



UNIVERSITÀ
DEGLI STUDI
DI PADOVA



Dipartimento
di Ingegneria Industriale

La cavitazione

Corso di Macchine 1

Agenda

- ▶ Il fenomeno della cavitazione
- ▶ Valutazione del comportamento a cavitazione
 - ▶ Secondo il costruttore
 - ▶ Secondo l'utilizzatore
 - ▶ Esercizi applicativi
 - ▶ Secondo il progettista

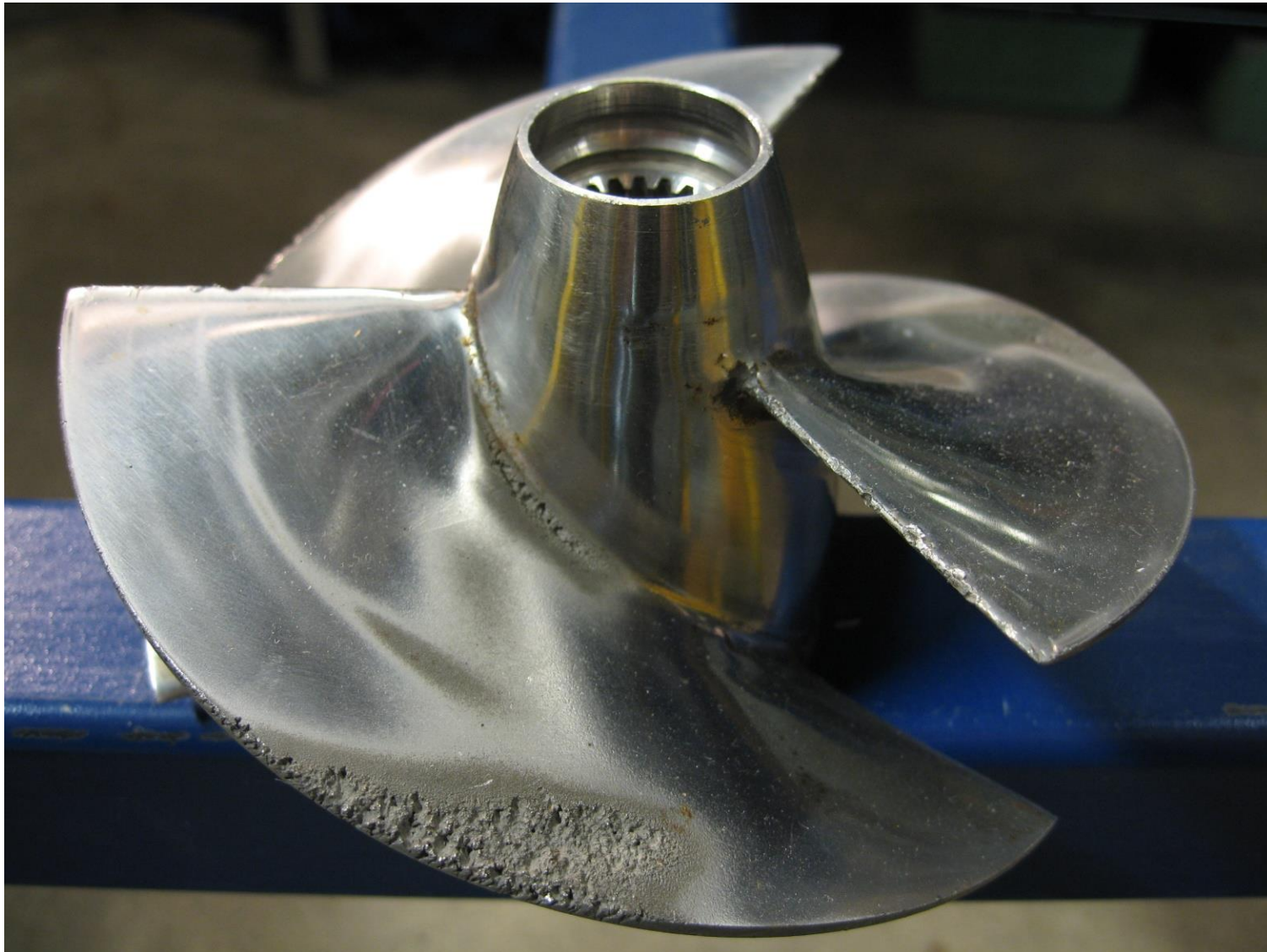


Il fenomeno della Cavitazione

Sviluppo ed implosione di una bolla



.....e danni della cavitazione



Turbina ad elica

La cavitazione

- Il fenomeno della cavitazione può essere analizzato da tre diversi punti di vista:
 - Costruttore
 - Utilizzatore
 - Progettista
- Il parametro che consente di caratterizzare il comportamento a cavitazione di una macchina è il:

Net Positive Suction Head (NPSH)

$$NPSH = \frac{p_i - p_v}{\rho g} + \frac{c_i^2}{2g}$$

v = fuori dalla macchina



La Cavitazione secondo il COSTRUTTORE

La cavitazione secondo il costruttore

- **NPSH** è l'energia totale in $[m]$ del fluido *misurata all'aspirazione al netto della tensione di vapore quando, per il regime di rotazione n e per la prestabilita portata Q_v di prova, si registra una prefissata caduta Δh della prevalenza, solitamente pari al 3% del valore nominale $h = f(Q_v)$ di collaudo*

$$\Rightarrow NPSH_R = \frac{p_i - p_v}{\rho g} + \frac{c_i^2}{2g} \Big|_{h=f(Q_v)=0,97 \bar{h}}$$

- **$NPSH_R$** è anche detta **NPSH** richiesta dalla macchina per cavitare

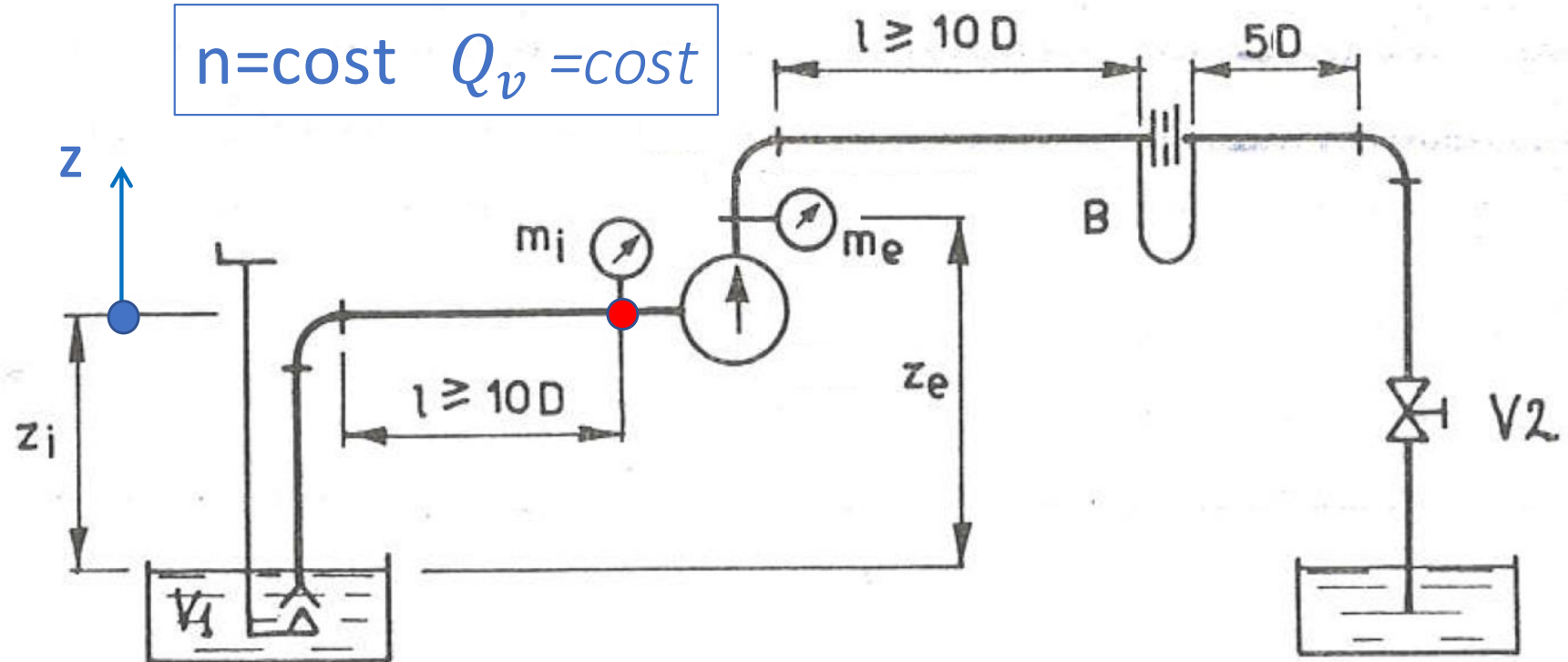
Se è un'energia del fluido



Dove è la componente z dell'energia??



La cavitazione secondo il costruttore

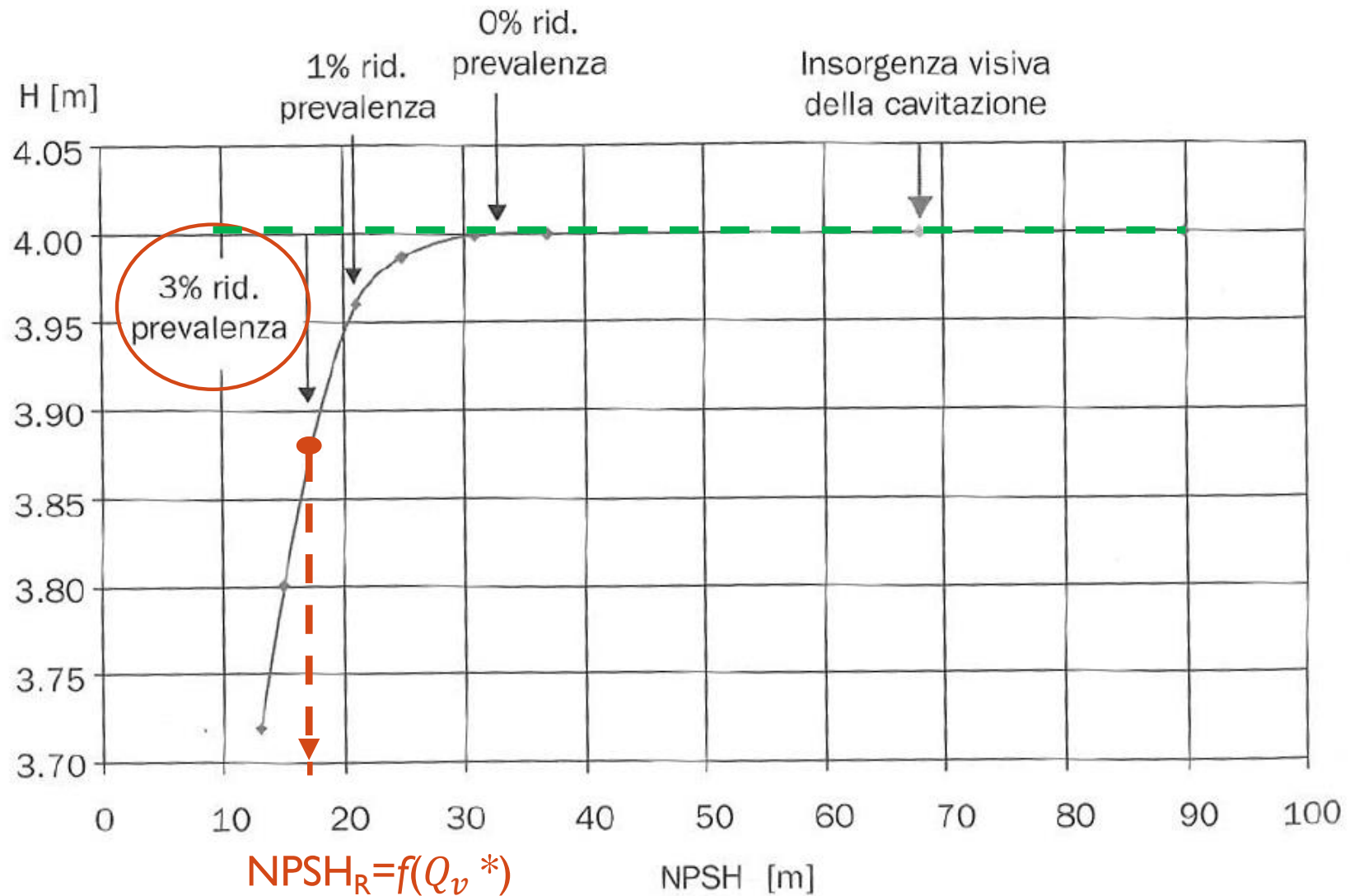


Al diminuire di p_i :

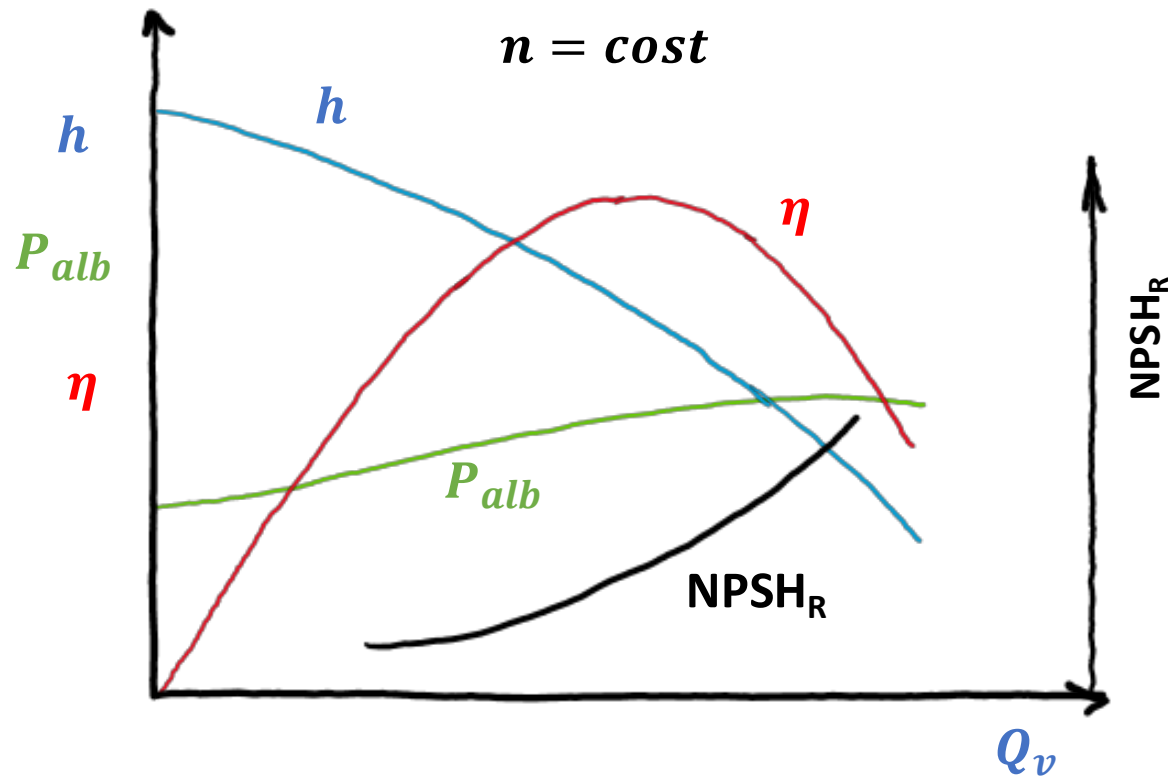
- si determina l' $NPSH$
- si misura la prevalenza h

$$NPSH = \frac{p_i - p_v}{\rho g} + \frac{c_i^2}{2g}$$

La cavitazione secondo il costruttore



La cavitazione secondo il costruttore

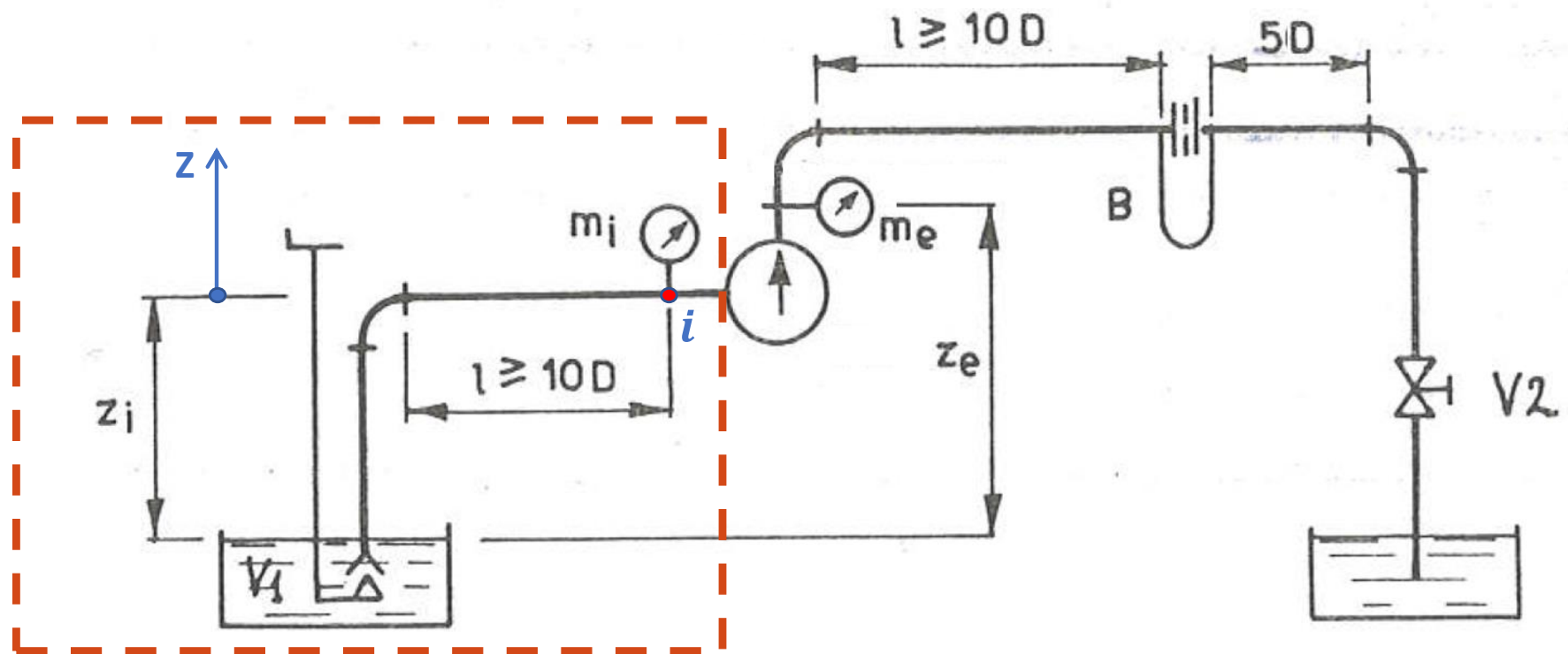


Andamento tipico dell' NPSH_R richiesto da una pompa per cavitare



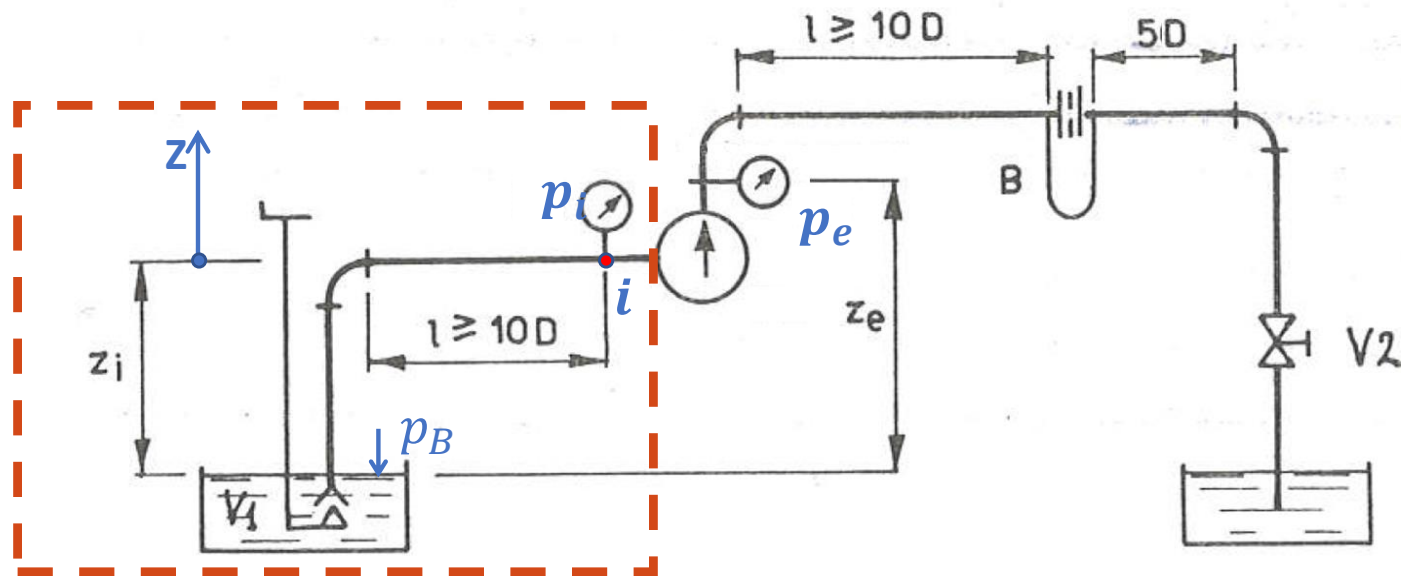
La Cavitazione secondo il UTILIZZATORE

La cavitazione secondo l'utilizzatore



- Bisogna **verificare** che nella sezione di **aspirazione** il fluido abbia un'energia totale (al netto della tensione di vapore) superiore a quella richiesta dalla macchina ($NPSH_R$) per cavitare

La cavitazione secondo l'utilizzatore

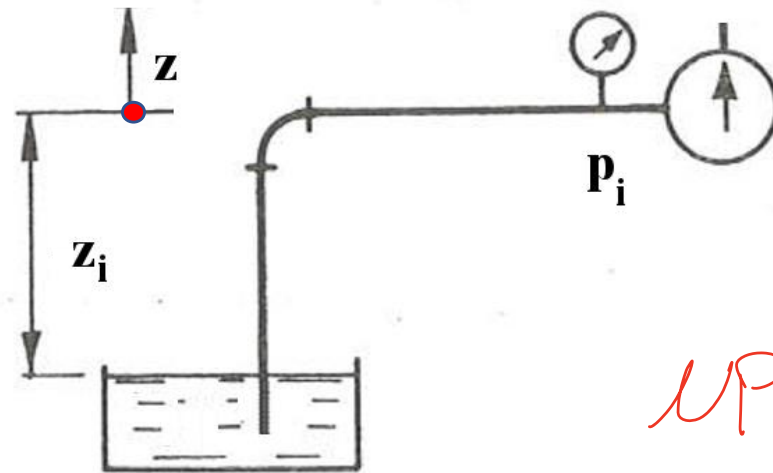


⇒ Si definisce *NPSH disponibile* dell'impianto la grandezza:

$$NPSH_D = \frac{p_B - p_v}{\rho g} - z_i - h_{ri}$$

e rappresenta l'energia totale al netto della tensione di vapore che l'impianto mette a disposizione del fluido all'ingresso della pompa

La cavitazione secondo l'utilizzatore



$$NPSH_D > NPSH_R$$

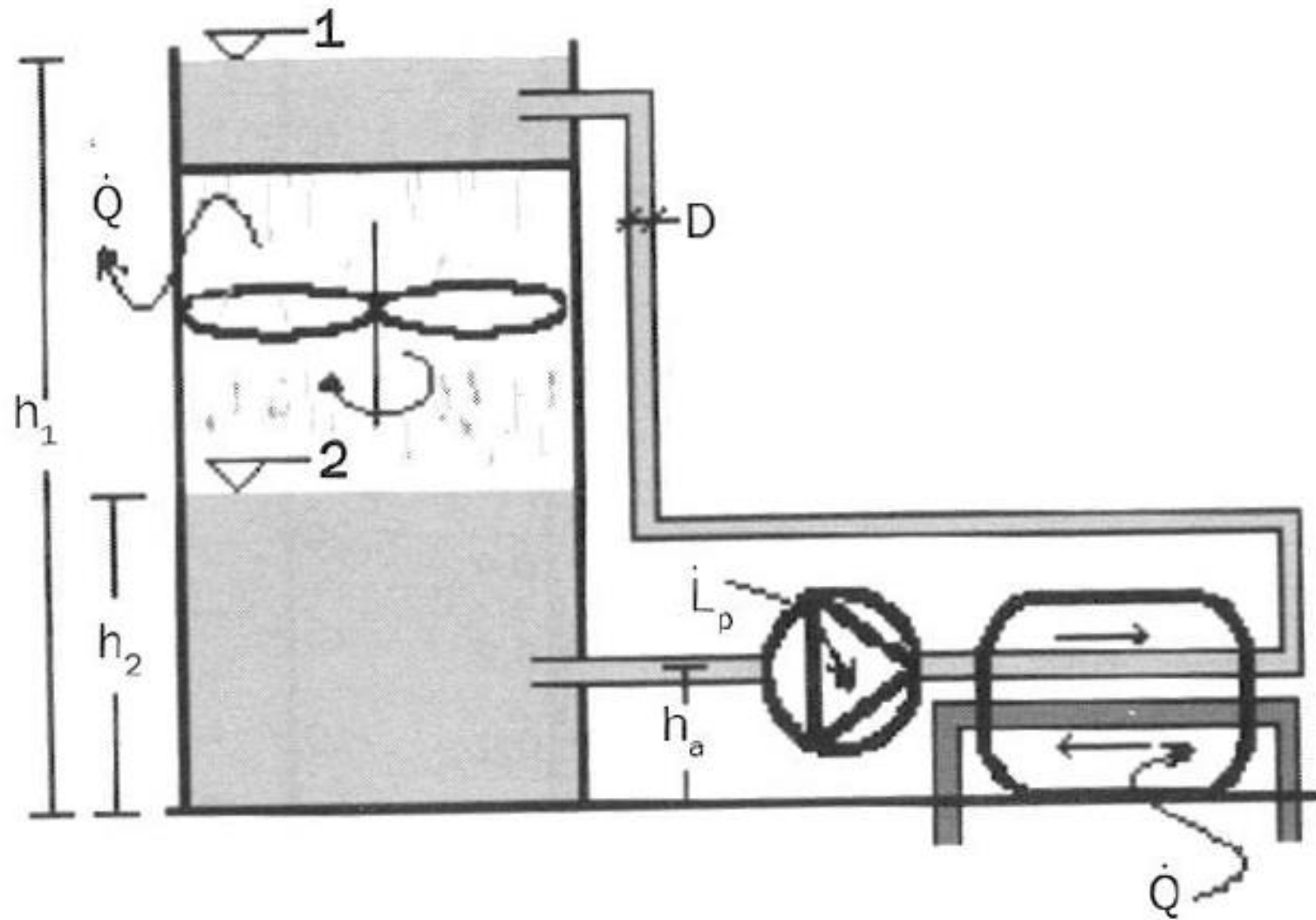
$$NPSH_D = \frac{p_B - p_v}{\rho g} - |Z_{limite}| - h_{ri} = NPSH_R + (0,7 \div 1) \rightarrow Z_{limite}$$

⇒ Qualora la quota limite risultasse negativa ($Z_{limite} < 0$), la pompa deve essere collocata **sotto battente**, ovvero al di sotto del pelo libero del serbatoio di aspirazione di una quota non inferiore a $|Z_{limite}|$



La Cavitazione: ESERCIZI

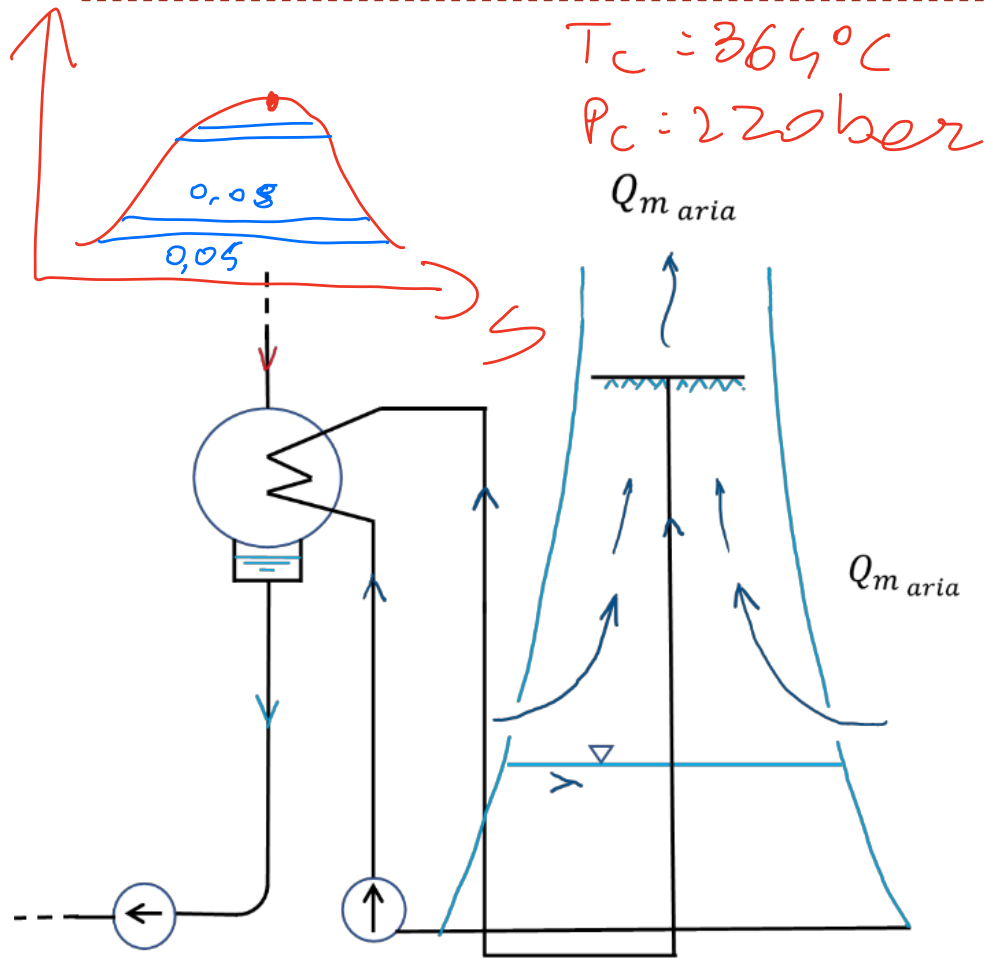
Esercizio 3



$$p_{COND} = 0,05 \text{ bar} = 32^\circ\text{C}$$

$$p_{COND} = 0,08 \text{ bar} = 38^\circ\text{C}$$

Esercizio 3



In figura è rappresentato l'apparato di raffreddamento (con torre evaporativa) dell'acqua condensatrice che scorre nei fasci tubieri del condensatore di un impianto a vapore

Si ricorre alla soluzione con torre evaporativa quando non si dispone di una adeguata disponibilità d'acqua nei dintorni dell'impianto, o per altri vincoli di sicurezza ambientale.

La pressione di condensazione p_c del vapore in questi impianti è solitamente non inferiore a 0,08 bar, poiché in questi casi la sorgente fredda è l'aria dell'ambiente esterno.

$$p_{per} = 170 \text{ bar}$$

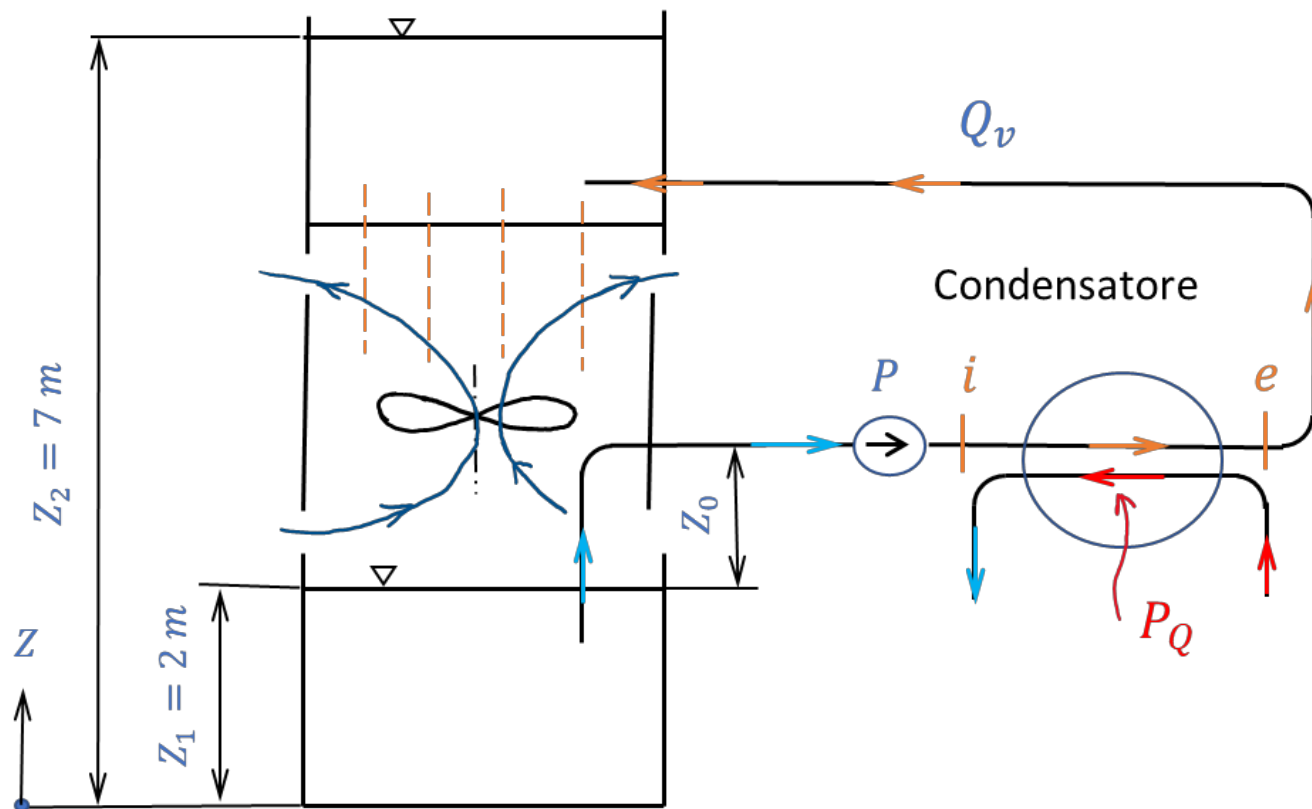
$$p_{COND} = 0,05 \text{ bar} = 320 \text{ MW}$$

$$p_{COND} = 0,1 \text{ bar} \rightarrow p_{per} = 190 \text{ bar}$$



Esercizio 3

La figura sottostante riporta uno schema semplificato del principio di funzionamento della torre evaporativa.

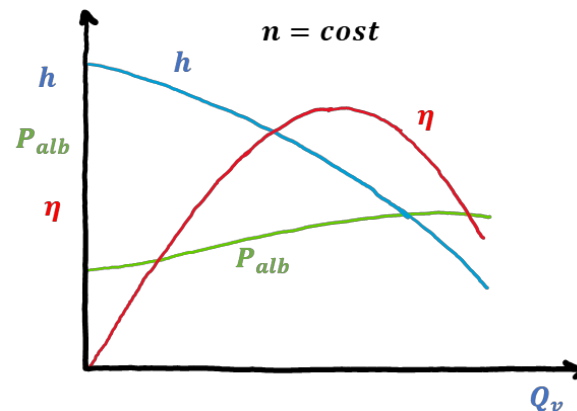


Esercizio 3

- La pompa per la circolazione dell'acqua condensatrice è collocata ad una quota Z_0 sopra il pelo libero del serbatoio inferiore di raccolta, il cui pelo libero è invece collocato ad una quota $Z_1 = 2 \text{ m}$ rispetto al riferimento.
- Il pelo libero del serbatoio superiore che raccoglie l'acqua condensatrice all'uscita del condensatore è collocato a una quota pari a $Z_2 = 7 \text{ m}$.
- Per semplicità, si supponga che le curve caratteristiche $h \text{ [m]}$ e $\eta \text{ [-]}$ in funzione di $Q_v \text{ [m}^3/\text{s]}$ siano deducibili dall'equazioni:

$$h = 26 + 2 Q_v - 85 Q_v^2$$

$$\eta = 2,93 Q_v - 2,85 Q_v^2$$



Esercizio 3

- Il diametro dei tubi sia pari a $D_{tubi} = 300 \text{ mm}$ e per le perdite di carico compressive (continue e localizzate) si faccia riferimento alle seguenti relazioni per i tratti del circuito idraulico a monte e a valle della pompa:

$$\sum_{monte} \left(f \frac{l}{d} + \xi \right) \frac{C^2}{2g} = \zeta_{monte} \frac{C_{monte}^2}{2g} = 2 \frac{C_{monte}^2}{2g}$$

$$\sum_{valle} \left(f \frac{l}{d} + \xi \right) \frac{C^2}{2g} = \zeta_{valle} \frac{C_{valle}^2}{2g} = 3 \frac{C_{valle}^2}{2g}$$

- Si assumano nei calcoli le seguenti costanti ove necessario
- Densità dell'acqua $\rho = 1000 \text{ kg/m}^3$
 - Accelerazione di gravità $g = 9.806 \text{ m/s}^2$
 - Calore specifico a pressione costante del liquido $C_{p,L} = 4.186 \text{ kJ/kg K}$

Esercizio 3

Si richiede di calcolare:

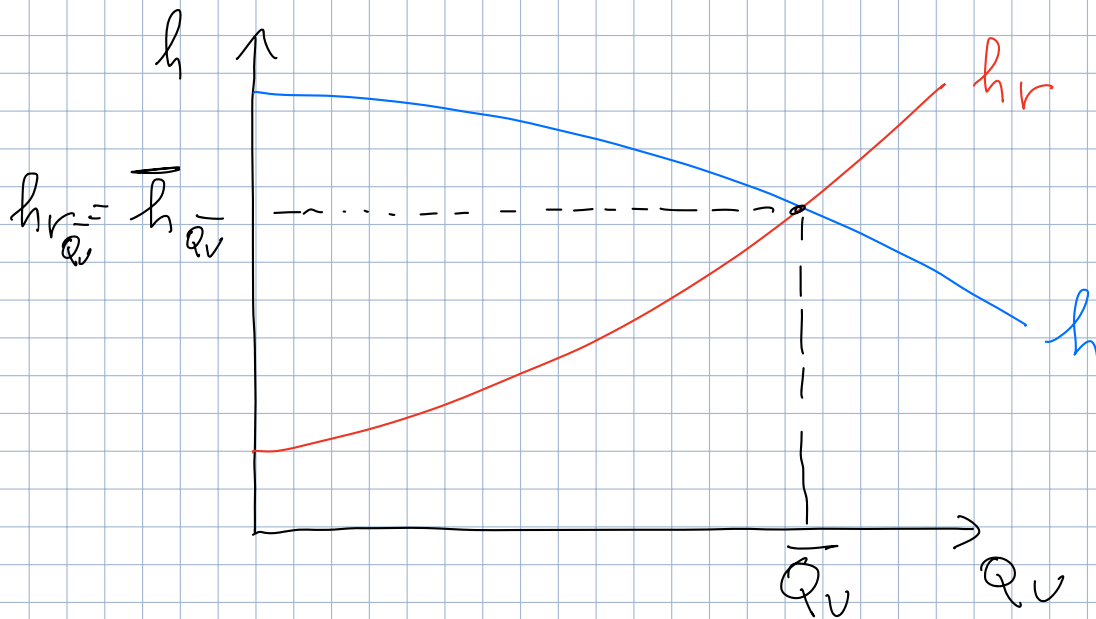
- 1) la potenza assorbita dalla pompa
- 2) Il salto di temperatura ΔT dell'acqua condensatrice attraverso il condensatore se la potenza termica asportata è $P_Q = 15 \text{ MW}$
- 3) la quota di installazione massima della pompa di circolazione dell'acqua condensatrice sapendo che: $NPSH_R = 3 \text{ m}$ e $p_{cond} = p_v = 0,04 \text{ bar} = 0,04 \cdot 10^5 \text{ Pa}$

POT. ASSORBITA DALLA POMPA

$$P = \frac{\rho \overline{Q_V} g \cdot \overline{h}}{\eta_{\text{TOT}} \overline{Q_V}}$$

NON CONOSCO $\overline{Q_V}$ e $\overline{h}$, $\eta_{\text{TOT}} \overline{Q_V}$

IL PUNTO DI LAVORO DELLA POMPA È



NON HO BISOGNO DI TROVARE $\overline{h}$!
IO DEVO TROVARE h_r

$$h_r = \underbrace{(z_2 - z_1)}_{7 \text{ m}} + 2 \frac{C_{\text{monte}}^2}{2g} + 3 \frac{C_{\text{valle}}^2}{2g}$$

$$C_{\text{monte}} \text{ e } C_{\text{valle}} \Rightarrow C = \frac{Q_V}{A} = \frac{Q_V}{\frac{\pi D_{\text{tubo}}^2}{4}}$$

$$D_{\text{tubo monte}} = D_{\text{tubo valle}} = 300 \text{ mm}$$

$$C_{\text{monte}} = C_{\text{valle}} = \frac{Q_V}{0,071} = 14,085 Q_V$$

$$h_r = (7 - 2) + 5 \frac{14,085^2 \cdot Q_v^2}{2 \cdot 9,806}$$

$$h_r = 5 + 51 Q_v^2$$

POSSO TROVARE Q_v ? CERTO! PERCHÉ IL PUNTO DI LAVORO PREVEDE $h_r = h$ QUINDI

$$h = 26 + 2 Q_v - 85 Q_v^2 = h_r = 5 + 51 Q_v^2$$

$$26 + 2 Q_v - 85 Q_v^2 = 5 + 51 Q_v^2$$

SCELGO Q_v e vedo se termine dx = termine sx

$$Q_v = 0,4 \text{ m}^3/\text{s} \quad 13,2 = 13,16 \text{ quindi lo}$$

$$\bar{Q}_v = 0,4 \text{ m}^3/\text{s} \quad \text{cioè} \quad \bar{h} = 13,16 \text{ m}$$

ORA CONOSCO $\bar{Q}_v$ e POSSO CALCOLARE η_{Q_v}

$$\eta_{Q_v} = 0,72$$

$$\begin{aligned} \text{QUINDI} \quad P &= \frac{1000 \cdot 0,4 \cdot 9,806 \cdot 13,16}{0,72} \\ &= 71692 \text{ W} = 71,7 \text{ kW} \end{aligned}$$

ORA DEVO TROVARE il ΔT

$$\begin{aligned} P_Q &= \rho Q_v \cdot (h_{out} - h_{in}) = \rho Q_v c_{p,L} \cdot (T_{out} - T_{in}) \\ &= \rho Q_v c_{p,L} \Delta T \end{aligned}$$

$$15 \cdot 10^6 = 1000 \cdot 0,4 \cdot 4186 \cdot \Delta T$$

$$\Delta T = 8,96^\circ \text{C}$$

QUOTA DI INSTALLAZIONE SAREMO

$$NPSH_R = 3 \text{ m} \quad P_V = 0,04 \text{ bar}$$

$$NPSH_D = \frac{P_B - P_V}{\rho g} - z_{0,lin} - h_{r1} \geq NPSH_R + (0,7 \div 1 \text{ m})$$

nel caso in essere

$$h_{r1} \Rightarrow h_{r0} = \frac{2 C^2_{onate}}{2g} = 3,26 \text{ m}$$

IL PROBLEMA CHIEDE QUOTA MASSIMA
QUESTO SIGNIFICA INCIPIENTE CAVITAZIONE

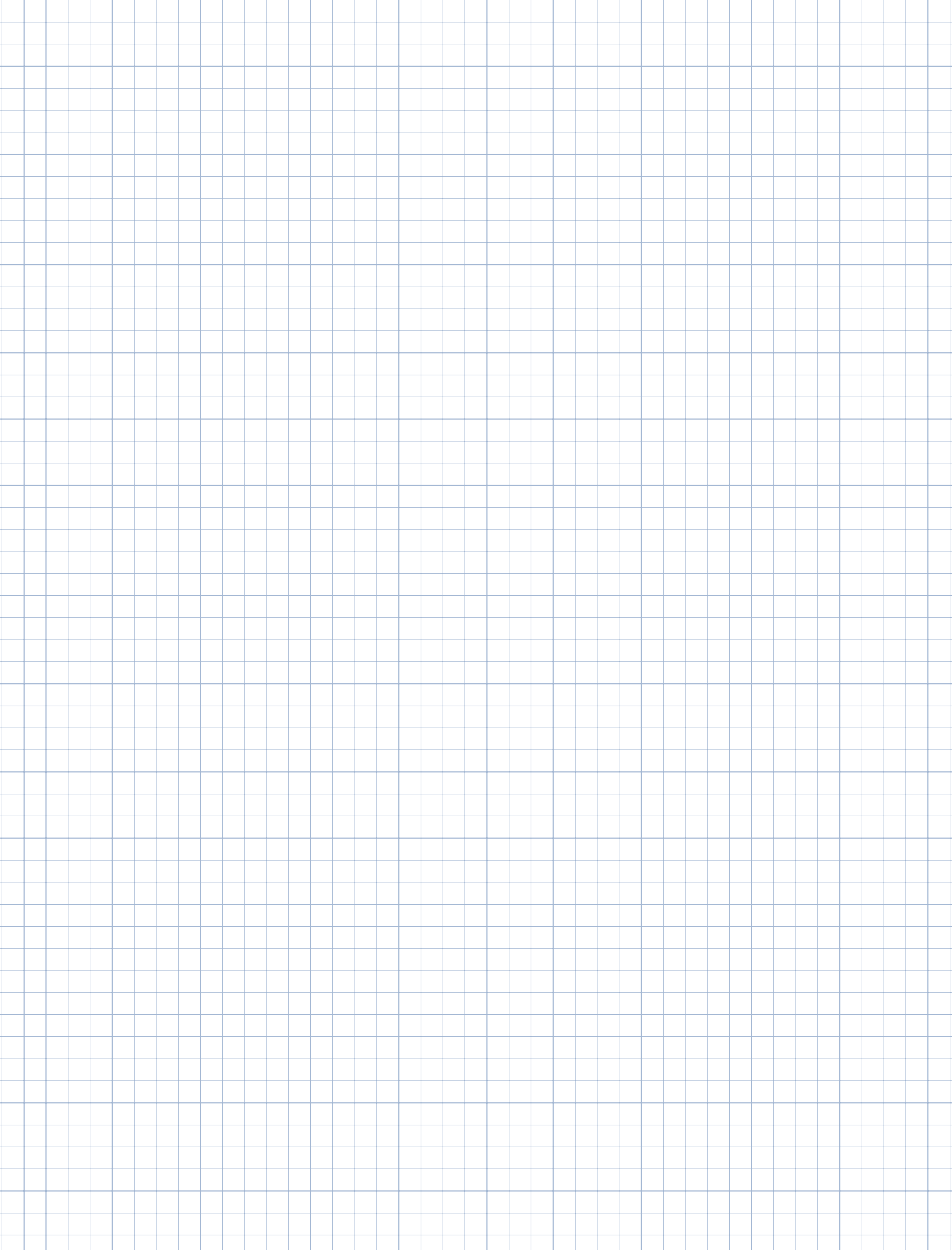
$$NPSH_D = NPSH_R$$

$$\frac{P_B - P_V}{\rho g} - z_{0,lin} - h_{r0} = NPSH_R$$

ma ~~$P_B = P_V$~~ ? NO! $P_B = 101325 \text{ Pa}$

$$\frac{101325 - 0,04 \cdot 10^5}{1000 \cdot 9,806} - 3,26 - \overset{NPSH_R}{\underset{\downarrow}{3}} = z_{0,lin}$$

$$z_{0,lin} = 3,66 \text{ m}$$





La Cavitazione secondo il PROGETTISTA

La cavitazione secondo il progettista

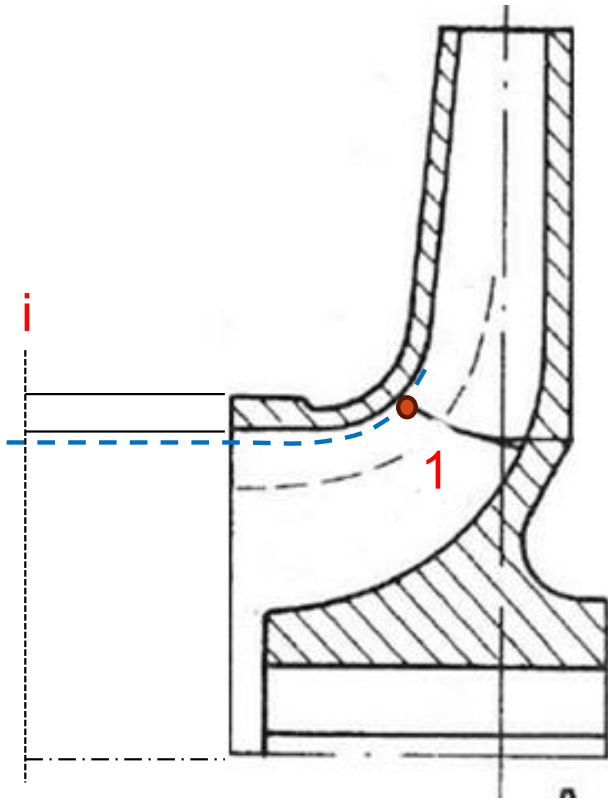
- Il **progettista** deve controllare in sede di progetto il comportamento a cavitazione della macchina
- Il parametro che esprime le prestazioni della macchina rispetto alla cavitazione è:

$$NPSH_R = \frac{p_i - p_v}{\rho g} + \frac{c_i^2}{2g} \Big|_{h=f(Q_v)=0,97 \bar{h}}$$

⇒ Si deve individuare una relazione per legare l' $NPSH_R$ ai parametri di progetto della macchina che lo influenzano

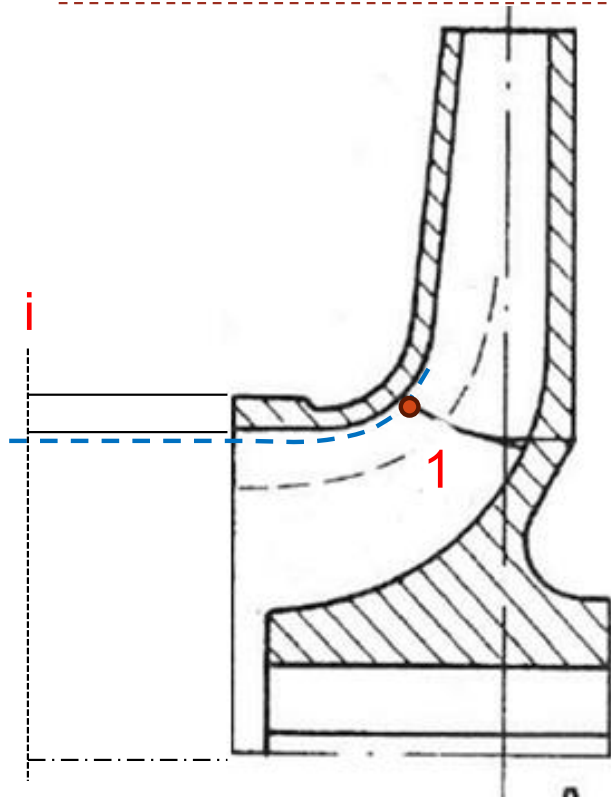
- L' $NPSH_R$ è definito rispetto alla sezione **i** in quanto, in fase di collaudo, i valori di pressione e velocità in questa sezione sono facilmente misurabili e/o determinabili. Questa sezione però non corrisponde alla sezione di minima pressione all'interno della macchina.

La cavitazione secondo il progettista



- Il fenomeno della cavitazione comincia a svilupparsi all'interno della macchina poco a valle del bordo d'ingresso, nel punto di minima pressione statica all'ingresso del condotto interpalare (sezione 1)
- In particolare la regione più critica è a ridosso del disco di ricoprimento perché la velocità meridiana C_m (per effetto del raggio di curvatura), la velocità periferica $U = \omega r$ e quindi anche la velocità relativa W sono quelle più elevate lungo lo sviluppo del bordo d'ingresso
- Dal momento che la cavitazione in fase di collaudo è valutata facendo riferimento alla sezione di misura i , si rende necessario correlare tale sezione con il punto di insorgenza della cavitazione all'interno della macchina

La cavitazione secondo il progettista



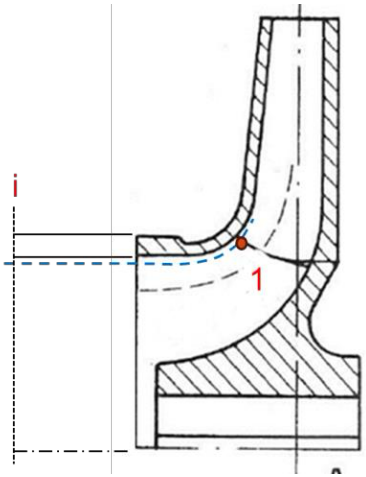
- Durante questo tragitto dalla sezione *i* alla sezione **1** non c'è **scambio** di energia con la girante pertanto, a meno delle perdite di carico, l'energia del fluido si conserva lungo il tubo di flusso:

$$\frac{p_i}{\rho g} + \frac{C_i^2}{2g} = \frac{p_1}{\rho g} + \frac{C_1^2}{2g} + h_{r_{i-1}}$$

- Le energie che compaiono nell'equazione sono da intendersi come valori **medi** in direzione circonferenziale

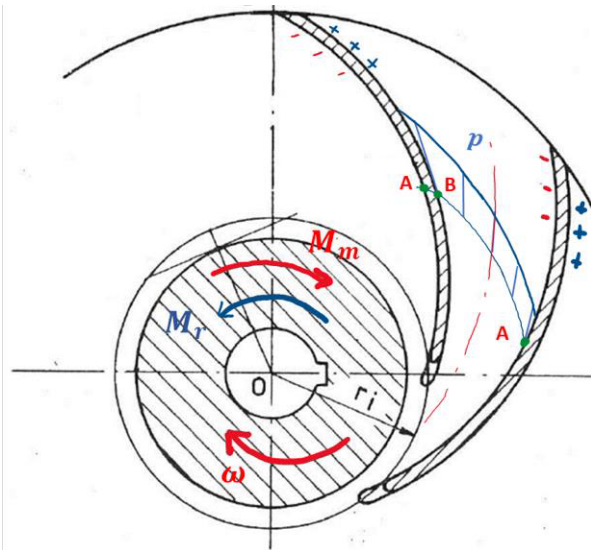
- Se nella sezione *i* i valori medi sono sufficientemente rappresentativi del comportamento del fluido, nella sezione **1** si è invece avuto modo di dimostrare l'esistenza di un gradiente di pressione in direzione circonferenziale
- Determiniamo i vari termini a sinistra dell'equazione

La cavitazione secondo il progettista



- Per la **conservazione**, a meno delle perdite fluidodinamiche, dell'**energia** totale p_w^0/ρ del moto relativo, è possibile **correlare** le caratteristiche **medie** del moto **relativo** con quelle del moto a **ridosso** della faccia in **depressione** della pala:

$$\frac{p_1}{\rho g} + \frac{W_1^2 - U_1^2}{2g} \approx \frac{p_{min}}{\rho g} + \frac{W_{max}^2 - U_1^2}{2g}$$

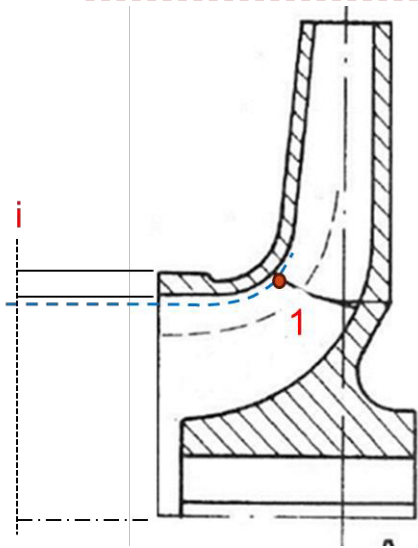


$$\Rightarrow \frac{p_1}{\rho g} = \frac{p_{min}}{\rho g} + \frac{W_1^2}{2g} \left(\frac{W_{max}^2}{W_1^2} - 1 \right) = \frac{p_{min}}{\rho g} + \lambda_w \frac{W_1^2}{2g}$$

coefficiente di depressione **idro**dinamica

$$\frac{p_1}{\rho g} = \frac{p_{min}}{\rho g} + \lambda_w \frac{W_1^2}{2g}$$

La cavitazione secondo il progettista



$$\frac{p_i}{\rho g} + \frac{C_i^2}{2g} = \frac{p_1}{\rho g} + \frac{C_1^2}{2g} + h_{r_{i-1}}$$

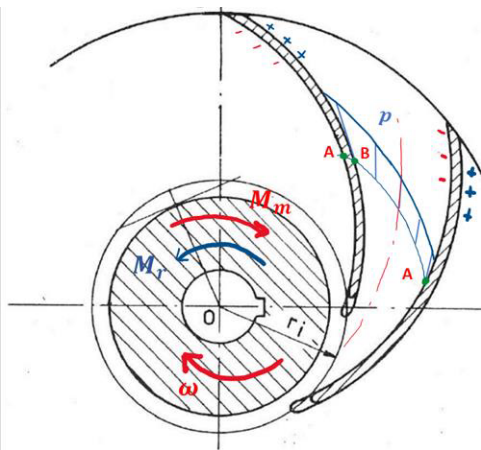
$$\frac{p_1}{\rho g} = \frac{p_{min}}{\rho g} + \lambda_w \frac{W_1^2}{2g}$$

- Le perdite di carico $h_{r_{i-1}}$ nel tragitto tra la sezione di misura i e la sezione 1 a monte del bordo d'ingresso sono legate alla velocità
- Posto $C_{u_1} = 0$ a monte della girante e dunque $C_1 = C_{m_1}$, le perdite di carico $h_{r_{i-1}}$ si possono esprimere come:

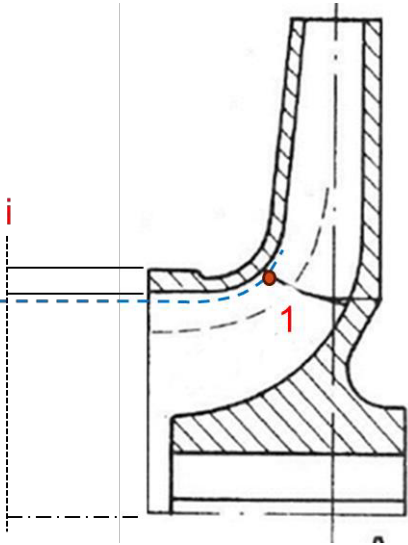
$$h_{r_{i-1}} = \lambda_m \frac{C_{m_1}^2}{2g}$$

Coefficiente di perdita

$$\text{Allora } \frac{p_i}{\rho g} + \frac{C_i^2}{2g} = \frac{p_{min}}{\rho g} + \lambda_w \frac{W_1^2}{2g} + (1 + \lambda_m) \frac{C_{m_1}^2}{2g}$$



La cavitazione secondo il progettista



$$\frac{p_i}{\rho g} + \frac{C_i^2}{2g} = \frac{p_{min}}{\rho g} + \lambda_w \frac{W_1^2}{2g} + (1 + \lambda_m) \frac{C_{m1}^2}{2g}$$

- Questa relazione tra la sezione i e la sezione 1 è **sempre** valida. Tuttavia il progettista è interessato al comportamento a **cavitazione** della macchina per poterlo correlare con parametri di progetto
- La cavitazione si sviluppa quando $p_{min} = p_v$ (condizioni di cavitazione incipiente) in cui la relazione diventa:

$$\frac{p_i}{\rho g} + \frac{C_i^2}{2g} = \frac{p_v}{\rho g} + \lambda_w \frac{W_1^2}{2g} + (1 + \lambda_m) \frac{C_{m1}^2}{2g}$$

$NPSH_i$



$$\boxed{\frac{p_i - p_v}{\rho g} + \frac{C_i^2}{2g}} = (1 + \lambda_m) \frac{C_{m1}^2}{2g} + \lambda_w \frac{W_1^2}{2g}$$

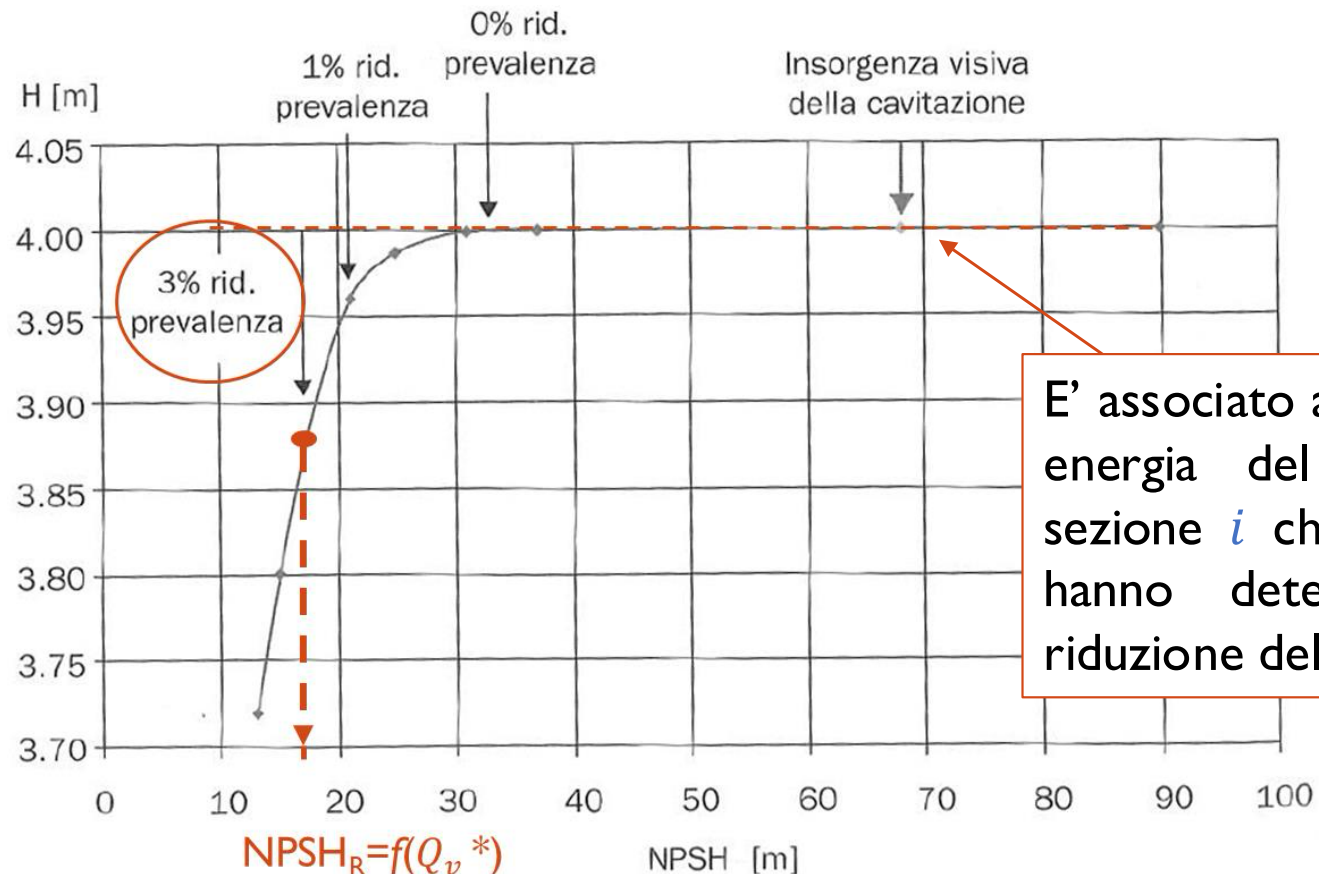
La cavitazione secondo il progettista

$$NPSH_i = (1 + \lambda_m) \frac{C_{m1}^2}{2g} + \lambda_w \frac{W_1^2}{2g}$$

E' quindi associato all'insorgenza della cavitazione all'interno della macchina

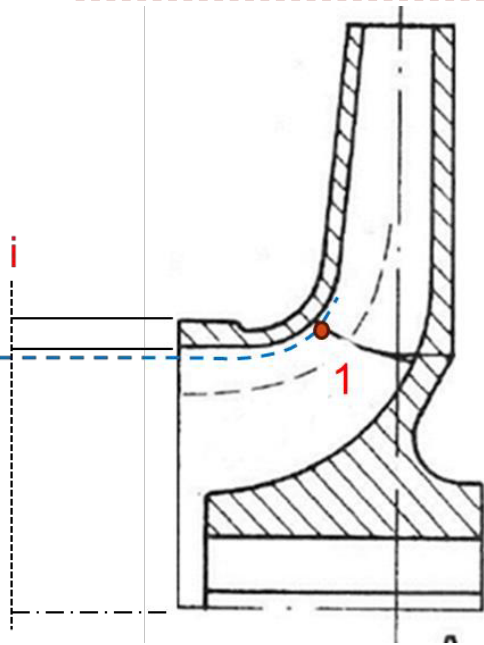
Coincide con l' $NPSH_R$?

NO!



E' associato a condizioni di energia del fluido nella sezione i che ancora non hanno determinato una riduzione della prevalenza

La cavitazione secondo il progettista

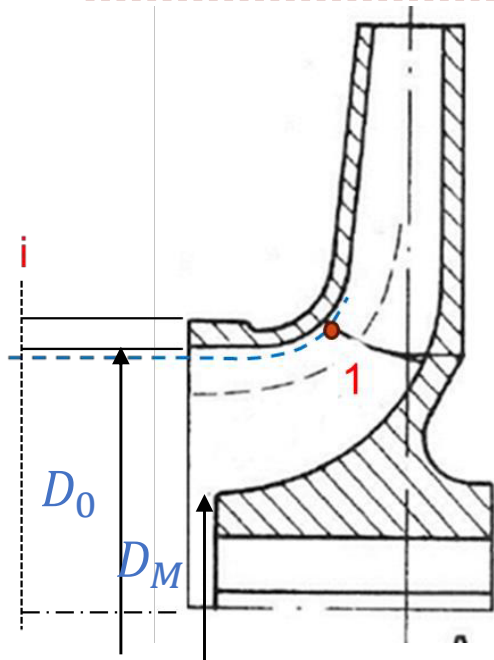


$$NPSH_i = (1 + \lambda_m) \frac{C_{m1}^2}{2g} + \lambda_w \frac{W_1^2}{2g}$$

- L'espressione dell' $NPSH_i$ può **anche** essere utilizzata per stimare l' $NPSH_R$ richiesta dalla macchina con una **opportuna** scelta dei coefficienti λ_m e λ_w per approssimare il dato sperimentale
- A tal riguardo, i **valori medi** suggeriti in letteratura per il coefficiente di perdita λ_m e per il coefficiente di azione idrodinamica delle pale λ_w sono all'incirca:

$$\lambda_m \approx 0,04 \quad \lambda_w \approx 0,23$$

Scelta del diametro D_0



- E' anche correlabile con parametri di progetto ed operativi della macchina:

$$NPSH_i = (1 + \lambda_m) \frac{C_{m1}^2}{2g} + \lambda_w \frac{W_1^2}{2g} = f(\text{geom. pompa}, Q_v, n)$$

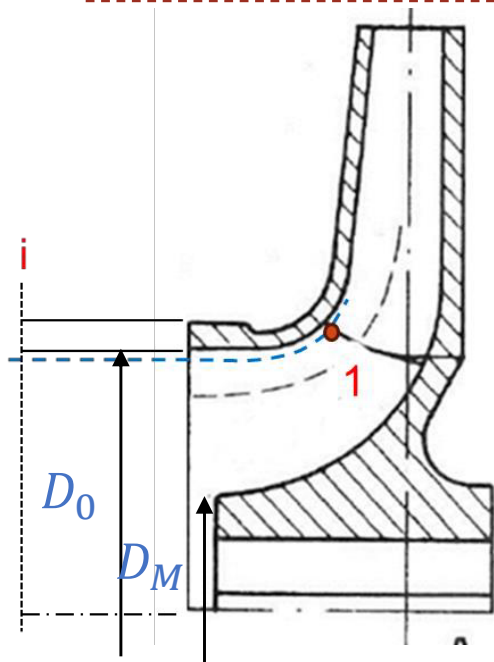
- Tra i parametri geometrici uno dei più importanti è il diametro D_0 della bocca di aspirazione della girante
- A tal riguardo l'espressione dell' $NPSH$ può essere riscritta in forma più opportuna nel modo seguente:

$$NPSH_i = (1 + \lambda_m) \frac{C_{m1}^2}{2g} + \lambda_w \frac{W_1^2}{2g} = (1 + \lambda_m + \lambda_w) \frac{C_{m1}^2}{2g} + \lambda_w \frac{U_1^2}{2g}$$

dove:

$$W_1^2 = C_{m1}^2 + U_1^2$$

Scelta del diametro D_0



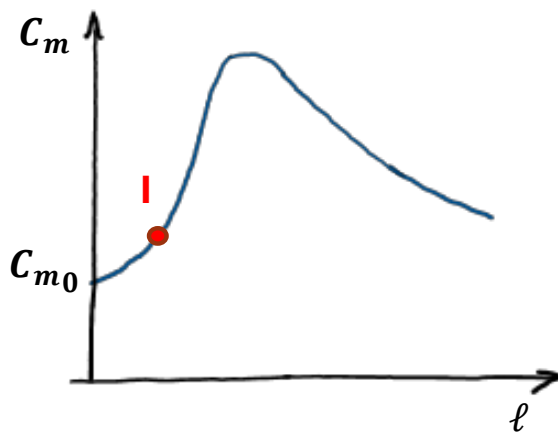
$$NPSH_i = (1 + \lambda_m + \lambda_w) \frac{C_{m1}^2}{2g} + \lambda_w \frac{U_1^2}{2g}$$

$$C_{m1} = k_m C_{m0} = k_m \frac{Q_v}{\eta_v A_0} = k_m \frac{4 Q_v}{\eta_v \pi D_0^2 \left[1 - \left(\frac{D_M}{D_0} \right)^2 \right]}$$

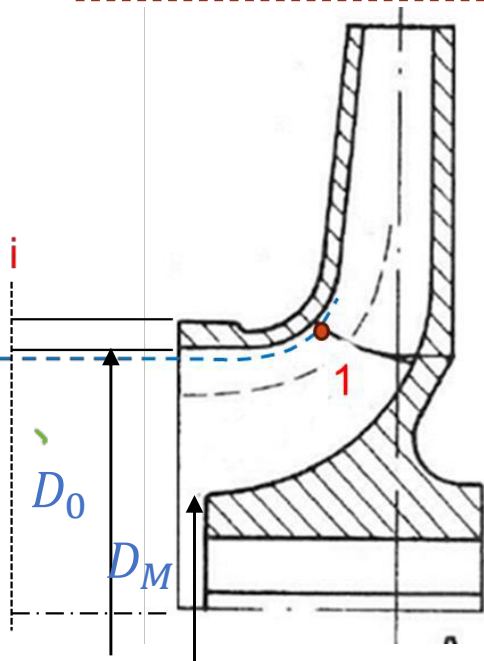
ξ_0



$$C_{m1} = k_m \frac{4 Q_v}{\eta_v \pi \xi_0 D_0^2}$$



Scelta del diametro D_0



$$NPSH_i = (1 + \lambda_m + \lambda_w) \frac{C_{m1}^2}{2g} + \lambda_w \frac{U_1^2}{2g}$$

$$C_{m1} = k_m \frac{4 Q_v}{\eta_v \pi D_0^2 \xi_0}$$

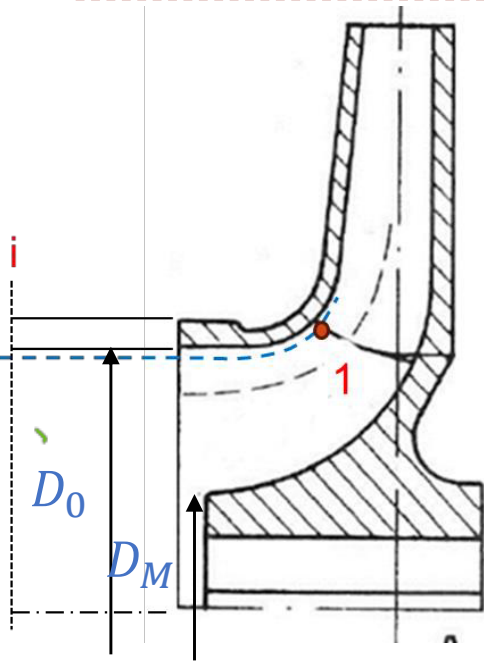
➤ Posto ancora in prima approssimazione $D_1 \approx D_0$, si ottiene:

$$NPSH_i = (1 + \lambda_m + \lambda_w) \frac{k_m^2}{2g} \left(\frac{4 Q_v}{\eta_v \pi \xi_0 D_0^2} \right)^2 + \frac{\lambda_w}{2g} \omega^2 \frac{D_0^2}{4}$$

➤ Si può pertanto determinare il valore del diametro D_0 che **minimizza** il valore dell' $NPSH_i$, imponendo $\partial(NPSH_i)/\partial D_0 = 0$:

$$D_{0NPSH_i} = 2 \left(\frac{2 Q_v^2 k_m^2}{\eta_v^2 \pi^2 \omega^2 \xi_0^2} \frac{1 + \lambda_m + \lambda_w}{\lambda_w} \right)^{1/6}$$

Scelta del diametro D_0



$$D_{0NPSH_i} = 2 \left(\frac{2 Q_v^2 k_m^2}{\eta_v^2 \pi^2 \omega^2 \xi_0^2} \frac{1 + \lambda_m + \lambda_w}{\lambda_w} \right)^{1/6}$$

- L'ostruzione del mozzo ξ_0^2 in corrispondenza della bocca di aspirazione della girante potrebbe anche essere nulla; dipende dalla geometria della girante

- Posto:

$$\lambda_m \approx 0,04 \quad \lambda_w \approx 0,23 \quad k_m \approx 1,2$$

e considerando:

$$\eta_v \approx 0,94$$

$$D_M/D_0 \approx 0,25 \quad (\text{Questi valori dipendono dal progetto specifico})$$

si ottiene:

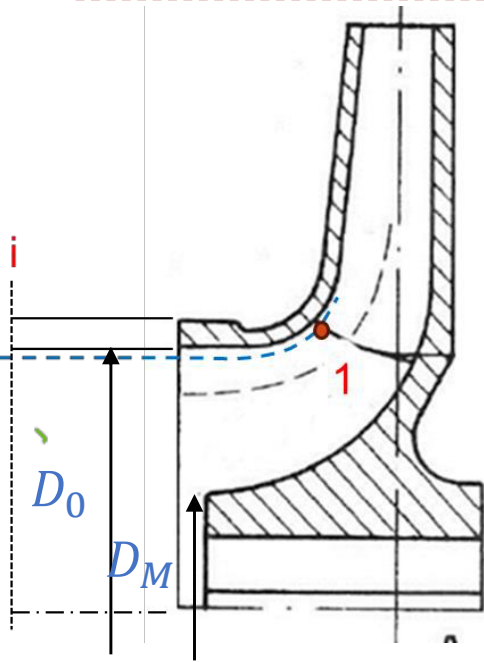
$$D_{0NPSH_i} \approx 4,79 \left(\frac{Q_v}{n} \right)^{1/3} \rightarrow NPSH_i \approx 1,107 \cdot 10^{-3} Q_v^{2/3} n^{4/3}$$

[Q_v : m^3/s , n : giri/min, D : mm, $NPSH$: m]

- Questa relazione è esemplificativa in quanto alcuni valori inseriti variano con le caratteristiche della macchina



Scelta del diametro D_0



$$D_{oNPSH_i} = 2 \left(\frac{2 Q_v^2 k_m^2}{\eta_v^2 \pi^2 \omega^2 \xi_0^2} \left[\frac{1 + \lambda_m + \lambda_w}{\lambda_w} \right] \right)^{1/6}$$

- Il diametro della bocca di aspirazione D_0 potrebbe essere **ottimizzato** a favore del rendimento η imponendo, ad esempio, la condizione di velocità relativa W_1 minima all'ingresso della girante

$$\frac{\partial(W_1^2)}{\partial D_0} = 0 \Rightarrow D_{0\eta} = 2 \left(\frac{2 Q_v^2 k_m^2}{\eta_v^2 \pi^2 \omega^2 \xi_0^2} \right)^{1/6}$$

$$\Rightarrow D_{0\eta} < D_{oNPSH_i}$$

- Solitamente si sceglie D_{oNPSH} in quanto il valore dell' $NPSH_i$ è principalmente condizionato da D_0 , mentre il rendimento dipende da molti altri fattori

Domande, Curiosità, Dubbi, Perplessità?

