



UNIVERSITÀ
DEGLI STUDI
DI PADOVA



Dipartimento
di Ingegneria Industriale

Il numero tipico di macchina

Corso di Macchine 1

Agenda

- ▶ Il numero tipico di macchina
- ▶ Il numero tipico di macchina e le perdite
- ▶ Esercizi sul numero tipico di macchina K
- ▶ La scelta del regime di rotazione
- ▶ Esercizi sulla scelta della velocità di rotazione
- ▶ Approcci alternativi al numero tipico di macchina –
Note Integrative





Il numero tipico di macchina

Il numero tipico di macchina

	K	ψ	φ
<u>Turbopompe</u>			
Radiali	0,10 + 0,80	0,56 + 0,48	0,08 + 0,15
Miste	0,80 + 2,60	0,48 + 0,25	0,15 + 0,26
Assiali	2,60 + 6,00	0,16 + 0,08	0,25 + 0,40
<u>Turbine Idrauliche</u>			
Pelton	0,04 + 0,35	2	2
Francis lente	0,35 + 0,60	1,2 + 0,95	0,15 + 0,20
Francis medie	0,60 + 1,2	0,95 + 0,85	0,20 + 0,30
Francis veloci	1,20 + 2,50	0,85 + 0,75	0,30 + 0,45
Assiali	2,50 + 6	0,30 + 0,11	0,25 + 0,40

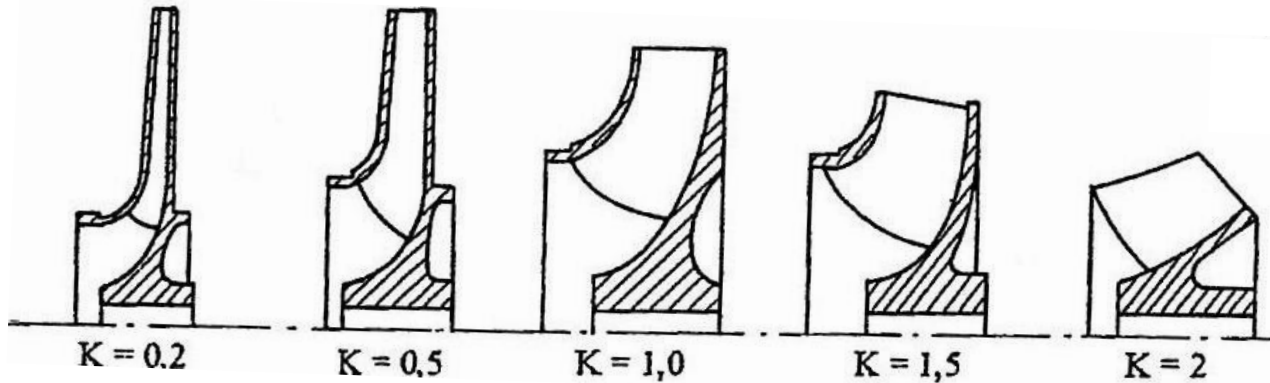
$$K = \omega \frac{Q_v^{0,5}}{(gh)^{0,75}}$$

$$\varphi = \frac{C_m}{U} = \frac{2 Q_v}{\pi D^2 B \omega} \quad \psi = \frac{gh}{U^2}$$

- Il valore di K precisato con queste modalità (cioè per Q_v e h di massimo rendimento), ha dunque la capacità intrinseca di **contrassegnare** il tipo di macchina, consentendone pertanto una **classificazione** in gruppi o famiglie
- Per questi motivi K è noto come **numero tipico di macchina**



Il numero tipico di macchina



$$K = \omega \frac{Q_v^{0,5}}{(gh)^{0,75}}$$
$$\varphi = \frac{C_m}{U} = \frac{2 Q_v}{\pi D^2 B \omega} \quad \psi = \frac{gh}{U^2}$$

- Con riferimento all'esempio precedente, all'aumentare di K accade l'opposto:

h diminuisce $\rightarrow$ D diminuisce

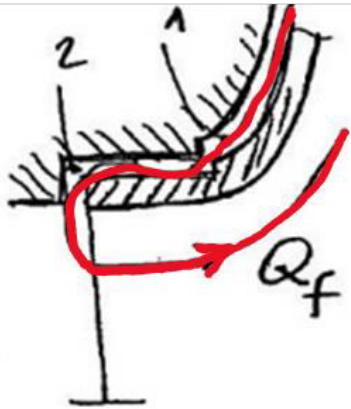
Q_v aumenta $\rightarrow$ B/D aumenta

e la girante da radiale tende ad acquisire una configurazione mista fino a diventare completamente assiale

- Allo stesso modo è anche possibile seguire l'evoluzione delle perdite idrauliche, volumetriche e per ventilazione

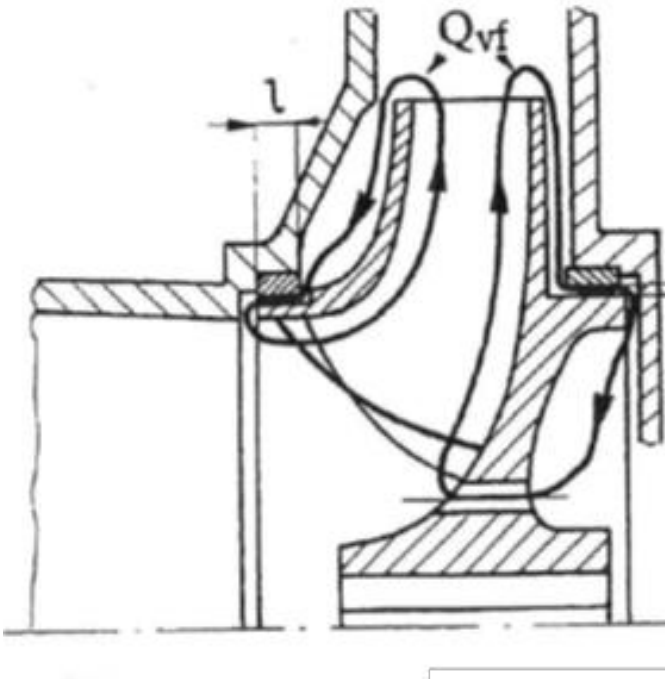
Il numero tipico di macchina e le
perdite

Il numero tipico di macchina



Ai bassi valori di K sono percentualmente elevate:

- le **perdite volumetriche** in quanto la portata Q_f che trafila dagli elementi di tenuta è proporzionale alla prevalenza h
- le **perdite per ventilazione**: Il fluido compreso tra girante e cassa è trascinato in rotazione dalla girante. Sui dischi della girante agisce perciò un momento d'attrito, che si oppone al moto della girante e aumenta con la superficie dei dischi e quindi con il diametro D della girante
- le **perdite idrauliche** in quanto i condotti interpallari sono lunghi e stretti

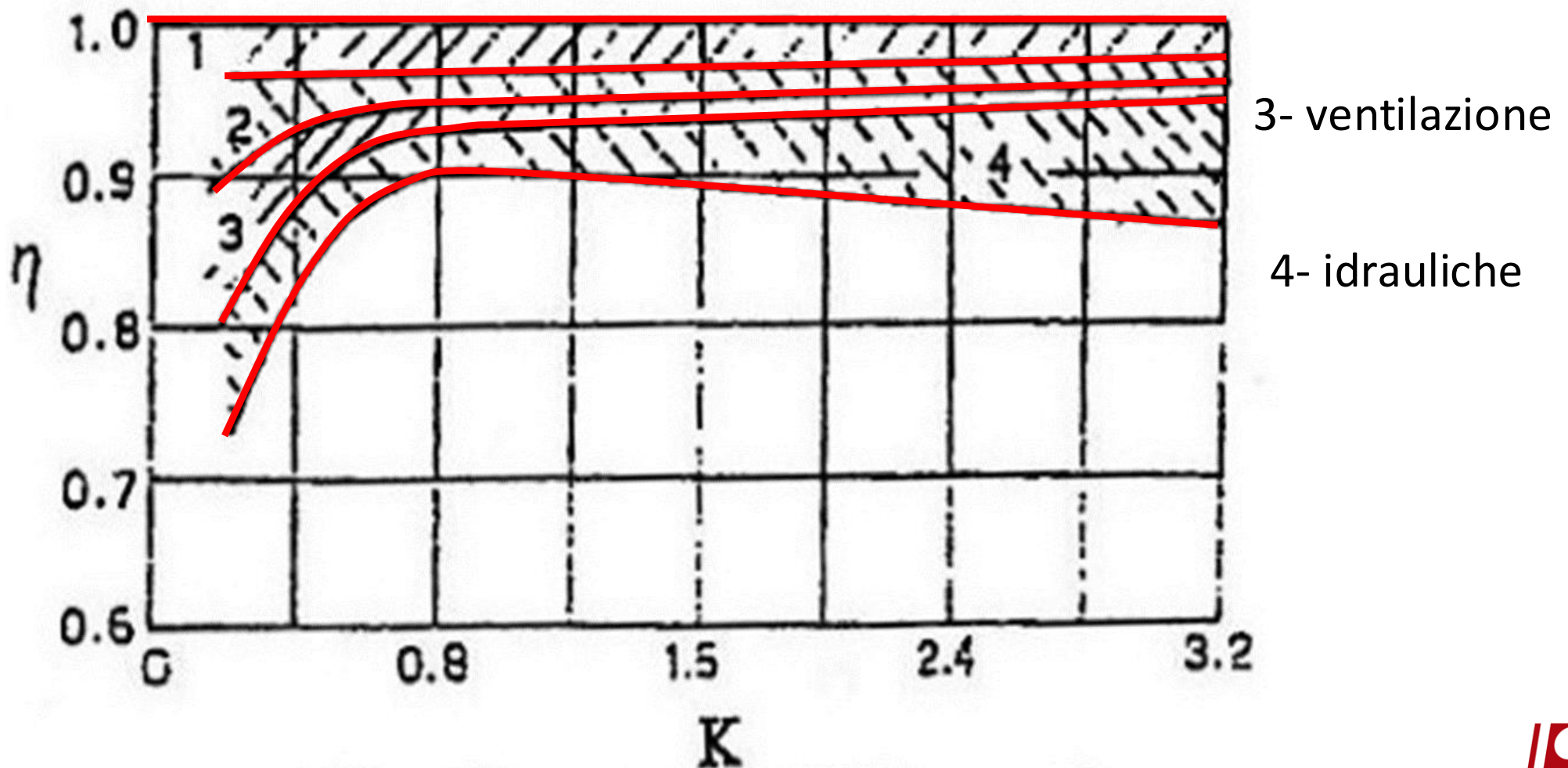


Il numero tipico K e le perdite

Perdite:

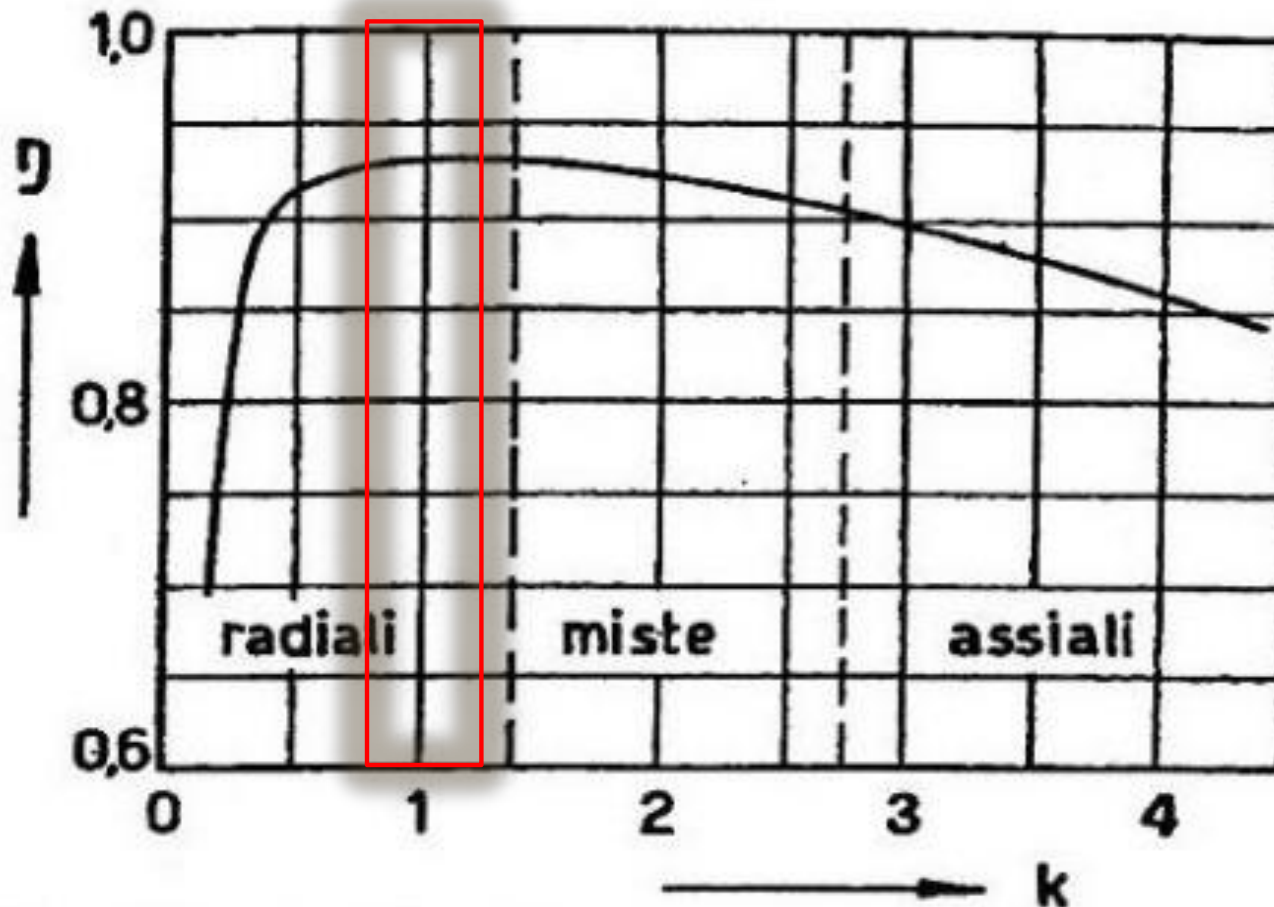
1-per attriti meccanici

2- volumetriche



Il numero tipico K e le perdite

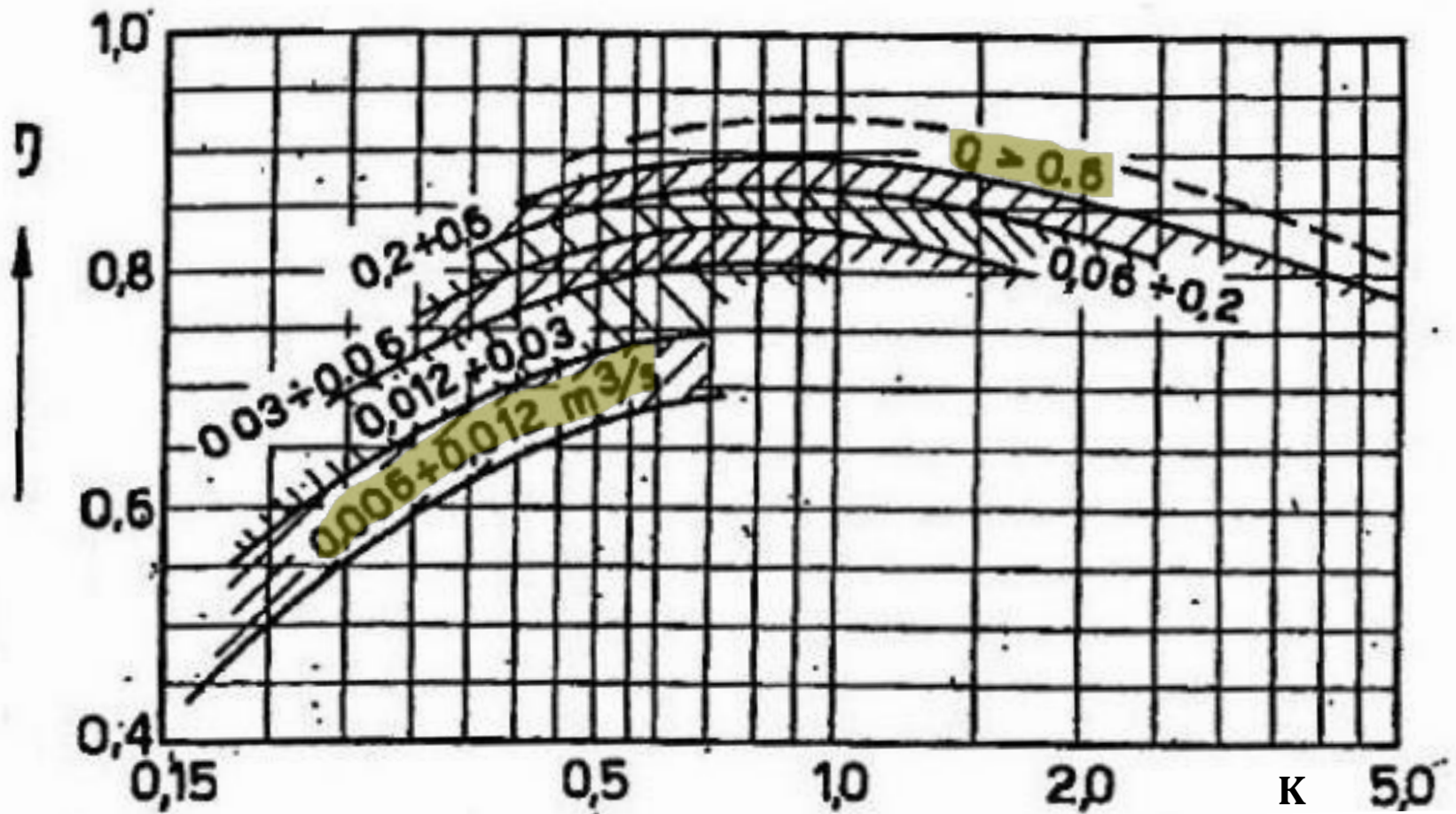
- I rendimenti ottimali ottenibili con le varie configurazioni di pompe quindi variano con il numero tipico K
- Il **minimo delle perdite** si registra statisticamente per un valore di K compreso tra 0.8 e 1.2



$0.8 < K < 1.2$

Il numero tipico K e le perdite

- A parità di K il rendimento aumenta all'aumentare della portata perché aumentano le dimensioni della macchina e con esse diminuisce la scabrezza relativa (effetto scala)

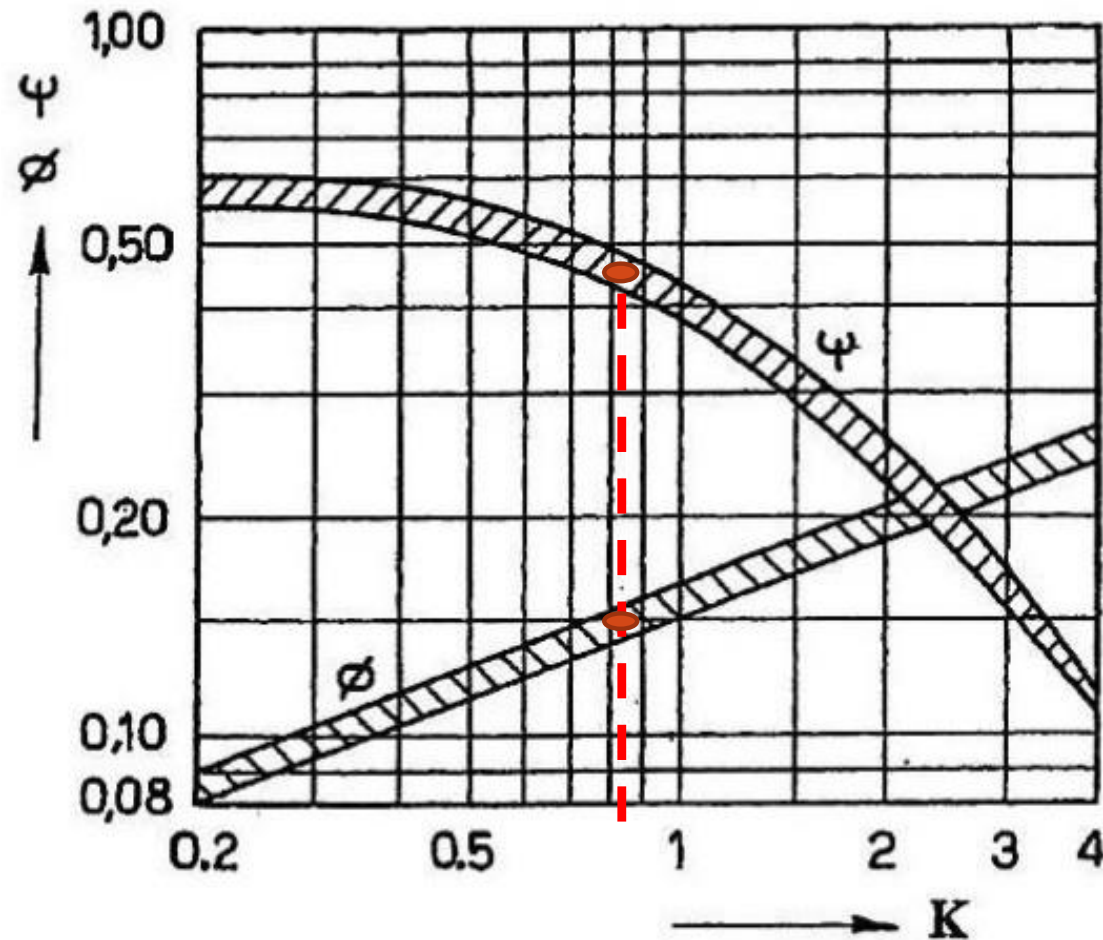


I numeri di flusso e di pressione

- Questa classificazione delle turbomacchine in funzione di K è particolarmente utile per la scelta del tipo di macchina più adatto a soddisfare le prescritte condizioni di esercizio ω , Q_v e h
- Poiché K è calcolato per le condizioni di massimo rendimento η , con esso si possono memorizzare anche i corrispondenti valori del numero di pressione ψ e di flusso ϕ , ottenendo per le varie tipologie di macchine diagrammi statistici come quello riportato in figura per le turbopompe
- In tal modo è possibile risalire alle dimensioni principali D e B della macchina:

$$\psi = \frac{gh}{U_2^2} \rightarrow U_2 \rightarrow D_2$$

$$\phi = \frac{Q_v}{\pi D_2 B_2 U_2} \rightarrow B_2$$



Turbopompe

Teoria della similitudine

La teoria della similitudine nasce come risposta ad una serie di esigenze:

- Come posso **prevedere** il comportamento di un prototipo partendo dal modello? O come posso prevedere il comportamento di una macchina in diverse condizioni operative?

Leggi di affinità

- Come faccio a **scegliere** il tipo di macchina adatto a soddisfare i dati di progetto? Per esperienza?

Numero tipico di macchina K

- Come stabilisco le **dimensioni principali** di una macchina? Per tentativi, per esperienza?

K e diagrammi statistici

$$K = \omega \frac{Q_v^{0,5}}{(gh)^{0,75}}$$



$$\varphi, \psi, \eta = f(K)$$

$$\psi = \frac{gh}{U_2^2} \rightarrow U_2 \rightarrow D_2$$

$$\varphi = \frac{Q_v}{\pi D_2 B_2 U_2} \rightarrow B_2$$





Esercizi sul numero tipico di macchina K

Esercizio 1

Si deve realizzare una pompa centrifuga (denominata PROTOTIPO) caratterizzata dai seguenti dati di targa:

- Portata volumetrica $Q_v = 5.6 \text{ m}^3/\text{s}$
- Prevalenza $h = 130 \text{ m}$
- Velocità di rotazione $n = 450 \text{ giri}/\text{minuto}$
- Potenza all'albero $P_{alb} = 8112 \text{ kW}$
- Rendimento $\eta = 0.88$

Sono note inoltre le seguenti costanti:

- Densità del fluido $\rho = 1000 \text{ kg}/\text{m}^3$
- Accelerazione di gravità $g = 9.806 \text{ m}/\text{s}^2$

Esercizio 1

Sfortunatamente, per limiti di strumentazione, non è possibile testare la pompa PROTOTIPO in laboratorio. Si decide quindi di realizzare (e testare) una pompa centrifuga MODELLO caratterizzata dai seguenti dati di targa:

- Portata volumetrica $Q_v = 0.195 \text{ m}^3/\text{s}$
- Potenza all'albero $P_{alb} = 220 \text{ kW}$
- Rendimento $\eta = 0.88$

Determinare, nell'ipotesi di similitudine meccanica,

- Prevalenza del modello h_M
- Velocità di rotazione del modello n_M
- Rapporto di scala D_M/D_P

h_n ? n_n ? D_n/D_p ?

SICURAMENTE

$$K_p = K_n$$

$$K_p = \omega_p \cdot \frac{Q_{v,p}^{0,5}}{(g \cdot h_p)^{0,75}} = \frac{2\pi \cdot 450}{60} \cdot \frac{5,6^{0,5}}{(9,806 \cdot 130)^{0,75}}$$
$$= 0,5227 \quad \text{MACCHINA CON ASSETTO RADIALE}$$

$$K_p = K_n = \omega_n \cdot \frac{Q_{v,n}^{0,5}}{(g \cdot h_n)^{0,75}} = 0,5225$$

$\uparrow$ n_n ? $\uparrow$ h_n ?

$\varphi_0 \leftarrow \varphi_0 \rightarrow D_n \leftarrow D_p \rightarrow$ NON È LA STRADA DA BUONA

$$P_H = \frac{\rho \cdot Q_{v,n} \cdot g \cdot h_n}{\eta_H} \Rightarrow 220 \cdot 10^3 = \frac{1000 \cdot 9,806 \cdot 0,195 \cdot h_n}{0,88}$$

$$h_n = 101 \text{ m}$$

$$\text{ORA USO } K_n = K_p = 0,5227 = \omega_n \cdot \frac{0,195^{0,5}}{(9,806 \cdot 101)^{0,75}}$$

$$\omega_n = 204 \text{ rad/s} \rightarrow n_n = 1950 \text{ giri/min.}$$

PER AVERE D_n/D_p ? $\varphi_{D,n} = \varphi_{D,p}$ o $\varphi_{D,n} = \varphi_{D,p}$

$$\frac{Q_{v,p}}{n_p \cdot D_p^3} = \frac{Q_{v,n}}{n_n \cdot D_n^3} \Rightarrow \frac{D_n}{D_p} = 0,2$$

Esercizio 2

Si deve realizzare una turbina idraulica (denominata PROTOTIPO) caratterizzata dai seguenti dati di targa:

- Caduta $h = 16.5 \text{ m}$
- Velocità di rotazione $n = 93.75 \text{ giri}/\text{minuto}$
- Potenza all'albero $P_{alb} = 27 \text{ MW}$
- Rendimento $\eta = 0.88$
- Spinta assiale $F_{assiale} = 7 \text{ GN}$

Sono note inoltre le seguenti costanti:

- Densità del fluido $\rho = 1000 \text{ kg}/\text{m}^3$
- Accelerazione di gravità $g = 9.806 \text{ m}/\text{s}^2$



Esercizio 2

Sfortunatamente, per limiti di strumentazione, non è possibile testare questa turbina PROTOTIPO in laboratorio. Si decide quindi di realizzare (e testare) una turbina MODELLO caratterizzata dai seguenti dati di targa:

- Caduta $h = 4.9 \text{ m}$
- Potenza all'albero $P_{alb} = 37.5 \text{ kW}$

Determinare, nell'ipotesi di similitudine meccanica,

- Rapporto tra i numeri di giri n_M/n_P
- Rapporto di scala D_P/D_M
- Spinta assiale sul Modello $F_{assiale_M}$

POSSO TROVARE K_P ?

$$K_P = \omega_P \cdot \frac{Q_{VP}^{0,5}}{(g h_P)^{0,75}} \rightarrow Q_{VP} = ? \rightarrow \text{NON POSSO CALCOLARE } K!$$

$Q_{VP} \rightarrow$ Pot. PROTOTIPO

$$P_P = \rho Q_{VP} \cdot h_P \cdot g \cdot \eta_P$$

$$Q_{VP} = \frac{P_P}{\rho h_P g \cdot \eta_P} = \frac{27 \cdot 10^6}{1000 \cdot 16,5 \cdot 9,806 \cdot 0,88} = 189,63 \text{ m}^3/\text{s}$$

$$Q_{VM} = \frac{37,5 \cdot 10^3}{1000 \cdot 9,806 \cdot 0,88 \cdot \underbrace{4,9}_{h_M}} = 0,887 \text{ m}^3/\text{s}$$

IL PROBLEMA $m_H / m_P = D \quad m_H / 93,75$

HA $m_H \rightarrow K_M = \omega_H \cdot \frac{Q_{VM}^{0,5}}{(g h_M)^{0,75}} = K_P$

$$K_P = \omega_P \cdot \frac{Q_{VP}^{0,5}}{(g h_P)^{0,75}} = 2,982 \quad \text{TURB ASSALE TIPO KAPLAN}$$

$$K_P = K_M \rightarrow \omega_H = 57,758 \text{ rad/s} \rightarrow m_H = 551,54 \frac{\text{per}}{\text{min}}$$

$$\frac{m_H}{m_P} = \frac{551,54}{93,75} = 5,883$$

D_P / D_H ? $\rightarrow$ VOTO h_P e h_H , m_H e m_P

$$\psi_{D,H} = \psi_{D,P}$$

$$\frac{g h_p}{m_p^2 D_p^2} = \frac{g h_n}{m_n^2 D_n^2} \Rightarrow \frac{D_p}{D_n} = 10,796$$

F_M ?

$$F_{\text{essiele}} = \Delta p \cdot A \propto g h \cdot A \propto g h \cdot D^2 \propto h D^2$$

$$\frac{F_n}{F_p} = \frac{h_n}{h_p} \left(\frac{D_n}{D_p} \right)^2 \Rightarrow F_M = 17,822 \text{ MN}$$

$$F = \Delta p \cdot A \propto g h \cdot A \propto \psi \cdot A \propto v^2 D^2 \propto (\omega D)^2 D^2$$

$\propto \omega^2 D^4$

$$\frac{F_n}{F_p} = \left(\frac{m_n}{m_p} \right)^2 \left(\frac{D_n}{D_p} \right)^4 \Rightarrow F_M = 17,8 \text{ MN}$$

Esercizio 3

La spinta assiale su una turbina caratterizzata da un diametro $D = 500 \text{ mm}$ e una caduta $h = 6 \text{ m}$ è pari a $F_{assiale} = 200 \text{ kg}$.

Quanto vale la **spinta assiale** in una turbina geometricamente e dinamicamente simile avente un diametro $D' = 5000 \text{ mm}$ e una caduta $h' = 18 \text{ m}$?

$$F_e = \Delta p \cdot A \propto \rho g h \cdot A \propto h D^2$$

$$\frac{F_e}{F_{e'}} = \frac{D^2 h}{D'^2 h'}$$

$$F_{e'} = (200 \cdot 9,806) \cdot \left(\frac{5000}{500} \right)^2 \cdot \frac{18}{6}$$

$$= 5,883 \text{ MN}$$

La scelta del regime di rotazione

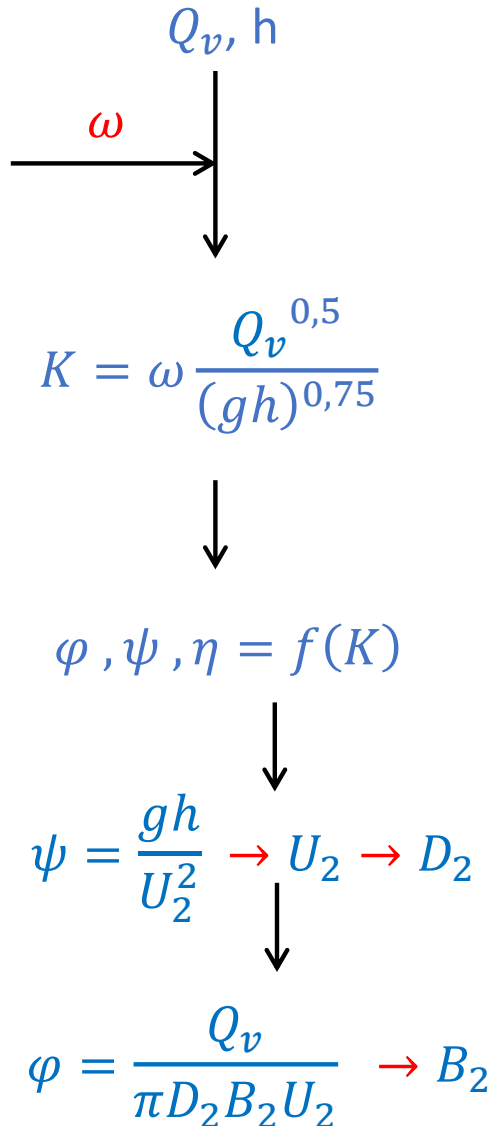
Scelta del regime di rotazione

- I dati di progetto sono rappresentati dalla portata Q_v (o Q_m) e dallo scambio energetico h
- Per determinare il numero tipico di macchina è necessario definire anche il regime di rotazione:

$$K = \omega \frac{Q^{0.5}}{(gh)^{0.75}}$$

- In base a quali criteri si sceglie il regime di rotazione??
- Che valori di velocità si possono avere??

Scelta del regime di rotazione



- Dalla scelta del regime di rotazione dipendono diversi aspetti progettuali tra cui le dimensioni della macchina, il rendimento ed il comportamento a cavitazione
- In linea di principio sono **due** i **criteri** a cui ispirarsi per scegliere ω , ed entrambi hanno in comune l'obiettivo di contenere i costi.
 1. **Contenere il più possibile le dimensioni del macchinario, e con esse le spese iniziali di investimento**
 2. **Massimizzare il rendimento della macchina, per rendere minime le spese di esercizio durante la conduzione dell'impianto**

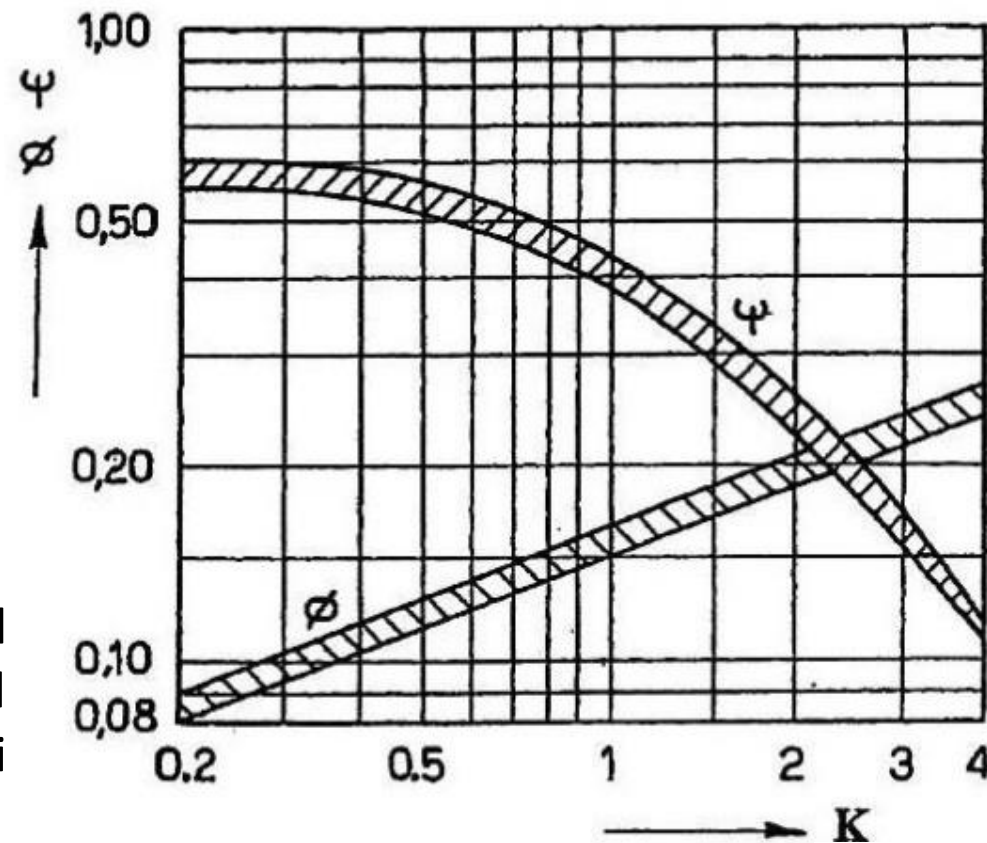
Scelta del regime di rotazione

- In linea di principio sono **due** i **criteri** a cui ispirarsi per scegliere ω , ed entrambi hanno in comune l'obiettivo di contenere i costi
 - Contenere il più possibile le dimensioni del macchinario, e con esse le spese iniziali di investimento

Ad esempio, per le pompe si potrebbero scegliere ω **alti** in modo tale che il valore di K sia alto

$$K = \omega \frac{Q_v^{0,5}}{(gh)^{0,75}} \quad \psi = \frac{gh}{U_2^2} \rightarrow U_2 \rightarrow D_2$$

Oltre all'influenza sul rendimento, anche il comportamento a **cavitazione** dipende dal regime di rotazione e peggiora all'aumentare di questo



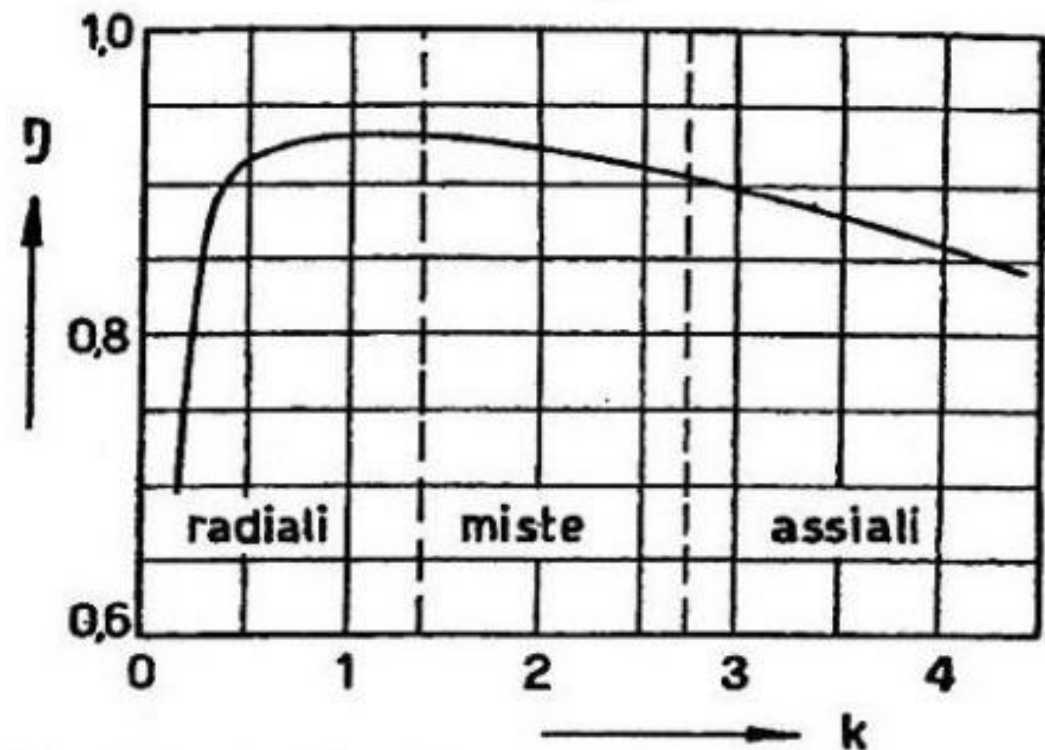
Scelta del regime di rotazione

- In linea di principio sono **due** i **criteri** a cui ispirarsi per scegliere ω , ed entrambi hanno in comune l'obiettivo di contenere i costi
 - Massimizzare il rendimento della macchina, per rendere minime le spese di esercizio durante la conduzione dell'impianto

Ad esempio, per le pompe si potrebbe scegliere ω in modo tale che il valore K cada all'interno dell'intervallo $0.8 \div 1.2$

$$K = \omega \frac{Q_v^{0,5}}{(gh)^{0,75}}$$

Questo però non è sempre possibile!



Scelta del regime di rotazione

- Le pompe sono azionate comunemente da motori elettrici asincroni. La velocità di sincronismo è:

$$n_s = 120 \frac{f}{p} = 60 \frac{f}{m}$$

dove p è il numero di poli (2,4,6,...), $m = p/2$ è il numero di coppie polari e f la frequenza di rete, e varia in modo discreto con un valore massimo di 3000 giri/min per $f = 50 \text{ Hz}$

- La velocità di rotazione n del motore:

$$n = n_s(1 - s)$$

è minore di n_s a causa dello scorrimento s , mediamente intorno al 3%

- Le condizioni di esercizio possono essere tali da impedire al numero tipico K di assumere valori prossimi a quello ottimale o, addirittura, sconsigliarne l'impiego qualora invece ciò capiti

Esempio: $h = 95 \text{ m}$ e $Q = 0.026 \text{ m}^3/\text{s}$

$$n = 2910 \text{ giri/min} \\ (f = 50 \text{ Hz}, p = 2, s = 3\%)$$



$$K = 0.293 \\ (\text{ben lontano dall'intervallo ottimale} \\ K = 0.8 \div 1.2)$$



Scelta del regime di rotazione

- Può invece capitare che il valore di K entri in tale intervallo. Sia, ad esempio:

$$Q_v = 0.9 \text{ m}^3/\text{s}, h = 150 \text{ m}, n = 2910 \text{ giri/min} \Rightarrow K \approx 1.2$$

$$\dots \text{ma } K \approx 1.2 \Rightarrow \psi \approx 0.38 \Rightarrow U = \sqrt{gh/\psi} \approx \boxed{62 \text{ m/s}}$$

↑
eccessiva per una girante in ghisa

- Si hanno infatti valori limite di velocità periferica a seconda del materiale:

Ghisa grigia: $U \approx 40 \text{ m/s}$

Ghisa sferoidale: $U \approx 45 \text{ m/s}$

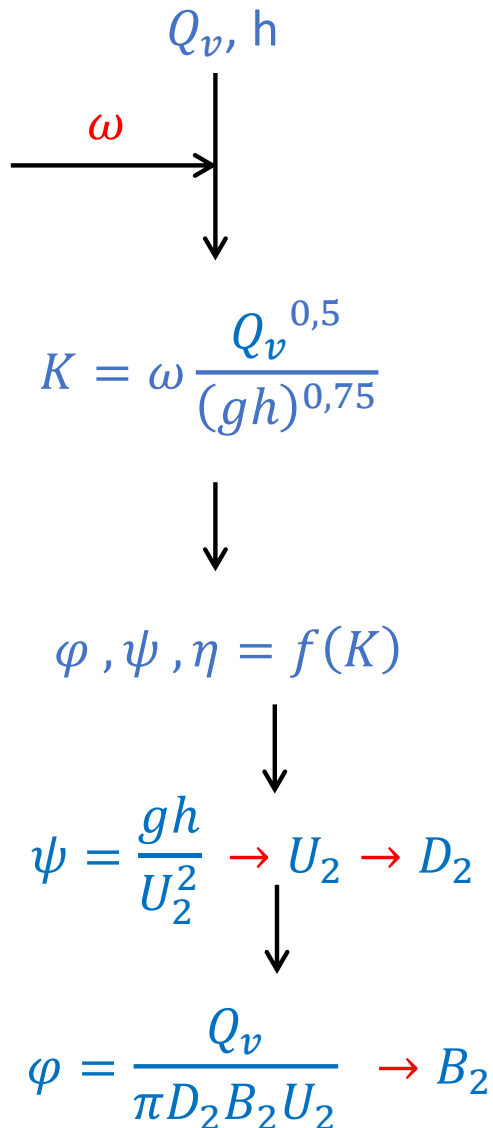
Acciaio: $U \approx 60 \text{ m/s}$

Polietilene: $U \approx 45 \text{ m/s}$

Bronzo: $U \approx 45 \text{ m/s}$

- In tal caso è necessario ridurre n per abbassare K e aumentare il numero di pressione ψ oppure cambiare materiale o ricorrere a soluzioni particolari (e.g. pluristadio)

Scelta del regime di rotazione



- Ci sono anche aspetti di costo: negli impieghi comuni il numero di poli può raggiungere al più valori di $6 \div 8$. Con il numero di poli infatti cresce il **costo** del motore elettrico ed un numero maggiore di poli rende poco conveniente la soluzione sotto l'aspetto economico
- Per tutte queste ragioni la definizione del numero di giri n non è immediata e spesso, prima della scelta definitiva, è necessario eseguire un vero e proprio **studio di fattibilità**

consiste nel **confrontare** tra di loro i principali parametri geometrici ($D, B, \dots$) e funzionali ($U_2, NPSH, \eta, \dots$) che si ottengono al variare della velocità angolare ω



Domande, Curiosità, Dubbi, Perplessità?

