



UNIVERSITÀ
DEGLI STUDI
DI PADOVA



Dipartimento
di Ingegneria Industriale

Il numero tipico di macchina

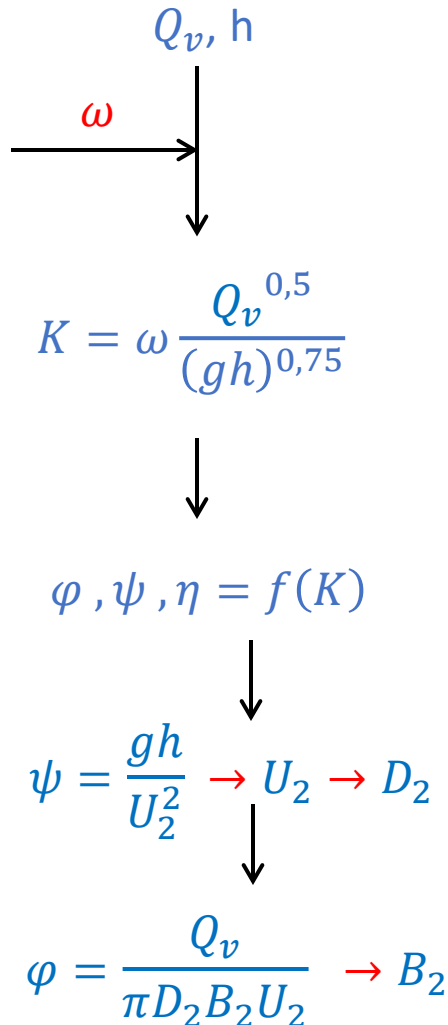
Corso di Macchine 1

Agenda

- ▶ Il numero tipico di macchina
- ▶ Il numero tipico di macchina e le perdite
- ▶ Esercizi sul numero tipico di macchina K
- ▶ La scelta del regime di rotazione
- ▶ Esercizi sulla scelta della velocità di rotazione
- ▶ Approcci alternativi al numero tipico di macchina –
Note Integrative



Scelta del regime di rotazione



- Ci sono anche aspetti di costo: negli impieghi comuni il numero di poli può raggiungere al più valori di $6 \div 8$. Con il numero di poli infatti cresce il **costo** del motore elettrico ed un numero maggiore di poli rende poco conveniente la soluzione sotto l'aspetto economico
- Per tutte queste ragioni la definizione del numero di giri n non è immediata e spesso, prima della scelta definitiva, è necessario eseguire un vero e proprio **studio di fattibilità**

consiste nel **confrontare** tra di loro i principali parametri geometrici ($D, B, \dots$) e funzionali ($U_2, NPSH, \eta, \dots$) che si ottengono al variare della velocità angolare ω



Esercizio sulla scelta della velocità di rotazione – Studio di Fattibilità

Esercizio

DATI: $Q_v = 0.10 \text{ m}^3/\text{s}$ $h = 180 \text{ m}$

- L'elevato valore della prevalenza h richiede elevati valori del numero di pressione ψ per contenere la velocità periferica U_2 a valori ammissibili:

$$U_2 = \sqrt{\frac{gh}{\psi}}$$

e dunque piccoli valori del numero tipico K piccolo

$$n = 2910 \text{ giri/min}$$

(motori elettrici asincroni con 2 poli, scorrimento 3%)

$$K = \frac{\pi n}{30} \frac{Q_v^{0.5}}{(gh)^{0.75}} = 0.3538 \rightarrow \psi = 0.521 \quad \varphi = 0.095 \rightarrow U_2 = \sqrt{\frac{gh}{\psi}} = 58.2 \text{ m/s} \rightarrow \text{girante in acciaio}$$

$$D_2 = \frac{60 U_2}{\pi n} = 382 \text{ mm} \quad B_2 = \frac{Q_v}{\pi D_2 \varphi U_2} = 15 \text{ mm} \rightarrow B_2/D_2 = 0.0394$$

$$NPSH_R \approx 1.107 \cdot 10^{-3} Q_v^{2/3} n^{4/3} \approx 10 \text{ m} \rightarrow Z_i = \frac{p_B - p_v}{\rho g} - h_{ri} - NPSH_R \approx 10 - 1 - 10 = -1 \text{ m}$$



Esercizio

$$Q_v = 0.10 \text{ m}^3/\text{s} \quad h = 180 \text{ m} \quad NPSH_R \approx 1.107 \cdot 10^{-3} Q_v^{2/3} n^{4/3}$$

- Per abbassare la $NPSH_R$ si prova a ridurre il numero di giri n , assumendo $n = 1450 \text{ giri/min}$

$$n = 1450 \text{ giri/min}$$

- Si ottiene $NPSH_R = 3.9 \text{ m}$ e:

$$K = 0.176 \rightarrow \psi \approx 0.557 \quad \varphi \approx 0.066$$

$$U_2 = 56.29 \text{ m/s} \quad D_2 = 741 \text{ mm} \quad B_2 = 11.5 \text{ mm} \rightarrow B_2/D_2 = 0.016$$

⇒ Per non avere rendimenti η troppo bassi (< 0.3) è opportuno che $B_2/D_2 > 0.02$ e, in genere questa condizione richiede $K > 0.2$

E' possibile ridurre l' $NPSH_R$ senza pregiudicare il rendimento η ?



Esercizio

E' possibile ridurre l' $NPSH_R$ senza pregiudicare il rendimento η ?

$$Q_v = 0.10 \text{ m}^3/\text{s} \quad h = 180 \text{ m} \quad NPSH_R \approx 1.107 \cdot 10^{-3} Q_v^{2/3} n^{4/3} \quad K = \omega \frac{Q_v^{0,5}}{(gh)^{0,75}}$$

⇒ Bisogna ridurre il numero di giri n senza ridurre K , e per far ciò bisogna ridurre la prevalenza h suddividendola su più stadi di compressione disposti in serie ⇒ Soluzione pluristadio



Esercizio

E' possibile ridurre l' $NPSH_R$ senza pregiudicare il rendimento η ?

$$Q_v = 0.10 \text{ m}^3/\text{s} \quad h = 180 \text{ m} \quad NPSH_R \approx 1.107 \cdot 10^{-3} Q_v^{2/3} n^{4/3} \quad K = \omega \frac{Q_v^{0,5}}{(gh)^{0,75}}$$

⇒ Bisogna ridurre il numero di giri n senza ridurre K , e per far ciò bisogna ridurre la prevalenza h suddividendola su più stadi di compressione disposti in serie ⇒ Soluzione pluristadio

- Non è però la soluzione pluristadio in sé una **condizione sufficiente** per ridurre l' $NPSH$ della pompa, come ben testimonia la relazione:

$$NPSH_R \approx 1.107 \cdot 10^{-3} Q_v^{2/3} n^{4/3}$$

dove non figura il valore della prevalenza h

... ma è una **condizione necessaria** per ridurre il numero di giri n senza alterare apprezzabilmente il numero tipico di macchina K :

$$K = \omega \frac{Q_v^{0,5}}{(gh)^{0,75}}$$



Esercizio

$$Q_v = 0.10 \text{ m}^3/\text{s} \quad h = 180 \text{ m}$$

- Ad esempio, assumendo $n = 1450 \text{ giri/min}$ e per la pompa a 3 stadi, risulta:

$$h_{\text{stadio}} = \frac{h}{3} = 60 \text{ m} \quad \Rightarrow \quad K_{\text{stadio}} = \frac{\pi \cdot 1450}{30} \frac{\sqrt{0.10}}{(9.806 \cdot 60)^{0.75}} = 0.4$$

valore poco diverso da quello ottenuto con i dati di progetto $Q_v = 0.10 \text{ m}^3/\text{s}$ e $h = 180 \text{ m}$ ed $n = 2910 \text{ giri/min}$, pari a $K = 0.3538$

- Si ottiene per gli altri parametri geometrici e funzionali della soluzione pluristadio:

$$\psi \approx 0.511 \quad \varphi \approx 0.105 \quad U_2 = 33.9 \text{ m/s} \quad (\text{girante in ghisa})$$

$$D_2 = 447 \text{ mm} \quad B_2 = 20 \text{ mm} \quad \rightarrow \quad B_2/D_2 = 0.0447 > 0.02$$

$$NPSH_R \approx 1.107 \cdot 10^{-3} Q_v^{2/3} n^{4/3} = 4 \text{ m}$$

$$\Rightarrow \text{Si è dimezzata l' } NPSH_R \rightarrow Z_i = (p_B - p_v)/(\rho g) - h_{ri} - NPSH_R \approx 10 - 1 - 4 = 5 \text{ m}$$



Approcci alternativi a K

Note integrative

Approcci alternativi: velocità specifica

- Il numero tipico di macchina K trova largo impiego soprattutto nel campo delle turbopompe poiché le principali variabili di progetto sono proprio Q_v , h e ω
- E' ancora in uso nella pratica tecnica il *numero caratteristico di giri* n_{sq} così definito:

$$n_{sq} = n \frac{Q_v^{0,5}}{h^{0,75}} = 52,9 K$$

- Il nuovo parametro è *dimensionale* e, nel gergo tecnico, distingue le macchine in lente, medie o veloci a seconda del suo valore
 - Per le turbine idrauliche la potenza $P = \rho Q_v g h \eta$ è preferita a livello industriale rispetto alla portata Q_v
- ⇒ per la scelta del tipo di turbina (Pelton, Francis, Elica o Kaplan) si preferisce sovente nella pratica tecnica far affidamento, in luogo di K , alla *velocità specifica* n_s così definita:

$$n_s = \frac{n}{h} \sqrt{\frac{P}{\sqrt{h}}} = n \sqrt{\frac{P}{h^{5/4}}}$$

dove P è espressa in CV, n in giri/min e H in m



Approcci alternativi: velocità specifica

$$n_s = \frac{n}{h} \sqrt{\frac{P}{\sqrt{h}}} = n \sqrt{\frac{P}{h^{5/4}}}$$

- Questo **approccio** non disattende la procedura fin qui adottata basata sull'analisi dimensionale; più semplicemente sono stati **riadattati** i **gruppi adimensionali** precedenti per eliminare la portata Q_v e far posto alla potenza P :

$$K = \pi \frac{n}{30} \frac{\sqrt{Q_v}}{(gh)^{3/4}} = \frac{\pi}{30} n \frac{\sqrt{\frac{P}{\rho g h \eta}}}{(gh)^{3/4}} = \frac{\pi}{30} \frac{1}{g^{3/4} \sqrt{\rho g \eta}} n \sqrt{\frac{735,5 P_{CV}}{h^{5/4}}} = A n \sqrt{\frac{P_{CV}}{h^{5/4}}} = A n_s$$

- Assunto per η un valore medio pari a **0,85** si ottiene il seguente legame tra n_s e K :

$$K = A n_s \approx 0.00561 n_s \quad \Rightarrow \quad n_s = \frac{1}{A} K \approx 178 K$$

⇒ Possibilità di **integrare** efficacemente **anche dati** basate su parametri che riassumono esperienze diverse, ma tutte di analoga rilevanza

- A differenza del numero tipico K , la velocità caratteristica n_s **non** è **adimensionale**



Approcci alternativi: diametro specifico

- Non di rado nelle applicazioni sono prescritti vincoli sull'**ingombro** della macchina, riconducibili indirettamente al diametro esterno D della girante.
- Torna utile in questi casi **aggiungere** ai parametri di esercizio Q_v e h il **diametro** esterno D della girante per ottenere un nuovo parametro adimensionale, denominato **diametro specifico** D_s , così definito:

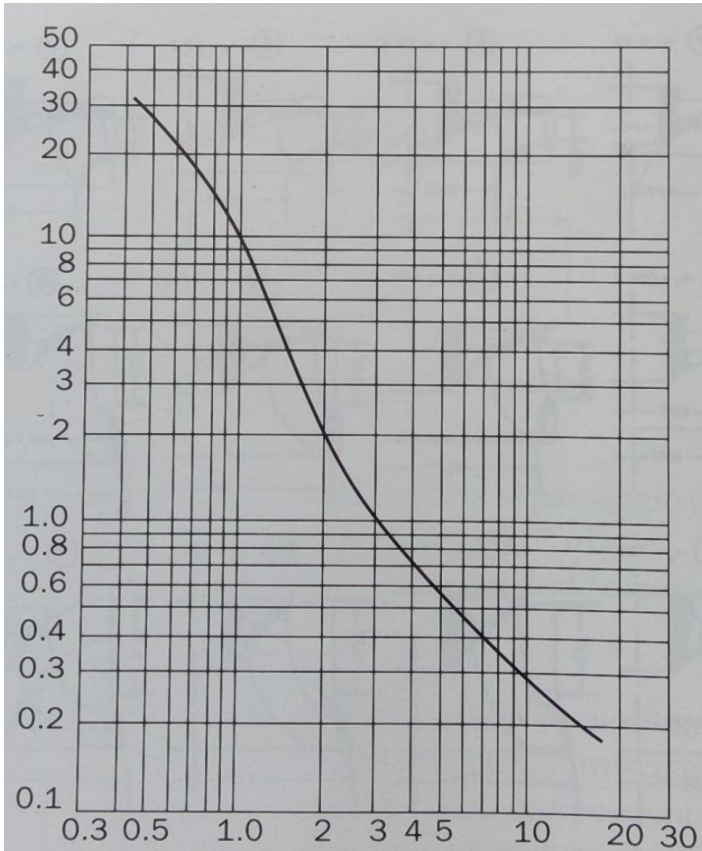
$$D_s = \frac{\psi_D^{1/4}}{\phi_D^{1/2}} = \frac{\left(\frac{gh}{\omega^2 D^2}\right)^{1/4}}{\left(\frac{Q_v}{\omega D^3}\right)^{1/2}} = D \frac{(gh)^{1/4}}{\sqrt{Q_v}}$$

- Anche in questo caso, come fatto per K , si può riassumere il comportamento della macchina attraverso il valore particolare di D_s ottenuto per le condizioni di esercizio Q_v e h di massimo rendimento η
- Rimane però **escluso** dalla definizione di D_s il **numero di giri** n , variabile di esercizio indipendente, al pari della portata Q_v , della macchina
- E' però evidente, dalla definizione di D_s e dal modo con cui se ne individua il valore ottimale (**massimo** rendimento η) oltre che dal coinvolgimento di ϕ_D e ψ_D , una **stretta correlazione** con il numero tipico di macchina K

Approcci alternativi: diametro specifico

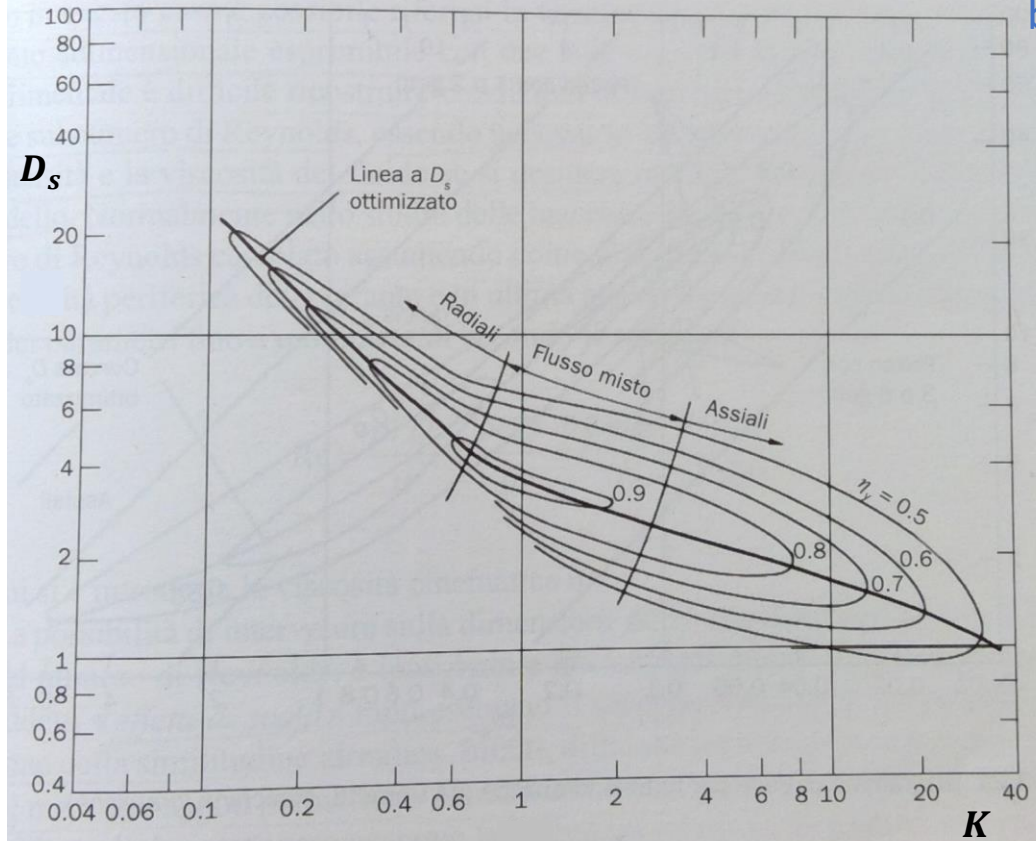
a)

K

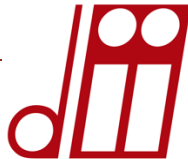


D_s

b)



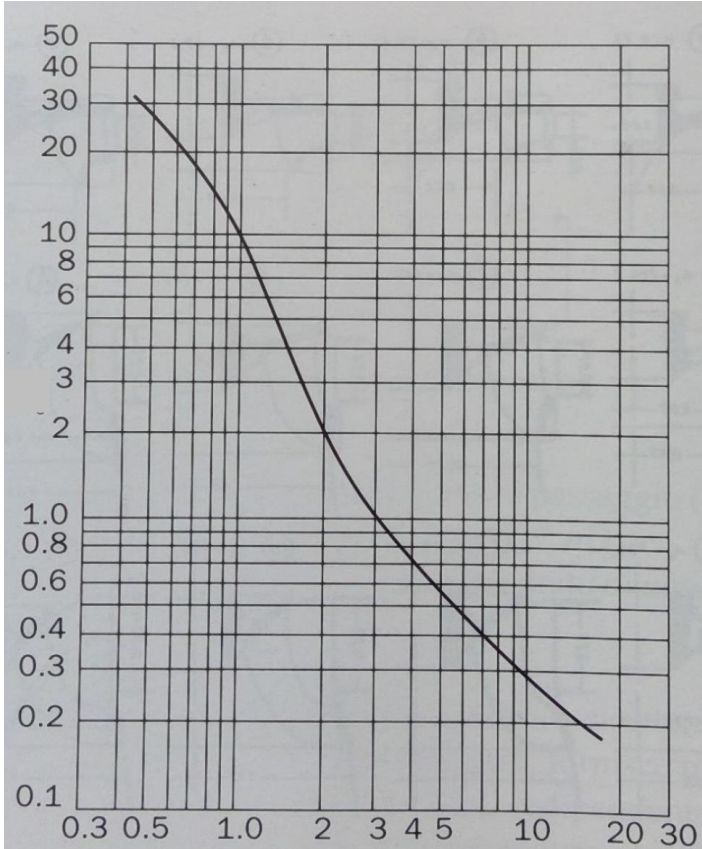
- La **correlazione** tra D_s e K proposta da **Cordier** (1955) per le **turbopompe**, e riassunta graficamente in **Fig. a**, è stata successivamente estesa da **Baljè** (1981) a condizioni di esercizio diverse da quella ottimale (**Fig. b**)



Approcci alternativi: diametro specifico

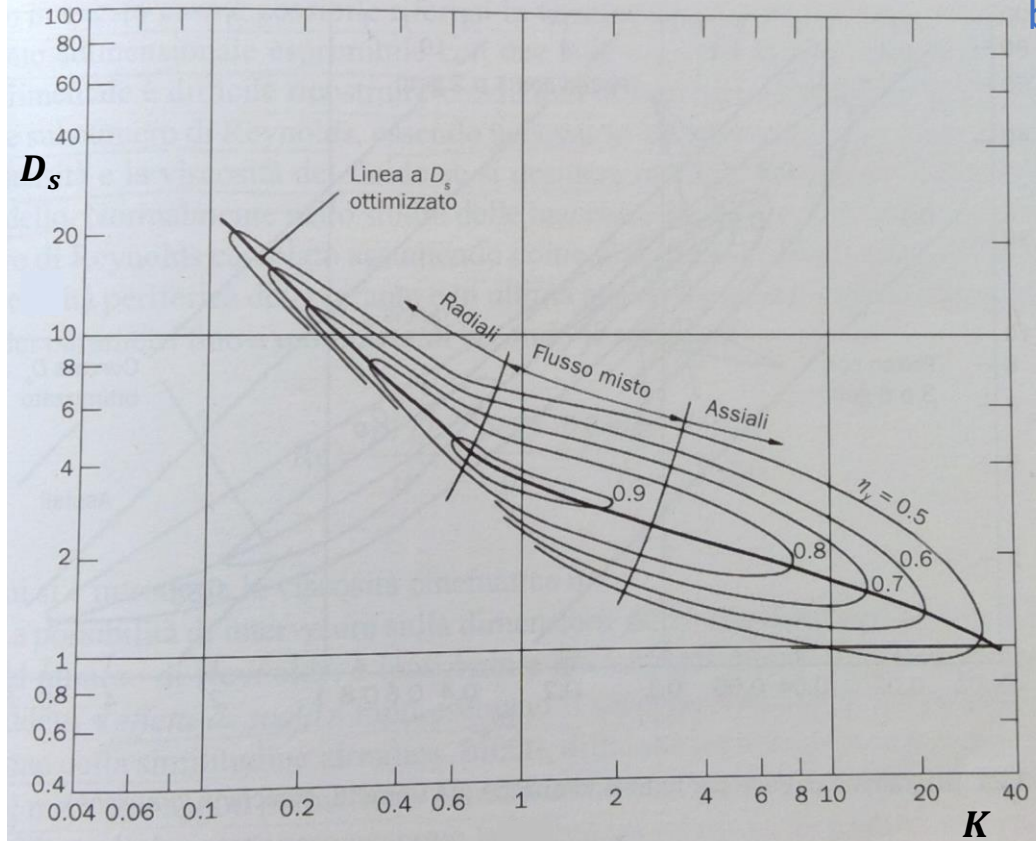
a)

K

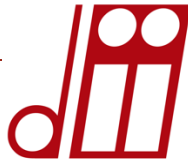


D_s

b)



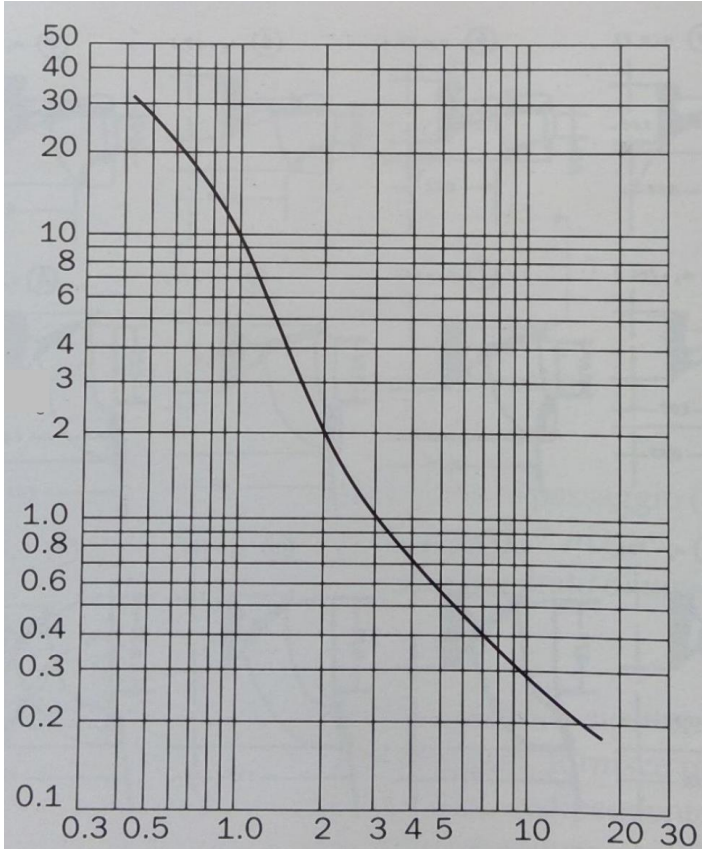
- Noto il valore del numero tipico di macchina K , il grafico di Fig. a fornisce il valore ottimo del diametro specifico D_s , dal quale dedurre poi il diametro D da assegnare alla girante per massimizzare il rendimento η della turbopompa



Approcci alternativi: diametro specifico

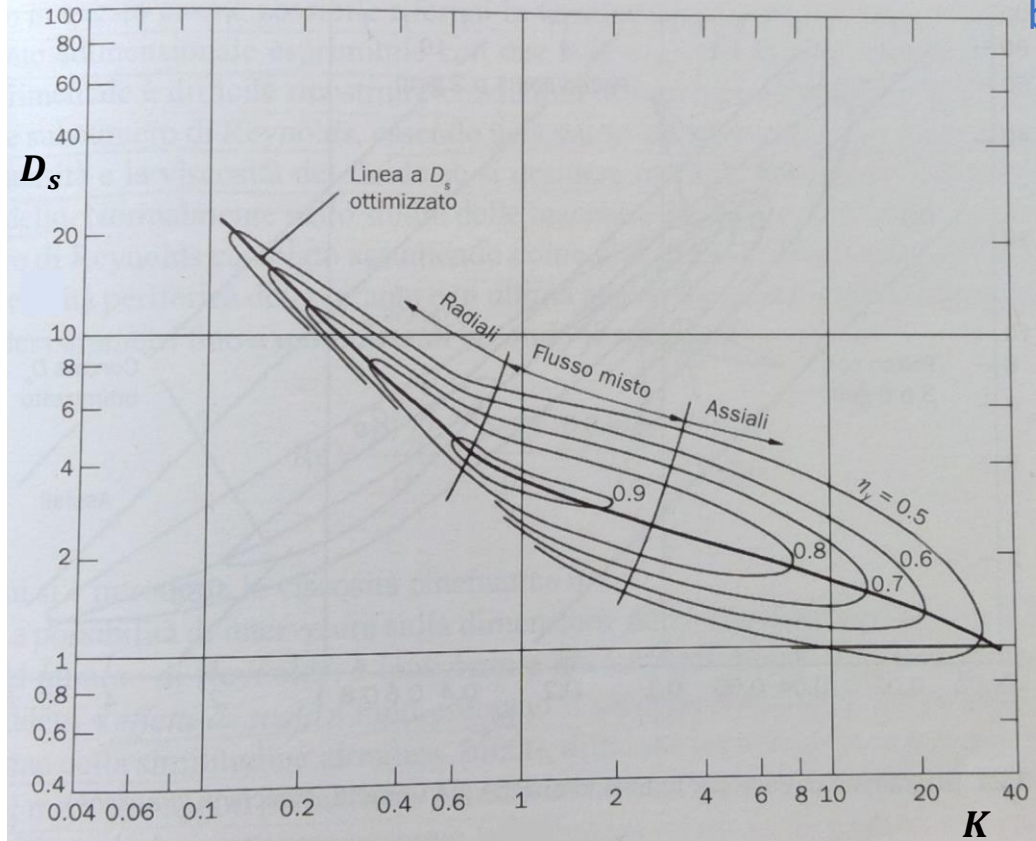
a)

K

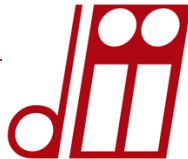


D_s

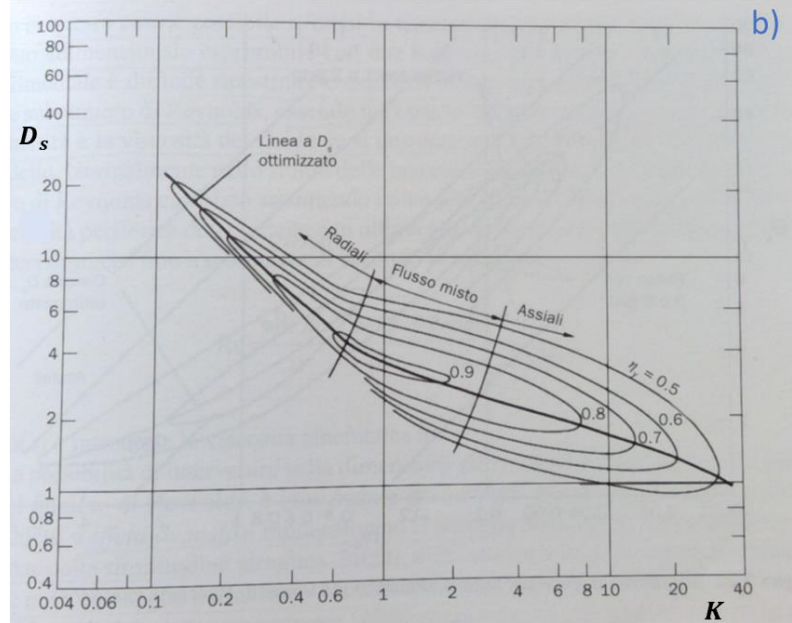
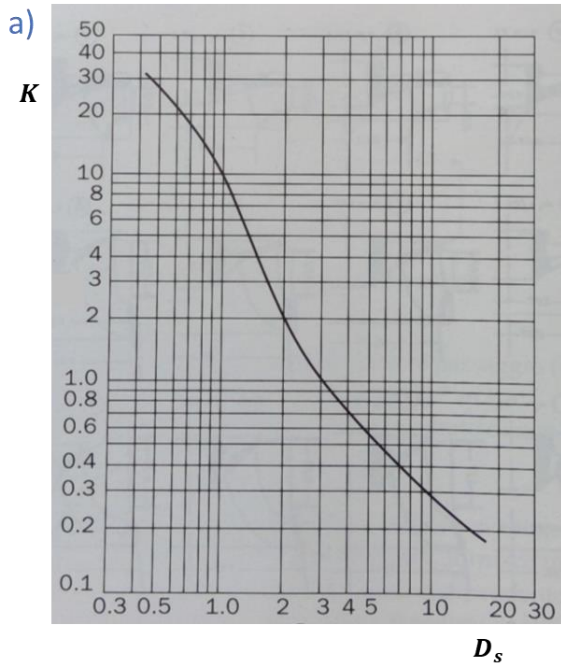
b)



- Il grafico di Fig. b evidenzia il decadimento del rendimento η quando ci si discosta dal legame ottimale tra K e D_s , ovvero quando si adotta un diametro D della girante diverso da quello ottimale



Approcci alternativi: diametro specifico



$$\begin{aligned}
 & \begin{array}{c} Q_v, h \\ \omega \end{array} \downarrow \\
 & K = \omega \frac{Q_v^{0.5}}{(gh)^{0.75}} \\
 & \downarrow \\
 & \varphi, \psi = f(K) \rightarrow U \rightarrow D \rightarrow B \\
 & \downarrow \\
 & D_s = \frac{2}{K \sqrt{\psi}} \\
 & \rightarrow D' = D_s \frac{\sqrt{Q_v}}{(gh)^{1/4}} \\
 & \rightarrow B'
 \end{aligned}$$

.....
.....

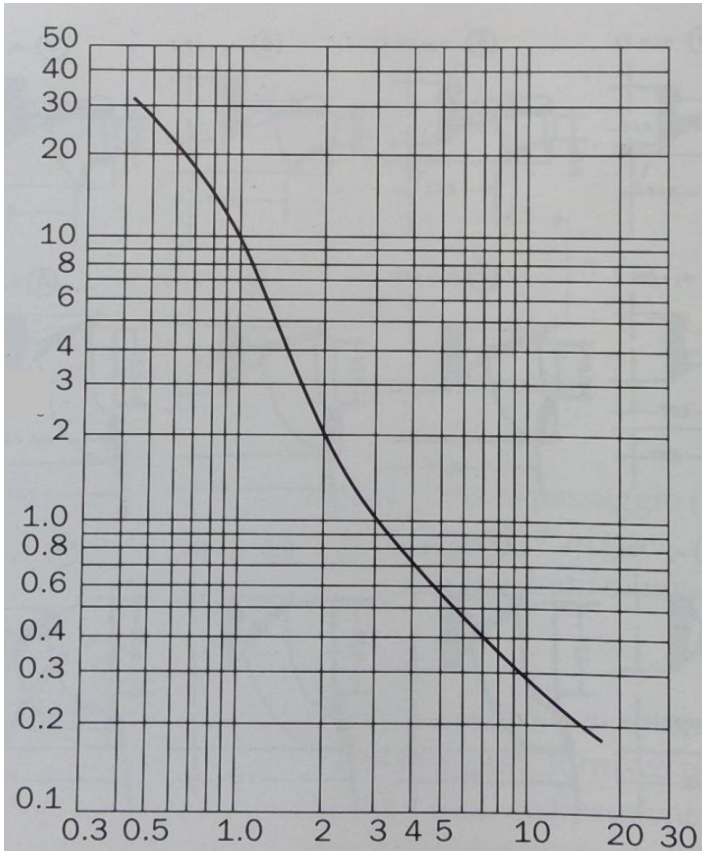
- Nel flow-chart è riassunto uno **schema semplificato di calcolo** che fa uso dei diversi parametri funzionali proposti per le turbopompe per trarne il maggior numero di informazioni (D , B , η , etc.) e gestire al meglio lo studio di fattibilità



Approcci alternativi: diametro specifico

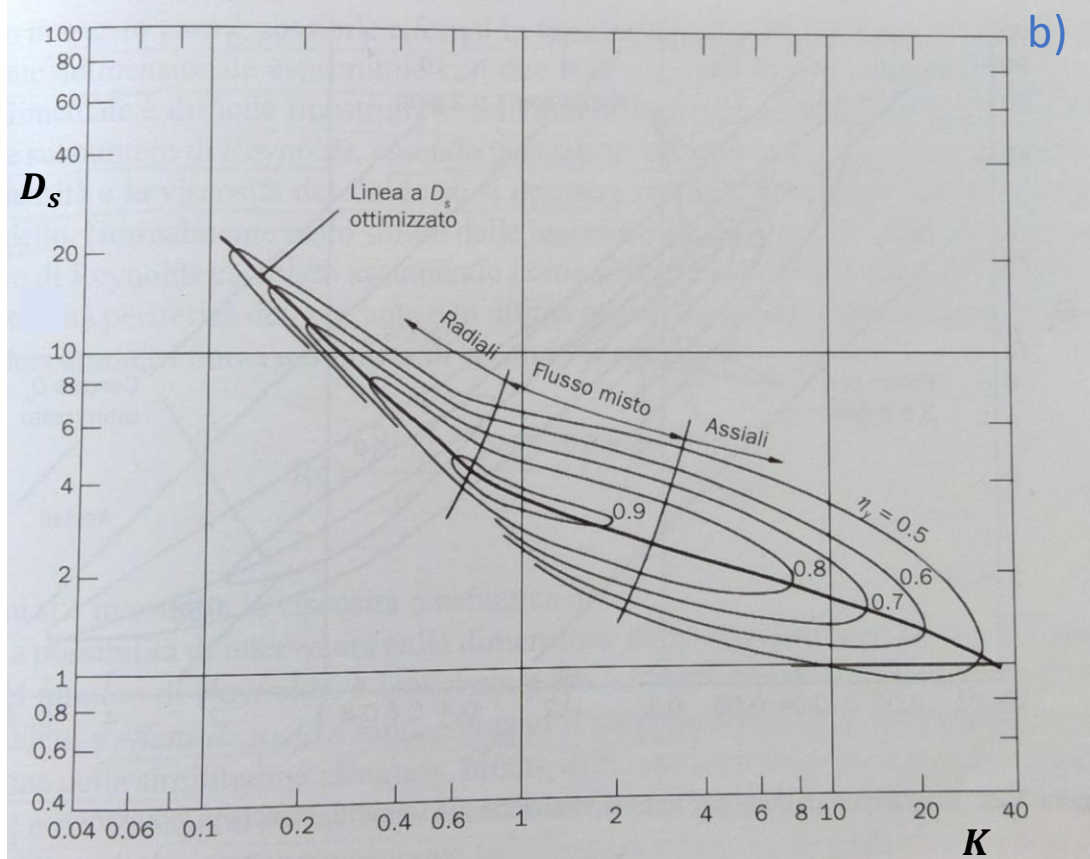
a)

K



D_s

b)



In ogni caso, è necessario aver stabilito il numero di giri n della macchina secondo uno dei criteri proposti: massima economia di esercizio (η_{max}) o di investimento (minime dimensioni $\Rightarrow D_{min}$); oppure il miglior compromesso che deriva da uno studio di fattibilità

Domande, Curiosità, Dubbi, Perplessità?

