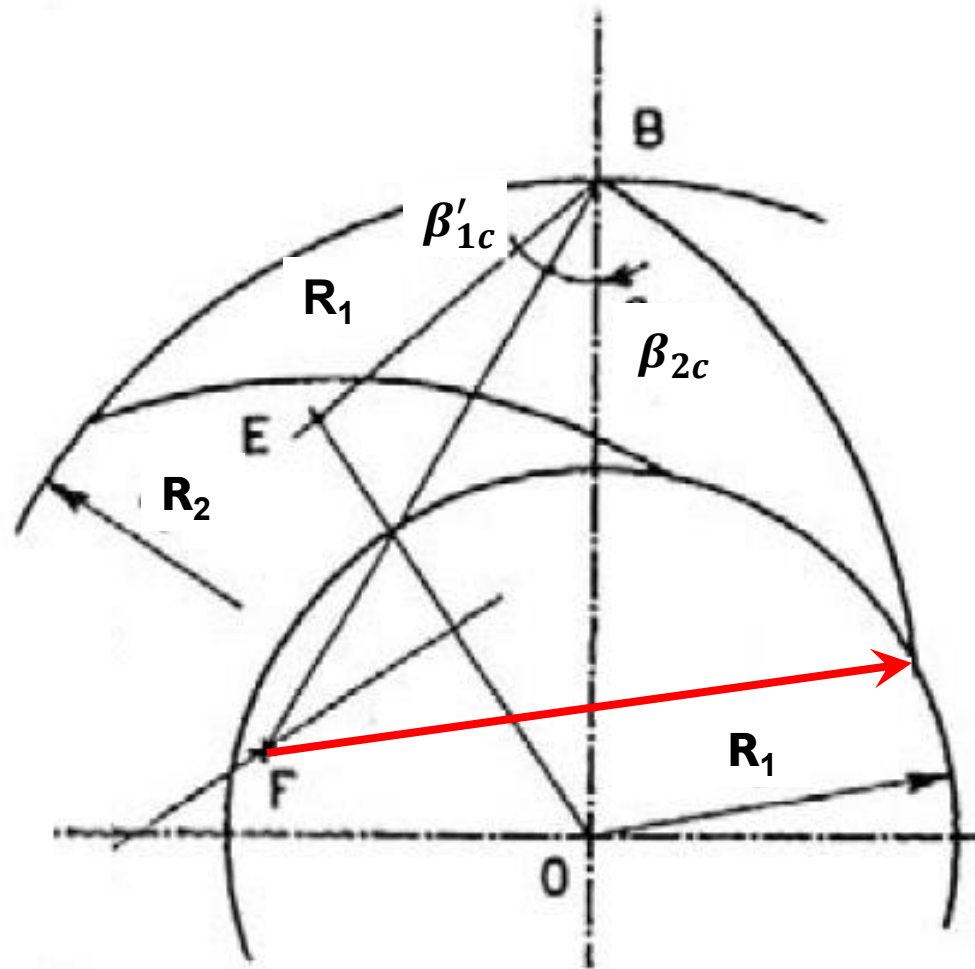


Costruzione grafica della pala ad arco di cerchio (3)

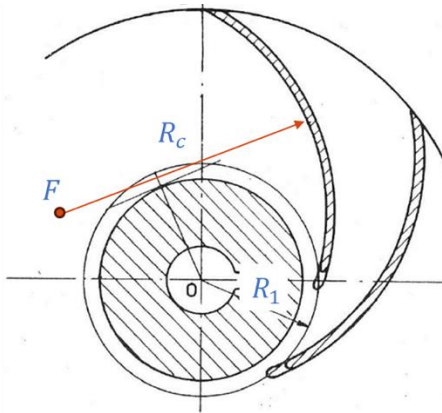


$$\frac{\overline{EO}}{2} = \overline{EK} = \overline{KO}$$

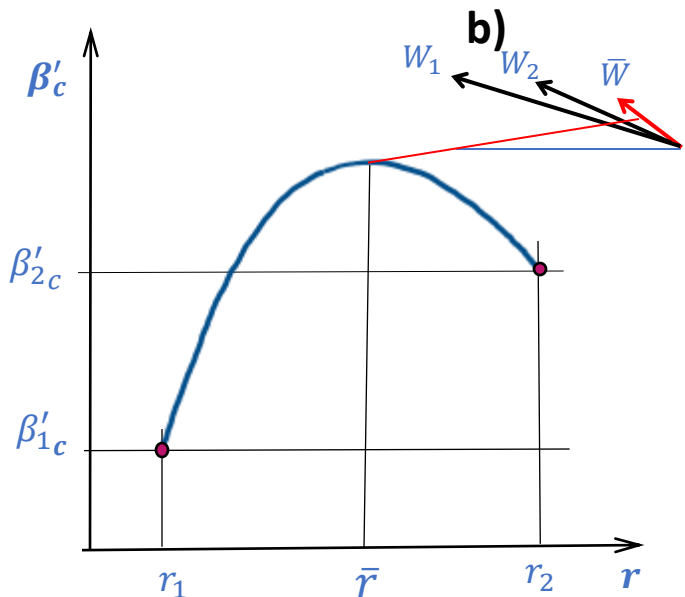
Costruzione grafica della pala ad arco di cerchio (4)



Disegno della pala sulla vista circonferenziale

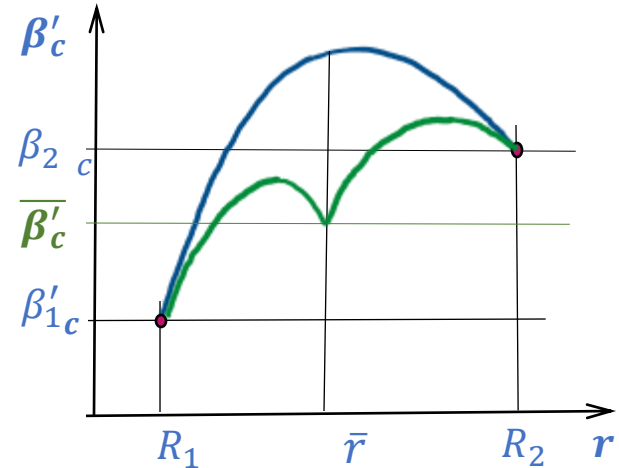
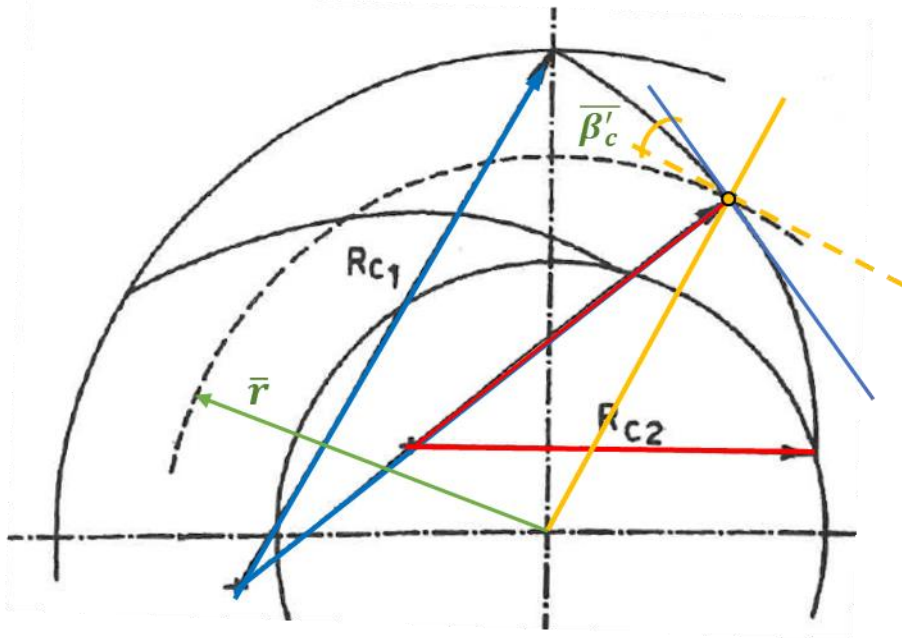


- L'andamento dell'angolo costruttivo β'_c lungo lo sviluppo radiale della pala è mostrato in Fig. b



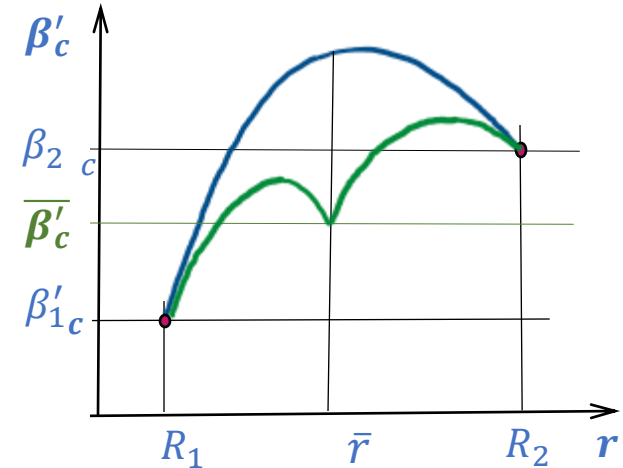
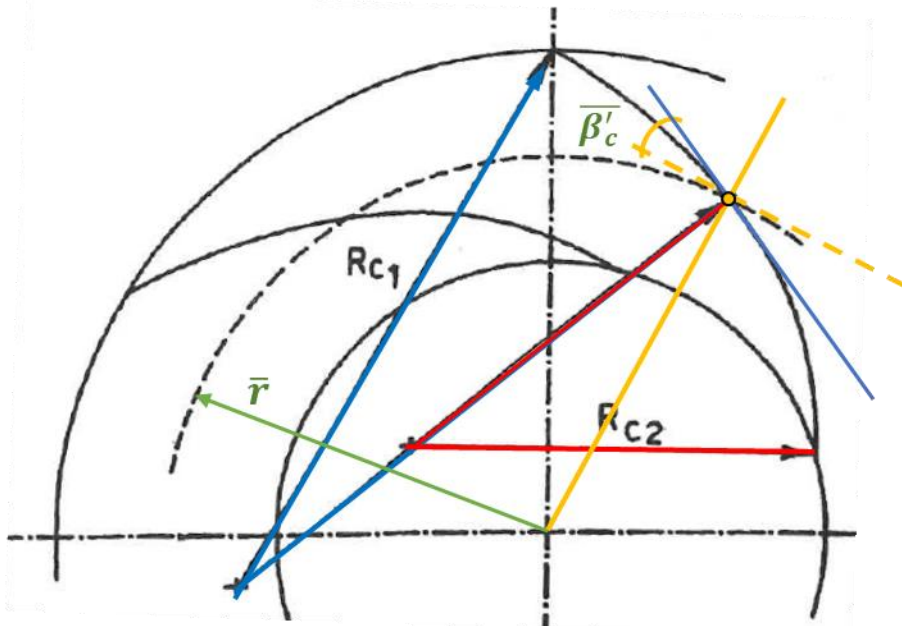
- L'angolo β'_c assume valori ben superiori a β'_{2c} nella parte centrale dell'intervallo tra R_1 e R_2 costringendo la velocità relativa $\bar{W}$ a decelerare più del dovuto con potenziali rischi di separazione della corrente dalla superficie delle pale

Disegno della pala sulla vista circonferenziale



- L'inconveniente precedente può essere attenuato adottando una geometria ad archi multipli di cerchio, solitamente non superiore a 3 archi di cerchio
- Con l'aumentare del numero degli archi di cerchio **si attenua il deceleramento** della corrente relativa all'interno dei condotti interpallari causato dal concomitante aumento dell'angolo costruttivo β'_c , e in più **si aumenta**, sempre per l'attenuazione dell'angolo β'_c , l'angolo di avvolgimento ϑ delle pale

Disegno della pala sulla vista circonferenziale



- I due raggi di curvatura R_{c1} e R_{c2} si ottengono con formule simili a quella utilizzata per il singolo arco di cerchio:

$$R_{c1} = \frac{\bar{r} \left(\frac{R_2^2}{\bar{r}^2} - 1 \right)}{2 \left(\frac{R_2}{\bar{r}} \cos \beta'_{2c} - \cos \bar{\beta}'_c \right)}$$

$$R_{c2} = \frac{r_1 \left(\frac{\bar{r}^2}{R_1^2} - 1 \right)}{2 \left(\frac{\bar{r}}{R_1} \cos \bar{\beta}'_c - \cos \beta'_{1c} \right)}$$

Il raggio $\bar{r}$ e l'angolo $\bar{\beta}'_c$ sono scelte progettuali

La macchina da progettare

Si vuole dimensionare una macchina caratterizzata da

- $Q_v = 44 \frac{l}{s}$
- $H = 40 m$
- Acqua
- Tipo di motore: motore elettrico

Le fasi del progetto

- Studio di fattibilità → Scelta del regime di rotazione → Ingombro della macchina → 1450 giri/min
- Dimensionamento della macchina scelta → Girante e Voluta → Girante: ok! → Voluta?



Domande, Curiosità, Dubbi, Perplessità?

